Collège Jean Tabi d'Etoudi
Département de Mathématiques
B.P : 4174 Yaoundé
Tél : 222 21 60 53
N° Réf : CJT/20_21/DH/AB/SJ

Année scolaire 2020 – 2021
Séquence 1
Classe : Terminale D
Durée : 4 H
Coef : 4

SESSION INTENSIVE DE NOVEMBRE 2020
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15PTS

Exercice 1 : *4 pts*

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1. Démontrer que le point d'affixe $(-1+i)^{10}$ est imaginaire pure 0,5pt
2. Démontrer que l'ensemble des points M d'affixes z tels que $\left|\frac{z+1}{z-i}\right| = 2$ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon. 1pt
3. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan d'affixes z tels que : $\arg\left(\frac{z-2i+1}{z-3+i}\right) = \pi$ 1pt
4. Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants : $Z = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}$ et $Z' = e^{-i\frac{\pi}{6}} + e^{i\frac{\pi}{3}}$ 1,5pt

Exercice 2 6pts

1. On considère l'équation (E) $z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$ où z est un nombre complexe.
a. Déterminer la solution réelle de (E) 0,5pt
b. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E). 1pt
2. On pose $a=3$, $b=5-2i$ et $c=5+2i$. Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c. Soit M le point d'affixe z distinct de A et de B.
a. Calculer $\frac{b-a}{c-a}$ et en déduire la nature du triangle ABC. 1pt
b. On pose $Z = \frac{z-3}{z-5+2i}$
Donner une interprétation géométrique de l'argument de Z et en déduire l'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit un nombre réel non nul. 1,5pt
3. Soit C le cercle circonscrit au triangle ABC et I le point d'affixe $2-i$
a. Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ 1pt
b. Déterminer l'image C' de C par r. Construire C'. 1pt

Exercice 3 5pts

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère la fonction polynôme C de $\mathbb{C}$ dans défini par $P(z) = (z^2+3z)^2 + (3z+5)^2$

1. Factoriser P(z) en deux polynômes du second degré à coefficients complexes. 1pt
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 3(1+i)z + 5i = 0$ 0,5pt
3. Résoudre dans l'équation $P(z) = 0$. 1pt

4. Donner l'écriture complexe de la transformation f dans chacun des cas suivants : 1,5pt

i. f est la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $a = 1+i$.

ii. f est la rotation de centre I(2 ; -1) et d'angle $\frac{\pi}{4}$

iii f est la similitude directe du plan de centre O(0 ;0) de rapport 2 et d'angle $-\frac{\pi}{6}$

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

L'impédance acoustique (aussi appelée impédance acoustique *spécifique*, car c'est une grandeur intensive) Z_{ac} d'un milieu pour une onde acoustique est le rapport de la pression acoustique et de la vitesse de la particule associée du milieu Bien que l'impédance acoustique du milieu soit une grandeur réelle pour les ondes acoustiques planes progressives, cela n'est plus vrai pour les ondes acoustiques planes stationnaires ou les ondes acoustiques divergentes. Dans le cas général, Z_{ac} est complexe :

Soit $Z_{AC} = R_{AC} + i\,X_{AC}$ avec R_{ac} la résistance acoustique et X_{ac} la réactance acoustique du milieu pour l'onde considérée. La masse volumique et la vitesse du son variant avec la température, c'est aussi le cas pour l'impédance acoustique caractéristique

Un ingénieur lors d'une étude dans un milieu précis déclara qu'en fonction de la température t en degrés, la résistance acoustique $R_{AC} = 3\sqrt{2}\sin(7nt - 21\pi)$ et la réactance acoustique $X_{AC} = 3\sqrt{2}\cos(7nt + \varphi')$ où φ' est un argument du nombre complexe $z = \frac{z_1}{z_2}$ avec $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 - i$. Il constate par ailleurs que l'impédance acoustique est imaginaire pure pour les ondes acoustiques divergentes.

1. Aider le technicien à déterminer la valeur de φ' 1,5pt
2. Quelle est la plus grande valeur de l'impédance acoustique pour les ondes acoustiques planes progressives dans ce milieu ? 1,5pt
3. Déterminer une valeur de la température du milieu lorsque les ondes acoustiques sont divergentes. 1,5pt

Présentation : 0,5pt

www.skylion.org