

EVALUATION DE MATHÉMATIQUESEXERCICE 1 : (5,5pt)

Le plan complexe est muni du repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant

a) $z + \frac{9}{z}$ est un réel

b) $|iz - 3 + 2i| = 4$

c) $\left| \frac{z-i}{z-2+i} \right| = 2 \quad (z \neq 2-i)$

(1x3=3pts)

2) A tout nombre complexe z distinct de x, on associe le nombre complexe P tel que

$$P = \frac{z-2+4i}{z+1-2i}, \text{ déterminer l'ensemble des points } M(z) \text{ tels que :}$$

a) $|P| = 1$

b) P soit réel

c) P soit imaginaire pure (2.5pts)

EXERCICE 2 : (5pts)

P est le polynôme défini dans C par $P(z) = z^4 + 3z^2 + \frac{9}{2}z^2 + 3z + 1$.

1) Montrer que $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$.

2) Montrer que si z_0 est une racine de P alors \bar{z}_0 , $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z}_0}$ sont aussi des racines. (1pt)

3) Calculer $P(-1+i)$ et résoudre dans C l'équation $P(z) = 0$. (2pts)

4) Résoudre dans C l'équation suivante : $(2+i)z^2 - (9+2i)z + 5(3-i) = 0$. (1,5pt)

EXERCICE 3 : (9,5 pts)

1) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2 + 4} - 3x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{3x - \pi}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \cos x}{x^2 + 1}$$

2) Etudier les branches infinies de la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{|x^2 - 6x + 5|}$

(2,4pts)

3) On donne $g(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{5}{3}$

a) Dresser le tableau de variation de g sur IR. (0.5pt)

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à

$[-2, -1]$ et trouver un encadrement de α à 10^{-2} près. (2pts)

