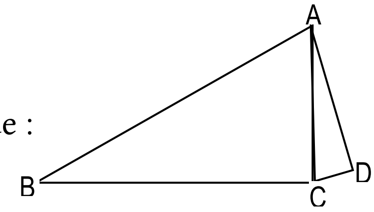
MINESEC / DRL / DDW / COLLEGE POLYVALENT DE BEPANDA / Département De mathématiques		
Année scolaire : 2019-2020	**DEVOIR SURVEILLE N°4**	**Epreuve mathématiques**
Enseignant : CHEMEGNI GUY	**Durée : 3h00**	**Classe : 1^{ere} C Coef. : 6**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 pts

EXERCICE I (4 pts)



On considère le quadrilatère ABCD ci-contre tel que :

$\text{Mes}(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \text{Mes}(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) = \frac{\pi}{2}$;

$\text{Mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \text{Mes}(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}) = \alpha$, où $0 \prec \alpha \prec \frac{\pi}{2}$; $AB = 2\sqrt{3} + 2$ et $AC = 2\sqrt{3} - 2$.

1)a) Montrer que $BC + CD = (2\sqrt{3} - 2)\cos\alpha + (2\sqrt{3} + 2)\sin\alpha$. 0,75 pt

b) En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, donner les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$. 0,5 pt

c) Déterminer deux réels θ et β tels que $BC + CD = \beta\cos(\alpha + \theta)$. 0,5 pt

d) Déterminer la valeur exacte de α sachant que $BC + CD = 4\sqrt{2}$. 0,5 pt

3) Soit Ω le point de rencontre des droites (BC) et (AD).

a) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega B})$. 0,5 pt

b) Montrer que : $\tan^2\alpha = \frac{BC}{\Omega C}$ et $\sin^2\alpha = \frac{AD}{\Omega A}$. 1 pt

Ecrire alors C comme barycentre de B et Ω ; puis Ω comme barycentre de A et D. 1 pt

c) En déduire que le point C est le barycentre des points D, B et A affectés des coefficients 1, $\cos^2\alpha$ et $-\cos^2\alpha$ respectivement. 0,5 pt

EXERCICE 2: (3,5pts)

ABCD est un carré de sens direct et de centre O. I milieu de [AB]. R la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et r' le quart de tour direct de centre O.

1)
Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes, f = r'o r ; g = S_o o S_I; h = gof. (0,5x3=1,5pt)

2)
E est un point du segment [AB] distinct de I et F un point du segment [BC] tel que AE=BF. Les droites (AF) et (EC) se coupent en H.

a) Justifier que F est l'image de E par r'. (0,5pt)
b) Démontrer que H est l'orthocentre du triangle DEF. (1pt)
c) En déduire que les droites (DH) et (EF) sont perpendiculaires. (0,5pt)

EXERCICE 3: (3,5pts)

ABC est un triangle tels que AB = 5cm ; AC = 3cm et BC= 4cm. On désigne par G le barycentre des points (A ; -2); (B, 1) et (C, 3). I est le symétrique de B par rapport à A. J et K sont les points tels que $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ et O le milieu de $[IJ]$.

1-a) Construire le triangle ABC et les points I, J et K. 1 pt
b)i- Ecrire le point I comme barycentre des points A et B. 0,25 pt
ii) Ecrire le point J comme barycentre des points A et C. 0,2 5 pt
iii) Ecrire le point K comme barycentre des points B et C. 02,5 pt
2-) Démontrer que les points B, C et O sont alignés. 0.5 pt
3-) a) Construire le point G. 0.5 pt
a) Démontrer que les droites (AK) ; (BJ) et (CI) sont concourantes. 0,75 pt

EXERCICE : 4 **4,5pts**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On donne le cercle (C') d'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 9x - 4y + 18 = 0$, (C) l'ensemble des points du plan tels que $\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB} = 0$ et B (4 ; 4).

1)

a-Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C). On notera Ω son centre et r son rayon. 1pt

b-Préciser le centre Ω' et le rayon r' de (C'). 0,5pt

c-Prouver que (C) et (C') sont sécants en deux points que l'on déterminera leurs coordonnées. 1,5pts

2)On donne C(3 ;4) et le vecteur $\vec{n}$(-3 ;4).

a-Ecrire une équation cartésienne de la droite (D) passant par C et de vecteur normal $\vec{n}$ 0.5

b-Prouver que (C') et (D) sont tangents et déterminer les coordonnées de leur point de contact. 1pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES 4.5 points

Une balle élastique tombe d'une tour de 63 m et à chaque rebond, la balle remonte exactement d'un dixième de sa hauteur de chute. Soit $n \in IN^*$; on désigne par h_n la hauteur en mètre à laquelle remonte la balle après le $n^{ième}$ rebond et par d_n la distance parcourue par la balle depuis son lâcher initial du haut de la tour jusqu'au $n^{ième}$ rebond.

Une subvention de 76800 frs est débloquée pour rechercher en plein désert une nappe d'eau souterraine. Le coût du forage est fixé ainsi qu'il suit : Le 1^{er} mètre creusé à 100 frs , le $2^{éme}$ mètre à 140 frs et ainsi de suite en augmentant 40 frs à chaque mètre creusé en plus. On note S_n , le coût total du forage pour n mètre creusé

Quelle somme X Mr chemegni peut-il placer à 8%(à intérêt composés par période bloquée d'un an) à la naissance de son fils pour obtenir une somme de 117 000 000 francs lorsqu'il aura 21 ans

TACHE1	déterminer la somme X	1.5pt
TACHE2	Déterminer la profondeur maximale du forage	1.5pt
TACHE3	Déterminer la distance totale parcourue par la balle avant de s'arrêter au sol	1.5pt

MINESEC / DRL / DDW / COLLEGE POLYVAENT DE BEPANDA / Département De mathématique		
Année scolaire : 2019-20120	**CONTROLE CONTINU**	**Epreuve mathématique**
Classe de Tle C **Enseignant :CHEMEGNI GUY**	**Durée : 3 h**	**Coefficient : 5**

EXERCICE I (3.5pts)

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$. On prendra pour unité graphique 4 cm. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives a, b, c et d telles que :

$a = i$, $b = 1 + 2i$, $c = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $d = 3 + 2i$.

On considère la similitude directe s qui transforme A en B et C en D. Soit M un point d'affixe z et M', d'affixe z', son image par s.

1. a. Exprimer z' en fonction de z. 0.5 pt

   b. En déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de s. 0,5 pt

2. Soit (Un) la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$ pour tout $n \in$ IN

   a. Montrer que, pour tout entier naturel n, U_{n+1} et U_n sont premiers entre eux. 0,25 pt

   b. Interpréter géométriquement, en utilisant la similitude s, les termes de la suite (U_n). 0,25 pt

   c. Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n = 2^n - 1$. 0.5 pt

   d. On considère les entiers naturels n et p non nuls tels que $n \geq p$,

   i) Montrer que $U_n = U_p(U_{n-p} + 1) + U_{n-p}$. 0,5 pt

   ii) Montrer pour $n \geq p$ l'égalité $\text{pgcd}(U_n, U_p) = \text{pgcd}(U_p, U_{n-p})$. 0,5 pt

   iii) Montrer que : $\text{pgcd}(U_n, U_p) = U_{\text{pgcd}(n,\,p)}$ .puis en déduire pgcd(U_{2005}, U_{15}). 0,5 pt

<u>EXERCICEI I</u> (4.5pts)

ABCD est un carrée direct de centre O . R est le quart de tour direct de centre A ; S_1 la symétrie orthogonale d'axe (AB) et S_2 la symétrie orthogonale d'axe (BC) . On pose $f_1 = R0S_1$ et $f_2 = R0S_2$

On se propose de déterminer la nature des isométries f_1, f_2 et $f = f_20f_1$

1) Déterminer la droite (D_1) telle que R = $S_{(D1)}0S_{(AB)}$ puis en déduire la nature et l'élément caractéristique de f_1 . (1pt)
2) a) Déterminer la droite (D_2) telle que R = $S_{(D2)}0S_{(AD)}$ (0,5pt)
   b) Montrer que f_2 est la composée d'une symétrie orthogonale et d'une translation à préciser (0,5pt)
   c) En déduire la nature de f_2 . (0,5pt)
   d) Déterminer la nature et l'éléments caractéristique de $S_{(D2)}0S_{(BD)}$. (0,5pt)
   e) En remarquant que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$, montrer que $f_2 = S_{(BD)}0t_{\overrightarrow{BD}}$. (0,5pt)
   f) En déduire les éléments caractéristiques de f_2 (0,5pt)
3) Montrer que $f = f_20f_1$ est une symétrie centrale dont on précisera le centre (0,5pt)

<u>PROBLEME</u> (12pts)

Le but de ce problème est d'étudier, dans un premier temps (partie A), la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$f(x) = x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right) + \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{2}$ pour $x > 0$ et $f(0) = \dfrac{1}{2}$, puis (partie B) de trouver une approximation de la solution de l'équation $f(x) = x$.

Partie A(6,5pts)

Dans cette partie le plan est rapporté au repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j}\,)$, unité graphique : 2 cm. On désigne par C la représentation graphique de f.

I. Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur]0 ; $+\infty$ [par : $g(x) = \ln(x+2) - \ln x - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{4}$.

1. a. Étudier le sens de variation de g. 0,75pt

b. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. 0,5pt

c. En déduire le signe de $g(x)$ pour tout x de]0 ; $+\infty$ [. 0,25pt

2. Montrer que, pour tout x de [2 ; 3], on a $g(x) < \frac{1}{2}$. 0,5pt

II. Etude de f

1. Déterminer la limite, quand x tend vers zéro par valeurs strictement positives, de $x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ (on pourra poser $x = \frac{1}{t}$) et démontrer que f est continue en 0. 0,75pt

2. La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Interprétation graphiquement le résultat. 0,75pt

3. Étudier le sens de variation de f 0,75pt

4. a. Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) = 2$ 0,5pt

b. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. 0,25pt

c. Montrer que la droite Δ d'équation $y = \frac{x}{4} + \frac{5}{2}$ est asymptote à C au voisinage de $+\infty$. 0,5pt

5. Tracer dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j}\,)$ la droite Δ, la courbe C et la droite D d'équation $y = x$ 1pt

Partie B (5,5pts)

Dans cette partie, on désigne par I l'intervalle [2 ; 3].

1. Soit la fonction h définie sur I par $h(x) = f(x) - x$.
Montrer que, pour tout x de I, $h'(x) < 0$. 0,5pt

2. En déduire le sens de variation de h et montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution dans I ; on note α cette solution. 1pt

3. Montrer que, pour tout x de I, $f(x) \in I$ et $0 < f'(x) < \frac{1}{2}$. 0,75pt

4. En déduire que, pour tout x de I, $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. 0,5pt

On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 2$ et, pour tout n de IN, $u_{n+1} = f(u_n)$.

a. Montrer que, pour tout n de IN , u_n appartient à I. 0,5pt

b. Établir les inégalités suivantes :

(1) pour tout n de IN, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$, 0,5pt

(2) pour tout n de IN , $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 0,75pt

c. En déduire que la suite (u_n) converge. Quelle est sa limite ? 0,5pt

d. Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que u_{n_0} soit une valeur approchée de α à 10^{-3}