

INSTITUT ZANG MEBENGA	Evaluation N° 1 du 1 <sup>er</sup> Trimestre DUREE : 3 h	Proposé par M. BISSONO
DEPARTEMENT DE Mathématiques		NOVEMBRE 2020
Classe : Tle C		Coefficient : 7

### EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**NB :** La présentation, la qualité de la rédaction des solutions seront prises en compte lors de la correction des copies.

#### Exercice 1 : 4,5 pts

1- On divise 524 par un entier non nul  $b$  : le quotient est 15 et le reste est  $r$ .

Déterminer les valeurs possibles de  $b$  et  $r$ . 1,5 pt

2- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul  $n$  :

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad 1,5 \text{ pt}$$

3- Soit  $n$  et  $a$  deux entiers naturels non nuls

a) On suppose que  $a$  divise  $5n + 31$  et  $a$  divise  $3n + 12$

Montre que  $d$  divise 33 1,5 pt

b) En déduire les valeurs possibles de  $a$ .

#### Exercice 2 : 5 pts

1. a) Déterminer le reste dans la division euclidienne par 7 de  $3^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) 0,75 pt

b) En déduire le reste dans la division euclidienne par 7 de  $1998^{128}$  0,75 pt

2. a) Résoudre dans  $\mathbb{Z}^2$  l'équation :  $13x - 84y = 7$  1,5 pt

b) Montrer que si  $(x, y)$  est une solution  $PGCD(x, y)$  est 1 ou 7. 0,5 pt

3. Résoudre dans  $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$  le système :  $\begin{cases} x + y = 56 \\ PPCM(x, y) = 105 \end{cases}$  1,5 pt

#### Exercice 3 :

a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :

$$z^4 = 2(-1 + i\sqrt{3}), \text{ donner les solutions sous la forme exponentiel} \quad 1,5 \text{ pt}$$

b) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe

$$z = \left( \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^2 \quad 1 \text{ pt}$$

#### Exercice 4

L'espace est muni du repère orthonormé direct  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soient les points :

$$A \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer l'aire du triangle ABC 1 pt
- 2) Calculer le volume du tétraèdre OABC 0,5 pt

#### Exercice 5

- 1) Calculer les racines carrées du nombre complexe  
 $-2 - 2i\sqrt{3}$  1,5 pt
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  
 $\frac{1}{2}z^2 + i\sqrt{2}z + i\sqrt{3} = 0$  1 pt

#### Exercice 6

Soit :  $p(z) = 4z^3 + (4 - 8i)z^2 + (10 - 8i)z - 20i$

- 1) Démontrer que ce polynôme complexe admet une racine imaginaire pure  $bi$  que l'on déterminera. 1 pt
- 2) Déterminer le trinôme  $Q(z)$  tel que  $p(z) = (z - bi)Q(z)$  1 pt  
Puis résoudre  $p(z) = 0$

Présentation : 1 pt

Bon travail  
BISSONO