LYCEE BILINGUE DE BANYO		
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES		
Première évaluation	**Classe :Tle D**	**Année scolaire :2020/2021**
Epreuve de mathématiques	**Durée : 4h**	**Coefficient : 4**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/15 Points

EXERCICE 1 : 5points

Choisir la bonne réponse parmi les quatre proposées.

1. Soit $z \in \mathbb{C}$ vérifiant $\bar{z} + |z| = 6 - 2i$. L'écriture algébrique de z est :

a) $\frac{8}{3} - 2i$ b) $-\frac{8}{3} - 2i$ c) $\frac{8}{3} + 2i$ d) $-\frac{8}{3} + 2i$

2. Soient deux points A et B d'affixes respectives i et $\sqrt{3}$. L'affixe z_C du point C tel que ABC soit un triangle équilatéral avec $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right) = \frac{\pi}{3}$ est :

a) $-i$ b) $2i$ c) $\sqrt{3} + i$ d) $\sqrt{3} + 2i$

3. Soit n un entier naturel. Le nombre $(1 + i\sqrt{3})^n$est réel si et seulement si n s'écrit sous la forme $(k \in \mathbb{Z})$:

a) $3k + 1$ b) $3k + 2$ c) $3k$ d) $6k$

4. On pose $Z' = -\sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}}$. Z'^2 s'écrit sous forme exponentielle :

a) $4e^{i\frac{\pi}{4}}$ b) $4e^{-i\frac{\pi}{4}}$ c) $4e^{i\frac{3\pi}{4}}$ d) $4e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

5. Une racine carrée du nombre $1 - i\sqrt{3}$ est égale à :

a) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

EXERCICE 2 : 5points

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation

$(E) : z^3 - (16 - i)z^2 + (89 - 16i)z + 89i = 0.$

1. Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

2. a) Vérifier que pour tout nombre complexe z, on a :

$z^3 - (16 - i)z^2 + (89 - 16i)z + 89i = (z + i)(z^2 - 16z + 89).$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 16z + 89 = 0.$

c) Déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).

3. Le plan complexe est munit d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points $A(-i), B(8 + 5i)$ et $C(8 - 5i)$.

a) Déterminer la nature du triangle ABC.

b) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que

$-|z - z_A|^2 + |z - z_B|^2 - |z - z_C|^2 = 20.$

EXERCICE 3 : 5points

c c d b b

Soit trois nombres complexes $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{2}$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Déterminer les modules et arguments de z_1 *et* z_2, puis de z_3.
2. a) Ecrire z_3 sous la forme algébrique.

   b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ *et* $\sin\frac{\pi}{12}$.
3. Linéariser l'expression $cos^3 x sin^2 x$.
4. En utilisant la formule de Moivre, exprimer $sin5x$ en fonction de $sinx$.

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES$/5 Points

Situation :

Dans un plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, un mobile M est repéré à partir de son affixe z. Il se déplace vers un point M' d'affixe z' de telle sorte que $z' = \frac{1+z}{1-z}$. On veut déterminer la trajectoire du mobile suivant différentes positions de M'.

1. Déterminer et construire la trajectoire du mobile lorsque $M'(z')$ est sur l'axe $(O, \vec{u})$. **1,5pts**
2. Déterminer et construire la trajectoire du mobile lorsque $M'(z')$ est sur l'axe $(O, \vec{v})$. **1,5pts**
3. Déterminer et construire la trajectoire du mobile lorsque $OM' = 2$. **1,5pts**

Présentation : **0,5pt**

Examinateur : VILDAY

Évaluation N^{0}1 des compétences – Lycée Bilingue de Banyo – 2020/21

Le plan complexe étant rapporté à un repère othonomé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$, *à tout* $M(z=x+iy) \rightsquigarrow M'\left(z'=x'+iy'=\dfrac{1+z}{1-z}=\dfrac{(1+x+iy)(1-x+iy)}{(1-x)^2+y^2}=\dfrac{1}{(1-x)^2+y^2}\left(1-x^2-y^2+2yi\right)\right)$

■1/ $\mathcal{T}_1=\left\{M(z)\ /\ M'(z')\in\left(O,\vec{u}\right)\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ z'\in\mathbb{R}\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ Im z'=0\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ y=0\right\}$

$=\left(O,\vec{u}\right)$: *M et parcourent le même axe des réels;*

■2/ $\mathcal{T}_2=\left\{M(z)\ /\ M'(z')\in\left(O,\vec{v}\right)\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ z'\in i\mathbb{R}\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ Re z'=0\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ 1-x^2-y^2=0\right\}$

$=$*Cercle trigonométrique*

■3/ $\mathcal{T}_3=\left\{M(z)\ /\ OM'=2\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ |z'|=2\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ \left|\dfrac{1+z}{1-z}\right|=2\right\}$

$=\left\{M(z)\ /\ |1+z|=2|1-z|\right.$

$=\left\{M(x;y)\ /\ |1+x+iy|=2|1-x-iy|\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ \sqrt{(1+x)^2+y^2}=2\sqrt{(1-x)^2+y^2}\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ (1+x)^2+y^2=4\left((1-x)^2+y^2\right)\right\}$

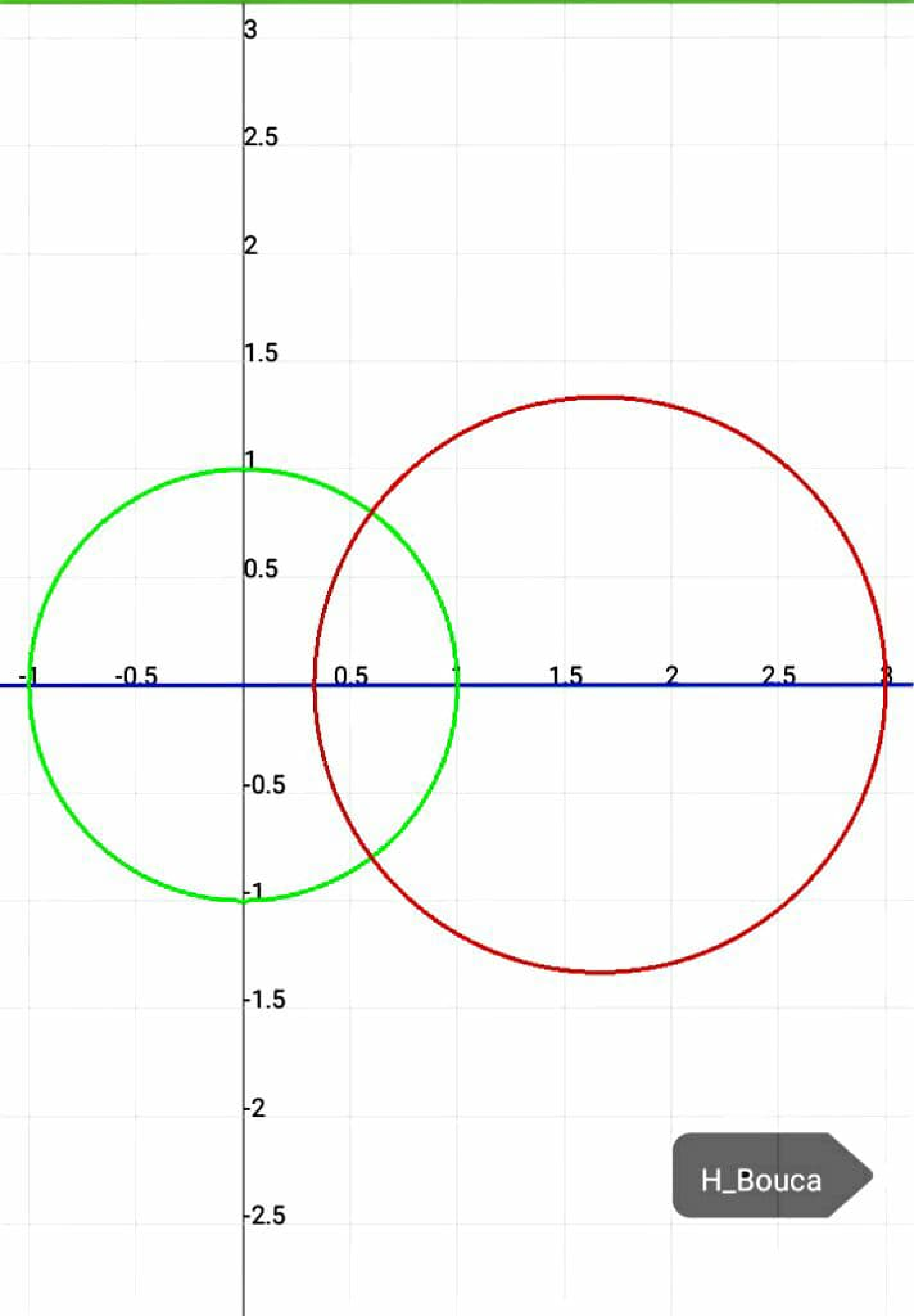
$=\left\{M(x;y)\ /\ 3x^2-10x+3y^2+3=0\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ \left(x-\dfrac{5}{3}\right)^2-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2+y^2+1=0\right\}$

$=\left\{M(x;y)\ /\ \left(x-\dfrac{5}{3}\right)^2+y^2=\left(\dfrac{4}{3}\right)^2\right\}$

$=\mathscr{C}\left(\Omega\begin{pmatrix}\frac{5}{3}\\0\end{pmatrix};R=\dfrac{4}{3}\right)$: *cercle de centre* Ω *et de rayon* R;

••• *Ci–joints les tracés des* $\left(\mathcal{T}_k;k=1,2,3\right)$



3
2.5
2
1.5
1
0.5
-1
-0.5
0.5
1
1.5
2
2.5
3
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
H_Bouca