

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES FIN DU MOIS NOVEMBRE

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

Exercice 1 : 6,5 points

1. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution du

$$\text{ystème : } \begin{cases} mx\sqrt{2} - 3y\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -x\sqrt{3} + 2my\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

1pt

I) 1. Démontrer que : $8\sin x \cos x \cos 2x \cos 4x = \sin 8x$

0,75pt

2. Déduisez-en que : $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} = \frac{-1}{8}$

0,75pt

3. Démontrer de la même manière que : $\cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} = \frac{1}{8}$

0,75pt

II) 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ puis représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique

1,5pt

2a) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'inéquation $1 + 2\sin 3x \leq 0$

0,75pt

b) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ l'inéquation $\frac{2\sin x}{\cos x - \sin x} \geq 0$

1pt

Exercice 2 : 3 points

1. Démontrer que $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

0,75pt

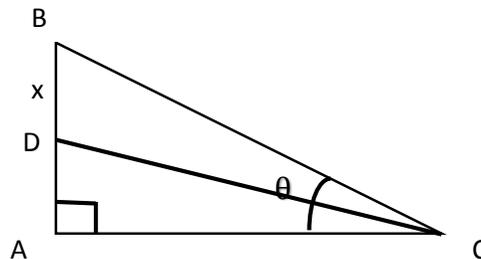
2. En remarquant que $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$ calculer la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{8}$

0,75pt

3. ABC est un triangle rectangle en A comme l'indique la figure ci-contre : on donne AD=33, AC=99 et BD = x, mes(BCA) = θ

- a) Calculer $\tan \theta$ en fonction de x 0,5pt

- b) En déduire la valeur de x 1pt



Exercice 3 : 3,5 points

1. On considère le vecteur \vec{V} défini par : $\vec{V} = 2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC}$

a) Réduire l'expression \vec{V}

0,5pt

2. On pose $I = \text{bar}\{(A ; 2)(B ; 1)\}$ et $G = \text{bar}\{(A ; 4)(B ; 2)\}$

a. Exprimer le vecteur \vec{V} en fonction de I et C

0,5pt

b. Exprimer $4\vec{MA} + 2\vec{MB}$ en fonction de M et G

0,5pt

c. Déterminer et construire le lieu des points M du plan tel que $\|6\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \|2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC}\|$ 1pt

3. On considère le cercle de centre I (4 ; -2) et de rayon R = 5. Soit A (-3; -3). Déterminer une équation de la tangente au cercle de centre I en A. 1pt

Exercice 4 : 2,5points

Uniquement :

1. ABCD est carré de centre O. Soit r la rotation de centre A d'angle $\frac{\pi}{2}$. Déterminer $r(A)$, $r(B)$, $r(C)$ et $r(D)$ **1pt**
2. Soit h une homothétie de centre $\Omega(3 ; 5)$ et de rapport -2 . Donner l'expression analytique de h **1pt**
3. Soit f l'application du plan dans lui-même, qui tout point $M(x ; y)$ associe le point $M'(x' ; y')$ tel que : $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y - 5 \end{cases}$. Déterminer les coordonnées de son centre **0,5pt**

Uniquement

1. Le plan vectoriel E est rapporté à la base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. On note φ l'endomorphisme de E qui au vecteur $\vec{u}(x, y)$ associe le vecteur $\vec{u}'(x', y')$ tel que : $\begin{cases} x' = -2x + 2y \\ y' = x - y \end{cases}$.
 - a) Qu'appelle-t-on endomorphisme ? **0,5pt**
 - b) Déterminer la matrice de φ dans la base B. **0,5pt**
 - c) L'endomorphisme φ est-il bijectif ? Justifier **0,5pt**
 - d) Déterminer le noyau $\text{Ker } \varphi$ l'image $\text{im } \varphi$ de φ **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/ 4,5 points

ARNO, BOBANE et **JOSPEN** ont chacun une parcelle de terrain qu'ils veulent vendre pour pouvoir bien gérer les périodes de fêtes de **Noel** et **nouvel an** 2020 avec leurs amis. La parcelle de **ARNO** est de forme carrée de périmètre **448 m**. La parcelle de **BOBANE** est de forme rectangulaire de périmètre **456m** et la longueur dépasse la largeur de 12m. La parcelle de **JOSPEN** est un triangle équilatéral de périmètre **300m**. Ils laissent tous **100m²** de leur parcelle à **15000FCFA**.

- Tâche 1** : Quel montant ARNO aura sur sa parcelle ? **1,5pt**
Tâche 2 : Quel montant BOBANE aura sur sa parcelle ? **1,5pt**
Tâche 3 : Quel montant JOSPEN aura sur sa parcelle ? **1,5pt**