Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : PROBATOIRE
Session : 2020 Séries : D & TI
Epreuve : Mathématiques N° 2
Durée : 3h Coefficient : 4
Prof : T. N . AWONO MESSI

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : 3,5 points

Soit (U_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \dfrac{-1}{U_n - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4. **1pt**

2. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, V_n = \dfrac{1}{U_n - 1}$.

(a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison. **1pt**

(b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. **1pt**

(c) En déduire la limite de la suite (U_n). **0,5pt**

EXERCICE 2 : 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points $A(-1;-1)$, $B(2;0)$, $C(1;3)$ et $D(-2;2)$.

1. (a) Justifier que $ABCD$ est un carré et calculer son aire. **0,75pt**

(b) Montrer que l'ensemble (Γ) des points $M(x, y)$ tels que : $\begin{cases} x = \sqrt{5}\cos\theta \\ y = 1 + \sqrt{5}\sin\theta \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$

est le cercle circonscrit au carré $ABCD$. Préciser son centre I et son rayon. **0,75pt**

(c) Donner une équation de la tangente (T) à (Γ) au point A. Tracer (Γ) et (T). **0,5pt**

2. Vérifier que le point $J(0;-1)$ appartient à l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = -1$. Déterminer et tracer $\mathscr{C}$. **0,75pt**

3. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 3), (B, 1)$ et $(C, -1)$.

(a) Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$. **0,25pt**

(b) Soit h l'application du plan qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$. Déterminer $h(G)$. Exprimer $\overrightarrow{GM'}$ en fonction de $\overrightarrow{GM}$. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h. **1pt**

EXERCICE 3 : 4 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$, où a, b et c sont des réels à déterminer. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les réels a, b et c sachant que (C_f) passe par le point $A(2;0)$, admet comme centre de symétrie le point $B(1;0)$ et la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2 est orthogonale à la droite ($\mathscr{D}$) d'équation $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$. **1,5pt**

2. Soit g la fonction définie pour tout $x \neq 1$ par $g(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

(a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations. **1,5pt**

(b) Déterminer les points de la courbe (C_g) de g où les tangentes sont parallèles à la droite d'équation $y = 2x$. **1pt**

EXERCICE 4 : 3,5 points

A) Soit x un réel quelconque.

1. Montrer que $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2.$ **0,5pt**

2. Sachant que $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$, calculer $\cos x$ et $\sin x.$ **0,5pt**

3. Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\cos x - \sin x = \sqrt{2}.$ **1pt**

B) 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 - 11x + 24 = 0.$ **0,5pt**

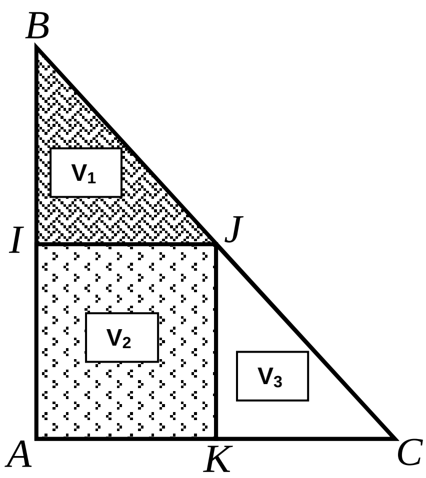
2. Déduire de la question précédente, la résolution de l'équation :

$$(E_1): (x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0.$$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

Le triangle ABC ci-contre représente la carte d'une localité regroupant trois villages V_1, V_2 et V_3 peuplés respectivement de $150, 300$ et 450 habitants. La population de chaque village est concentrée à sa chefferie située au centre du village.



Une épidémie de choléra frappe cette localité et selon une enquête, on y enregistre 54 morts en tout ; deux fois plus de morts dans V_2 que dans V_1 et 6% d'habitants sont morts dans V_3. A cet effet, le gouvernement décide de construire un centre de prise en charge des malades au sein de cette localité, et le site doit être situé à un point qui tient compte du poids de la population de chaque village. La dotation de prise en charge de $16.000.000$ **FCFA** est accordée à cette localité et partagée proportionnellement au nombre de morts dû à l'épidémie.

On donne : $AK = KC = 4km, AI = IB = 3km$ et $(AB) \perp (AC)$.

Pour la construction, on prendra $1cm$ pour $2km.$

<u>Tâches</u> :

1. Déterminer le nombre de décès enregistrés dans chacun des trois villages. **1,5pt**

2. Déterminer et construire la position du site du centre de prise en charge. **1,5pt**

3. Déterminer le montant destiné à chaque village. **1,5pt**

<u>Présentation</u> : 0,5pt