Collège Protestant de Ngaoundéré — Année scolaire 2020-2021

Département de Mathématiques — Classe : Terminale C / Durée : 3h

EPREUVE DE MATHEMATIQUES : TEST No 1

Evaluation ressources : Récurrence (/8pts) ; Numération (/3,5pts) ; Nombres complexes (/3pts). **Evaluation compétences** : Nombres entiers (/4,5pts).

Copie remise le : / / 2020. **Nom(s)+signature du parent** : [NB : CHAQUE ELEVE RECOPIERA CES 02 LIGNES]

Evaluation des ressources (14,5 pts)

Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}$, $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$, $B_n = 2^{6n-5} + 9^n$ et $C_n = 10^{6n+2} + 10^{3n+1} + 1$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $A_{n+6} - A_n$ est multiple de 7. 1pt
b) Montrer que pour tout entier naturel n, B_n est divisible par 11. 1pt
c) Montrer que pour tout entier naturel n, C_n est divisible par 111. 1pt
d) Montrer que pour tout entier naturel n, $n! \geq 2^{n-1}$. 1pt

Exercice 2 : Soient $b \in \mathbb{N}$, $b > 3$, $D = (b+1)^3$, $E = (b-1)^3$, $M = \overline{80602}^9$ (Nombre M en base 9).

1- Ecrire D et E en base b et $b-1$. 0,5pt*4
2- Déterminer les réels c, d et e tels que $8x^4 + 6x^2 + 2 = (2x^2 + x + 1)(cx^2 + dx + e)$. 0,75pt
3- En déduire que dans le système de numération de base 9, M est divisible par $\overline{211}^9$. 0,75pt

Exercice 3.

1- Résoudre dans C, l'équation d'inconnue z : $z^2 + (1-i)z - i = 0$. 0,5pt
2- Quel est l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|2i - 1 - 2i.\bar{z}| = 2$? 0,5pt
3- En utilisant des critères vus en classe, montrer que :
a- 187761486 est multiple de 33. 1pt
b- 3451279521852981 est divisible par 63. 1pt

Exercice 4 : Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_1^n (2k-1)^3$.

1- Calculer $S_{n+1} - S_n$. 1pt
2- Montrer que pour $n \geq 1$, $S_n = 2n^4 - n^2$. 1pt
3- Pour quelle valeur de n a-t-on $S_n = 29161$? 1pt
4- Calculer la somme $T = 23^3 + 25^3 + 27^3 + \cdots + 99^3$. 1pt

Evaluation des compétences (4,5 pts)

Situation-problème : Un entrepreneur veut expédier un grand conteneur parallélépipédique rectangle dont l'espace dédié aux marchandises a n mètres de hauteur, $2n+1$ mètres de largeur et $7n+1$ mètres de longueur et dans lequel sont empilés (sans espace) des cubes, face contre face. Chaque cube a pour arrête k mètres. L'entrepreneur souhaite que n soit un entier naturel pour des raisons techniques tandis que k est un nombre réel. De plus, le nombre de cubes doit être un entier naturel et tout l'espace du conteneur est occupé sans vide laissé entre les cubes. L'ingénieur Amina prétend que le volume d'un cube peut être égal à $3m^3$. Toto dit aussi que le volume en m^3. de l'espace dédié aux marchandises dans le conteneur est forcément impair. L'employé Oumarou souhaite trouver au moins une valeur entière k de l'arête si l'entrepreneur choisit $n = 13$ et le nombre de cubes correspondant.

Tâches :

1- Etudiez la véracité des propos de l'ingénieur Alima sur le volume d'un cube. (1,5pt)
2- Confirmez ou infirmez, calculs à l'appui, les propos de Toto sur le volume intérieur du conteneur. (1,5pt)
3- Aidez l'employé Oumarou à trouver une valeur entière de k et le nombre de cubes possibles. (1,5pt)

Présentation générale: 01 point

www.skyion.org