Cluster Troisième

Cours et Exercices de Mathématiques

Dans le but de clôturer l'année scolaire 2019 − 2020 *nous avons pensé rédiger ce document pour aider nos apprenants et aussi améliorer nos connaissances en mathématiques. Les chapitres concernés sont :*

1. ***Equation de droite***
2. ***Equation et inéquations***
3. ***Statistiques***
4. ***Homothéties***
5. ***Application linéaire et Application affine***
6. ***Coordonnées d'un vecteur***
7. ***Polygone régulier***
8. ***Angle inscrit***
9. ***Pyramide et Cône***

Avec l'aide du seigneur ce document a été rédigé par ce collectif de professeurs dont les noms suivent :

1. ***Lesiro***
2. ***Tym***
3. ***Thierry Ngamani***
4. ***Missi***
5. ***Jesse Monkap***
6. ***Mvengati Aloïs***
7. ***Hosni.P***
8. ***Michel Ngandi***
9. ***Nzouekeu Mbitkeu Patrice***

Sous la coordination de ***M. Léo Pouokam***

Nous profitons de l'occasion pour remercier et féliciter tous ceux qui ont participé à ce travail.

GRANDPROF DE MATHS	TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES EQUATIONS DE DROITES	Année scolaire 2019/2020
Département de MATHS		Durée 4H
Classe : $3^{\text{ème}}$		Date de passage :

RAPPELS

DEFINTIONS :

Le plan est mini d'un repère orthonormé (O,I,J)

Toute équation de la forme $ax + by + c = 0$ est appelée équation cartésienne d'une droite.

Dans cette équation le vecteur $\vec{u}(-b; a)$ est appelé vecteur directeur de la droite.

Toute équation de la forme $y = px + b$ est l'équation réduite d'une droite. Dans cette écriture **p** est le coefficient directeur et **b** est une constante appelée ordonnée à l'origine(valeur de y pour $x = 0$)

Remarques :

- si la droite D : $y = px + b$passe par les points $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $A\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ alors le coefficient directeurP est déterminer par : $p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- Un point appartient à une droite si ses coordonnées sont solution de l'équation de cette droite.

DETERMINATION DE L'EQUATION CARTESIENNE D'UNE DROIT

Pour déterminer l'équation cartésienne d'une droit (D) passant par deux points A et B :

- On détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- On prend un point $M(x; y)$ du plan tel que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires.

POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur ($p = p'$)

Deux droites sont perpendiculaires si le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1 ($p \times p' = -1$)

Remarque : Deux droites sont dites sécantes si elles se coupent en un même point. C'est-à-dire si elles ont les coefficients directeursdifférentes.($p \neq p'$)

<u>NB :</u> Dans tous les exercices le plan est mini d'un repère orthonormé (O,I,J)

<u>EXERCICE1 :</u>

1.1-repondre par vrai ou faux

1.1.1.L'équation $y = -\frac{1}{3}x + 4$ est l'équation cartésienne d'une droite dans le repère orthonormé

1.1.2.L'équation : $x = 2y + 1$ est l'équation réduite d'une droite dans le repère orthonormé

On donne l'équation cartésienne d'une droite (D) :$x + 2y - 4 = 0$. Le vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}(-2; -1)$.

1.3.1.La droite (L) : $y = -2x + 1$ a pour coefficient directeur p = -2 et pour vecteur directeur est $\vec{u}(1; -2)$

1.2-Choisir la bonne réponse

1.2-1/Deux droites (D) et (D') d'équations respectives $y = mx + b$ et $y = m'x + b'$ sont parallèles si :

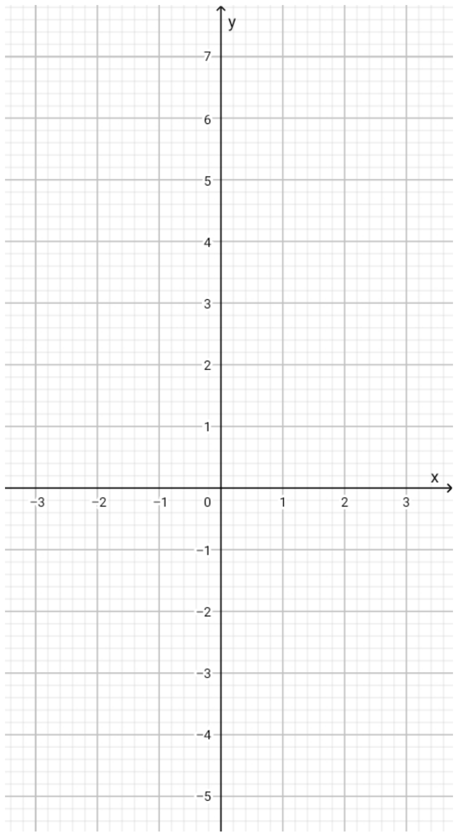
a) $m \times m' = -1$ b) $m = m'$ c) $m = -m'$

2.2-2/Deux droites (D) et (D') d'équations respectives $y = mx + b$ et $y = m'x + b'$ sont perpendiculaires si :

a) $m \times m' = 1$ b) $m \times m' = -1$ c) $m \neq m'$

2.2-3/(D) est une droite passant par les points $A\binom{-3}{9}$ et $B(4; -5)$. L'équation réduite de la droite (D) est :

a) $y = -2x + 1$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = -2x$



EXERCICE 2 :

On considère les points $A(-1;2)$ et $B(2;5)$ dans le repère orthonormé ci-contre.

2.1/Placer les points A et B dans le repère.

2.2/Représenter la droite (AB) dans ce repère

2.3/Donner une équation cartésienne de la droite (AB) et En déduire un vecteur directeur de cette droite.

2.4/Donner une équation réduite de la droite (AB) et en déduire son coefficient directeur

EXERCICE 3 :

3.1/On veut déterminer l'équation cartésienne de la droite (L) passant par les points $A\binom{-1}{3}$ et $C(4;5)$. Pour cela :

3.1.1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

3.1.2. Prendre un point $M(x;y)$du plan qui appartient à la droite (L) et exprimerles coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$

3.1.3. Rappeler la condition qu'il faut pour que deux vecteurs $\vec{u}\binom{a}{b}$ et $\vec{v}\binom{a\prime}{b\prime}$ soient parallèles.

3.1.4. Comme $M \in$ (L), les vecteurs $\overrightarrow{AM}$et $\overrightarrow{AB}$sont parallèles.

Utiliser la relation de la **question 3.1.3** pour trouver une relation en **x** et **y** et en déduire l'équation cartésienne de la droite (L).

3.2/Déterminer l'équation cartésienne de la droite (L') passant par les points $B\binom{1}{2}$ et $E(-3;-2)$.

EXERCICE 4 :

4.1/On veut déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par les points $F\binom{-1}{3}$ et $H(-4;5)$.Pour cela :

4.1.1.Ecrire l'équation réduite de la droite (D) sous la forme $y = px + b$

4.4.2. Calculer le coefficient directeur p en utilisant la formule $p = \frac{y_F - y_H}{x_F - x_H}$

4.4.3. Remplacer p par sa valeur dans l'équation : $y = px + b$

4.43. Comme le point $F\binom{-1}{3} \in$ (D), remplacer ses coordonnées dans l'équation :$y = px + b$ et trouver la valeur de b.

4.4.4. En déduire l'équation réduite de la droite (D)

4.2/Déterminer l'équation réduite de la droite (D') passant par les points $K\binom{4}{9}$ et $J(0;\frac{1}{2})$.

EXERCICE 5 :

5.1/ On veut déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $C\binom{5}{4}$ et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-2)$.Pour cela :

5.1.1. Prendre un point $M(x;y) \in (D)$ et Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CM}$.

5.1.2. Comme $C\binom{5}{4} \in (D)$, les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\vec{u}$ sont parallèles. En déduire l'équation cartésienne de (D) .

5.2/ Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D') passant par le point $I\binom{-2}{3}$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;-2)$.

EXERCICE 6 :

6.1/On veut déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $I\binom{-2}{2}$ et de coefficient directeur **-3.** Pour cela :
6.1.1. Ecrire l'équation réduite de la droite (D) sous la forme $y = px + b$ en remplacant $p$par sa valeur
6.1.2. Comme $I\binom{-2}{2} \in (D)$, utiliser ses coordonnées pour trouver la valeur de b.
6.1.3. Écrire l'équation réduite de droite (D) et en déduire son équation cartésienne sous la forme :

$$ax + by + c = 0$$

6.2/Déterminer l'équation réduite de la droite (L) passant par le point $A\binom{-3}{9}$ et de coefficient directeur **2.**

EXERCICE 7 :
7.1/Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $B\binom{2}{1}$ et parallèle à la droite (L) : $y = 3x + 4$
7.2/Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $A\binom{3}{-1}$ et parallèle à la droite (L) : $x + 2y - 4 = 0$.
7.3/ les droites $(d): x + 2y - 3 = 0$ et $(d'): 3x + 6y - 5 = 0$ sont-elles parallèles ? justifier

EXERCICE 8 :
8.1/on veut déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $A\binom{3}{4}$ et perpendiculaire à la droite (L) : $y = \frac{3}{2}x + 7$. Pour cela :
8.1.1. Ecrire l'équation réduite de (D) sous la forme :$y = px + b$
8.1.2. Trouver p pour que (D) soit perpendiculaire à (L)
8.1.3.Comme $A\binom{3}{4} \in (D)$, remplacer p par sa valeur et calculer la constante b.
8.1.4. En déduire l'équation cartésienne de (D)

8.2/Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $C\binom{3}{-1}$ et perpendiculaire à la droite (L) : $x + 2y - 4 = 0$.
Indications :

- On peut passer par le vecteur directeur $\vec{u}$ et choisir un M de la droite (D) tel que les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\vec{u}$ soient perpendiculaires
- Soit on peut chercher l'équation réduite de la droite (L) et procéder comme dans le cas de **8.1**

EXERCICE 9 :
On donne la droite (d) : $y = 2x + 1$
Associer les définitions des droites et leurs équations respectives :

définitions	équations
La droite perpendiculaire à (d) et passant par $C(4; -1)$.est :	$y = 2x + 5{,}6$
La droite parallèle à (d) et passant par $A(1{,}3; -5)$.est :	$y = -0{,}5x + 1$
La droite perpendiculaire à (d) et passant par $B(-2; 1{,}6)$.est :	$y = 2x - 7{,}6$
La droite parallèle à (d) et passant par$D(3; -9{,}5)$.est :	$y = -\frac{1}{2}x - 8$

EXERCICE 10 :
On donne une droite (D) d'équation cartésienne $4x + 2y - 7 = 0$. On donne aussi les points $A(0; 1)$, $B(8; 5)$ et $C(10; 1)$.
Les points A,B et C appartiennent-ils à la droite (D) ?

EXERCICE 11 :

On donne les équations de droite ci-dessous

11.1. On donne les droites (D) et (D') d'équation cartésienne respectives . $(D): 3x + y - 5 = 0$ et $(D'): y = x - 7$

a) Compléter les tableaux de valeurs ci-dessous pour chacune des droites(D) et (D')

Les points	A	B
x	0	
y		-1

Pour (D)

Les points	C	E
x	3	5
y		

Pour (D')

b) Représenterles points A et B puis les points C et D dans le même repère orthonormé
c) Tracer la droites (D) passant les points A et B
d) Tracer la droites (D') passant les points C et E
e) Déterminer graphiquement le point d'intersection des deux droites (D) et (D')

11.2. Représenter chacune de ces droites dans le même repère orthonormé et déterminer leur point de rencontre. (L) : $x - y + 4 = 0$; (L') :$y = 2x$

EXERCICE12 :

12.1. On veut tracer la droite (d) passant par le point $I\binom{-1}{3}$ et de vecteur directeur $\vec{u}\binom{1}{-2}$

Indication : Placer le point I et représenter le vecteur $\vec{u}$ à partir du point I puis en déduire le tracé de la droite (d)

12.2. Tracer la droite (d') passant par le point $J(0; -\frac{1}{2})$et vecteur directeur $\vec{u}(2; 3)$

12.3. Tracer la droite (D) passant par le point $K\binom{-2}{5}$ et de coefficient directeur 3

Indication : Placer le point K. A partir du point K, aller de 1 vers la droite et monter de 3 pour obtenir le deuxième point. Puis, en déduire le tracé de (D)

12.4. Tracer la droite (D') passant par le point $P\binom{1}{-3}$ et de coefficient directeur -4

COMPETENCES

Situation problème

SIEWE et NGONOsont deux de la classe de troisième dans votre collège. Après les cours, ils font à leurs groupes de cours de répétitions respectifs. SIEWE emprunte le chemin (1) qui est une droite (D) donc l'équationcartésienne est donnée par (D) : $3x + y = 5$ et NGONO emprunte le chemin (2) qui est une droite (D') passant par les point $A(1; -3)$ et $B\binom{-1}{3}$ sur une carte géographique.

Après les cours de répétition, les élèves SIEWE et NGONO rentre chacun chez eux en empruntant des routes différentes qui sont des lignes droites. SIEWE passe par la route (3) qui est une droite (L) passant par les points $E(0; -5)$et $F(2; -1)$.NGONO emprunte la route (4) qui est une droite (L')passant par le point $C(2; 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; -\frac{1}{2})$.

Tâche 1 : Quelle est la position relative de la droite(D) par rapport à (D') ?

Tâche 2 : Quelle est la position relative de la droite (L) par rapport à (L') ?

TRAVAUX DIRIGES SUR LES SYSTEMES D'EQUATIONS ET D'INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

I. LES SYSTEMES D'EQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1. RESOLUTION GRAPHIQUE

Méthode: a) Ecrire les équations sous la forme $y = \cdots x + \cdots$

b) Tracer dans un repère les droites définies par les équations précédentes.

c) Lire les coordonnées du point d'intersection des deux droites. Le couple de coordonnées du point constitue le couple solution du système.

Etude d'un exemple : Résolvons graphiquement le système d'équation suivant :

$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$. Posons (D) la droite d'équation $x + y = 1$ et (D') la droite d'équation $x - y = 5$.

Ainsi, (D) : $y = -x + 1$ et (D') : $y = x - 5$

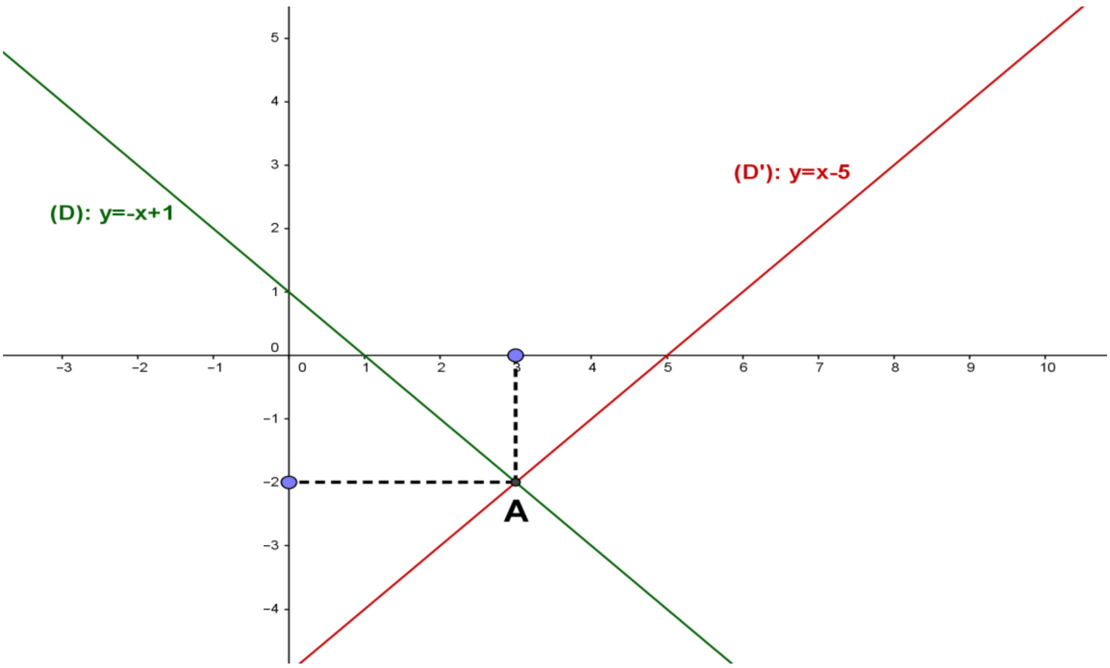
Traçons les droites (D) et (D') dans un repère orthonormé :

(D): y=-x+1

x	0	1
y	1	0

(D'): y=x-5

x	2	4
y	-3	-1



Les coordonnées du point **A** qui est le point de rencontre des droites (D) et (D'), est la solution du système. Donc $\boldsymbol{S} = \{(\mathbf{3};\ \mathbf{-2})\}$.

Exercice :

1- Choisis la bonne réponse : l'ensemble solution du système d'équations $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ est : (3 ;1) ; {3 ;1} ; {(3 ;1)}.

2- Résous graphiquement les systèmes d'équations suivants :

i)$\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 5 \end{cases}$; ii)$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$; iii)$\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 3x + y = -2 \end{cases}$; iv)$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$; v)$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$; vi)$\begin{cases} 2(x - 4) = y - 1 \\ x + 1 = 3(y + 2) \end{cases}$;

2. RESOLUTION PAR SUBSTITUTION

Méthode : a) On exprime une des deux inconnues en fonction de l'autre puis on remplace l'inconnue par cette expression dans l'autre équation.

b) On se ramène ainsi à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$.

c) Après résolution de l'équation, on replace dans l'équation de départ pour trouver la deuxième solution.

Etude d'un exemple : Résolvons par substitution le système d'équation suivant :

$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$. Posons $\begin{cases} x + y = 1 & (L) \\ x - y = 5 & (L') \end{cases}$

- ✓ Exprimons y en fonction de x dans (L) : $x + y = 1 \ \rightarrow \ y = -x + 1 \ (L1)$
- ✓ Remplaçons y par sa valeur dans (L'). on a $x - (x + 1) = 5$

$$x + x - 1 = 5 \ \rightarrow \ 2x = 5 + 1 \ \rightarrow \ x = {}^{6}/_{2} \ \rightarrow \ \boldsymbol{x = 3}$$

- ✓ Remplaçons x par sa valeur dans (L1) : $y = -3 + 1 \ \rightarrow \ \boldsymbol{y = -2}$
- ✓ Donc $\boldsymbol{S} = \{(\mathbf{3};\ \mathbf{-2})\}$

Exercice : Résous par substitution les systèmes d'équations suivants :

i)$\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 5 \end{cases}$; ii)$\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$; iii)$\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -5x + 9y = 3 \end{cases}$; iv)$\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 5x - 3y = -3 \end{cases}$;

v) $\begin{cases} -2x+y=-1 \\ 3x+y=-2 \end{cases}$; vi) $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=5 \\ \sqrt{3}x+\sqrt{2}y=3\sqrt{5} \end{cases}$; vii) $\begin{cases} 2{,}5x+0{,}7y=0{,}2 \\ 7{,}5x+2y=0{,}5 \end{cases}$

viii) $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4 \\ \frac{x}{2}-\frac{y}{2}=-2 \end{cases}$; ix) $\begin{cases} 2(x-2{,}5)=3(y+3) \\ \frac{x+4}{11}=\frac{y-2}{5} \end{cases}$

II. LES SYSTEMES D'INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

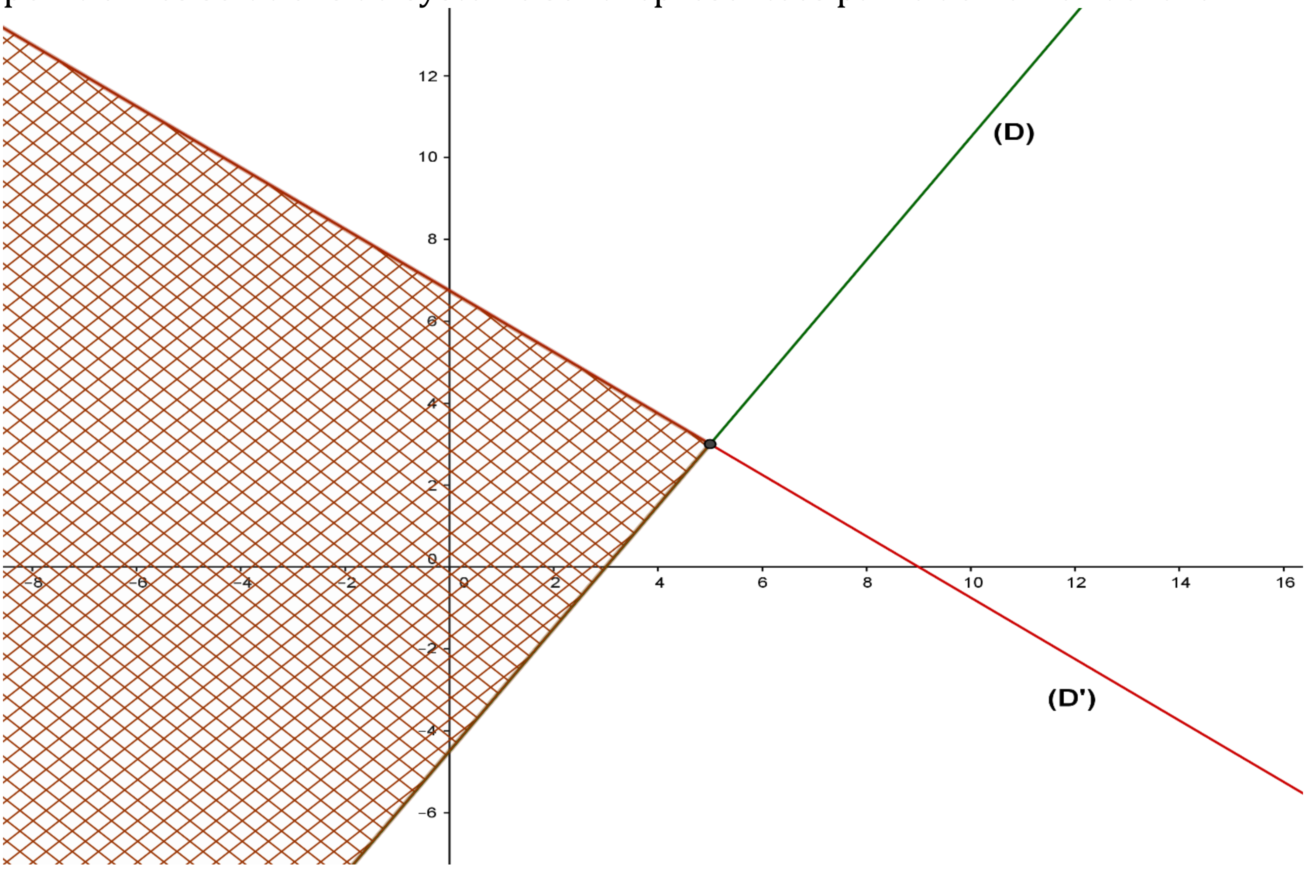
Etude d'un exemple : Résolvons le système suivant : $\begin{cases} 3x-2y-9<0 \\ 4y+3x<27 \end{cases}$.

1ère étape : Tracer la droite (D) d'équation $3x-2y-9=0$ et la droite (D') d'équation $4y+3x=27$.

2ème étape : Les coordonnées de O(0 ;0) vérifient la première inéquation car l'inégalité $3\times 0-2\times 0-9<0$ est vraie.

3ème étape : Les coordonnées de O(0 ;0) vérifient la deuxième inéquation car l'inégalité $4\times 0+3\times 0<27$ est vraie.

Donc les demi-plans qui représentent les solutions des deux inéquations du système sont respectivement les demi-plans de frontières (D) et (D') contenant le point O. Les solutions du système sont représentées par le domaine hachuré.



Exercice : Résous graphiquement les systèmes d'inéquations suivants :

i) $\begin{cases} 3x - 7y - 7 < 0 \\ 9x - 14y + 4 > 0 \end{cases}$; ii) $\begin{cases} -2x + y > -1 \\ 3x + y < -2 \end{cases}$; iii) $\begin{cases} x + y < 13 \\ x - y < 5 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} x + y < 8 \\ x - y > 2 \end{cases}$; v) $\begin{cases} 2(x-4) > y - 1 \\ x + 1 > 3(y+2) \end{cases}$;

III. ACTIVITES D'INTEGRATION

ACTIVITE1 :

Aurélien dépense 3770frs pour six croissants et deux brioches. Il lui faudrait 260frs de plus pour acheter deux croissants et six brioches.

Combien coûte chaque gâteau ?

ACTIVITE2 :

Une salle compte 400 places. Les parterres sont à 14950frs et les balcons à 11700frs. Quand le théâtre est plein, la recette est de 5 265 000frs.

Combien y a-t-il de parterres et de balcons ?

ACTIVITE3 :

a) Déterminer deux entiers sachant que leur somme est de 666 et que si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est 3 et le reste 62.
b) La différence de deux nombres est 24. Si l'on ajoute 8 à chacun des deux entiers, on obtient deux nouveaux entiers dont le plus petit est le triple du plus grand.
Quels sont ces entiers naturels ?
c) Un terrain rectangulaire a 220m de périmètre. En diminuant sa longueur de 2m et en augmentant sa largeur de 2m, son aire augmente de $16m^2$.

ACTIVITE4 :

Un groupe de personnes a réservé dans un restaurant. Toutes les tables sont identiques.

- Si les personnes sont reparties sur 5 tables, il reste 4 personnes non placées.
- Si les personnes sont réparties sur 6 tables, 2 places sont inoccupées.

Pour calculer le nombre T de places à chaque table et le nombre P de personnes du groupe, il faut résoudre le système : $\begin{cases} 5T = P - 4 \\ 6T = P + 2 \end{cases}$

ACTIVITE5 :

On a coulé un poteau en utilisant du ciment dont le sac coûte 4500frs et du fer à béton dont la barre coûte 2500frs.

Combien de sacs de ciment et de barres de fer a-t-on utilisés sachant que pour ces deux composants seulement, on a dépensé 20 000frs ?

ACTIVITE6 :

Lors de son anniversaire, Bill veut faire un cocktail de jus de fruits, composé de jus de goyaves et de jus d'ananas. Il voudrait avoir 5 litres de ce cocktail, mais il ne dispose que de 5000frs. Sachant qu'un litre de jus de goyaves coûte 600frs et un litre de jus d'ananas coûte 500frs, calculer les quantités de jus de chaque type de Bill.

ACTIVITE7 :

a- Résoudre le système : $\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$

b- Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides.
Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long.
Quelle est la longueur en mètres d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne ?

TRAVAUX DIRIGES PORTANT SUR LES STATISTIQUES

CLASSE DE 3ème

RAPPELS DE COURS

- **Population**: Ensemble des individus ou objets sur lesquels l'étude statistique est faite.
- **Caractère**: Trait, critère permettant de décrire ou différencier les individus d'une population. Il en existe deux types : quantitatif et qualitatif
- **Modalité**: valeur que peut prendre un caractère.
- **Mode** : modalité ayant le plus grand effectif.
- **Fréquence** : C'est le rapport de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

$$\boxed{f = \frac{\textbf{Effectif d'une modalité}}{\textbf{Effectif Total}}.}$$

Elle peut également être exprimée en pourcentage. On a donc :$f = \frac{\textbf{Effectif d'une modalité}}{\textbf{Effectif Total}} \times \mathbf{100.}$

- On appelle **classe**, tout intervalle de la forme $[a;\ b[$
  - **L'amplitude** de la classe $[a;\ b[$ est le nombre $b - a$
  - **Le centre** de la classe $[a;\ b[$ est le nombre $\frac{a+b}{2}$
- Lorsqu'une série est regroupée en classes de même amplitude, alors :
  - **La classe modale**est la classe ayant le plus grand effectif.
  - **La moyenne**d'une série statistique regroupée en classe est le quotient de la somme des(effectifs x centres) par l'effectif total.

    On note $\boldsymbol{moyenne} = \frac{\sum(\boldsymbol{effectif \times centre})}{\boldsymbol{effectiftotal}}$
- **La représentation du diagramme circulaire**se fait à l'aide de la mesure de l'angle au centre de chaque secteur circulaire représentant chacune des modalités. Elle est donnée par :

$\boxed{\text{Mesure=} \frac{effectif\ de\ la\ modalité}{effectif\ total} \times 360°}$ Ou encore $\boxed{\text{Mesure= fréquence} \times 360°}$

EXERCICE 1(questions de cours)

1) Définir les termes suivants : **population, caractère, modalité, classe modale**.
2) Quand dit-on qu'un caractère est : **quantitatif** ? **qualitatif** ?
3) Donner la formule permettant de calculer : **la fréquence, la moyenne, l'amplitude d'une classe$[a;\ b[$, le centre d'une classe $[a;\ b[$, la mesure d'un angle concernant le diagramme circulaire ou semi-circulaire.**

EXERCICE 2

Uneenquêteportantsurlatailleenmètresd'ungroupedepersonnesadonnélesrésultatssuivants:

1,41	1,93	1,72	1,55	1,63	1,68
1,72	1,88	1,63	1,65	1,83	1,54
1,69	1,66	1,79	1,51	1,72	1,89

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est le caractère étudié ? donner sa nature.
3) Citer les différentes modalités de cette série statistique.

4) Reproduis puis complètele tableau ci-dessous.

Classes	[1,30;1,50[	[1,50;1,70[	[1,70 ;1,90[	[1,90;2,10[
Effectifs	………	……..	…….	……

EXERCICE 3

Dans le tableauci –dessous, chaquequestion posée estsuiviedetrois propositions deréponses.Ecrirele numérodelaquestion suivi de la lettrecorrespondantàla réponsejuste.

Voici lesrésultatsobtenusaulancerdejavelotlorsd'unchampionnatd'athlétisme. Les longueurssont expriméesen mètres:36–42–37–43–38–44–32–40–44–36–46–39–40–40–41–41–45–37 –43–43–46–39–44–47–48.Onregroupeceslongueursdansdesclassesd'amplitude5etonobtientle tableau ci–dessous:

LongueurL(enmètre)	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	Total
Nombre de sportifs (effectifs)					
Fréquences(en%)					100

Q_1. Enrecopiantet en complétant letableau ci–dessus,ona:

a

LongueurL(enmètre)	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	Total
Nombre de sportifs (effectifs)	1	7	12	5	25
Fréquences(en%)	4	28	48	20	100

b

LongueurL(enmètre)	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	Total
Nombre de sportifs (effectifs)	2	4	11	3	20
Fréquences(en%)	10	20	55	15	100

LongueurL(enmètre)	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	Total
Nombre de sportifs (effectifs)	3	5	10	7	25
Fréquences(en%)	12	20	40	28	100

c

Q_2.Lalongueurmoyenned'un lancerest:
a.M=42,7 b. M=41,7 c. M=25

Q_3.Le pourcentage dessportifsayantlancéau moins à40mètresest :
a.65% b.66% c.67% d.68%

Q_4.Le caractère étudié est :
a.le lancerb.le javelotc.la longueur du lancer

Q_5.La nature du caractère étudiéeest :
a.qualitativeb.quantitativec.qualitative et quantitative.

Exercice 4

La répartition par classed'âge de joueurs en lignea donné lesrésultats ci-dessous

Ages en ans	[15;25[	[25;35[	[35 ;45[	[45;55[	[55;65[
Fréquences en%	31	17	32	15	5

Anglesen °					

1. Complète letableau
2. Représente ces données par un histogramme, puis par un diagramme circulaire.

EXERCICE 5

Intéressons-nous au tableau suivant :

Modalités	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[	Total
Effectif	17	36	32	11	4	100
Angle (°)						180
Centre						

1) Compléter le tableau
2) Construire le diagramme semi-circulaire puis le diagramme à lignes brisées (effectif en fonction du centre)

EXERCICE 6

Pour chacun des énoncés ci-dessous, 3 réponses R1, R2, R3 sont proposées. Pourchaque énoncé relève lenuméro suivi de laréponse choisie.

<table>
<tr><th>N°</th><th>Enoncé</th><th>R1</th><th>R2</th><th>R3</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Lecentre dela classe [22; 30[est</td><td>11</td><td>26</td><td>23 ,5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>Onconsidèrelasériedenotesd'élèvesreprésentée ci-dessous
<table><tr><td>Note</td><td>1 à 4</td><td>5 à 9</td><td>10 à 14</td><td>15 à 20</td></tr><tr><td>Effectif</td><td>0</td><td>9</td><td>10</td><td>6</td></tr></table>2a.Lepourcentaged'élèvesdontlesnotesvarient de 5 à 9 est :</td><td>15%</td><td>40,5%</td><td>36%</td></tr>
<tr><td>2b. La note moyenne de la série est</td><td>11,52</td><td>10</td><td>6,25</td></tr>
<tr><td>3c. La classe modalede lasérie est:</td><td>10</td><td>15 à 20</td><td>10 à 14</td></tr>
</table>

EXERCICE 7

Un agent forestier a mesuré les circonférences de certains arbres d'une parcelle de forêt. Il a notéles résultats de ses mesures dans le tableau suivants :

Circonférences en cm	[120 ; 130[	[130 ; 140[	[140 ; 150|	[150 ; 160[
Nombre d'arbre	10	15	35	20

a) Préciser la classe modale et l'amplitude des classes.
b) Trouver la fréquence en pourcentage des arbres de circonférence entre 120 et 130 cm.
c) Calculer la circonférence moyenne des arbres recensés.
d) Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

EXERCICE 8

On s'est intéressé aux âges de tous les élèves d'une classe de 3ème. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

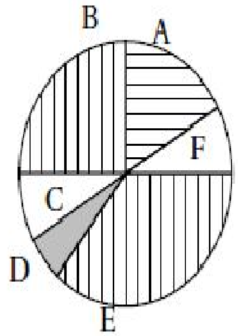
Âge	12	14	16	17	18
Nombre d'élèves	3	25	22	18	2

a) Quel est l'effectif total de cette classe ?

b) Quel est le mode de la série statistique ainsi définie ?
c) Représenter cette série dans un diagramme à bâtons.
(On prendra : 1cm pour 2 ans en abscisses ; 1 cm pour 3 élèves en ordonnées).

EXERCICE 9

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition de la population de six villages *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*. La population totale de l'ensemble des villages est 72000 habitants.



a) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en utilisant le diagramme ci-dessus :

Villages	A	B	C	D	E	F	Total
Mesure des angles au centre associés				20°		30°	360°
Effectifs de la population	12000		6000	4000		6000	72000

b) Quelle est la nature du caractère de cette série statistique ?
c) Déterminer le mode de cette série.

EXERCICE 10

On a mené une enquête auprès de 90 personnes sur la distance qui sépare leurs villages de Yaoundé. Les réponses ont été classées et regroupées dans un tableau.

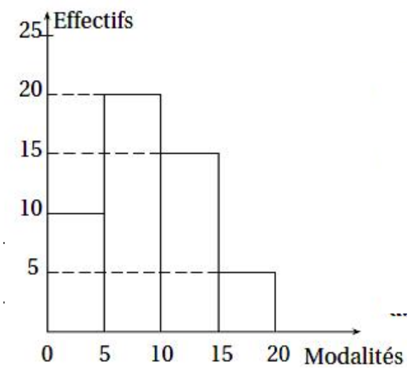
Distance en kg	[55, 60[	[60, 65[	[65, 70[	[70, 75[	[75, 80[	[85, 90[	Total
Effectifs	8		18	22	15	7	
Fréquence en %		22,22					100

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
b) Construire le diagramme à bandes des effectifs.
c) i) Quelle est la classe modale de cette série statistique ?
ii) Trouver le nombre de personnes dont le village est à plus de 75km de Yaoundé.

(Les fréquences seront arrondies à 10^{-2} près)

EXERCICE 11

Après un devoir de Mathématiques dans une classe de $3^{ième}$, le professeur construit le diagramme ci-après



a) Déterminer l'effectif total de cette classe de $3^{ième}$.
b) Dresser le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique regroupée en classes d'amplitude égale chacune à 5.
c) Quelle est la classe modale ?
d) Construire le diagramme circulaire associé à cette série statistique en indiquant les secteurs circulaires représentant les différentes classes.

EXERCICE 12

Voici lerésultat d'une enquête réalisée auprèsde250 personnes pourconnaître le temps passéquotidiennementparchacuned'ellesdevantl'écrandetélévision.

Temps en h	[0 ;1[	[1 ;2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[
Effectifs	28	66	98	43	15
Fréquences en %					

1. Reproduiset complètele tableau ci-dessus.
2. Combien depersonnes interrogéesregardent latélévision plus de3 heuresparjour ? Quel pourcentagecela représente-t-il?

3. Combien depersonnes regardentla télévisionau moins 2heures par jour ?

4. Construisl'histogramme des effectifs.

5. Calculeletempsmoyen,enheures,quepassentcespersonnesdevantl'écrandetélévision. Tuarrondirasaudixièmeprès.

EXERCICE 13

On a réparti100 personnes selon leur temps de sieste exprimé en minutes (mn).

Classes	[30; 50[	[50; 70[	[70; 90[	[90; 110[	[110; 130[
Effectifs	10	20	x	40	y

Le tempsmoyen de sieste est de 82mn.

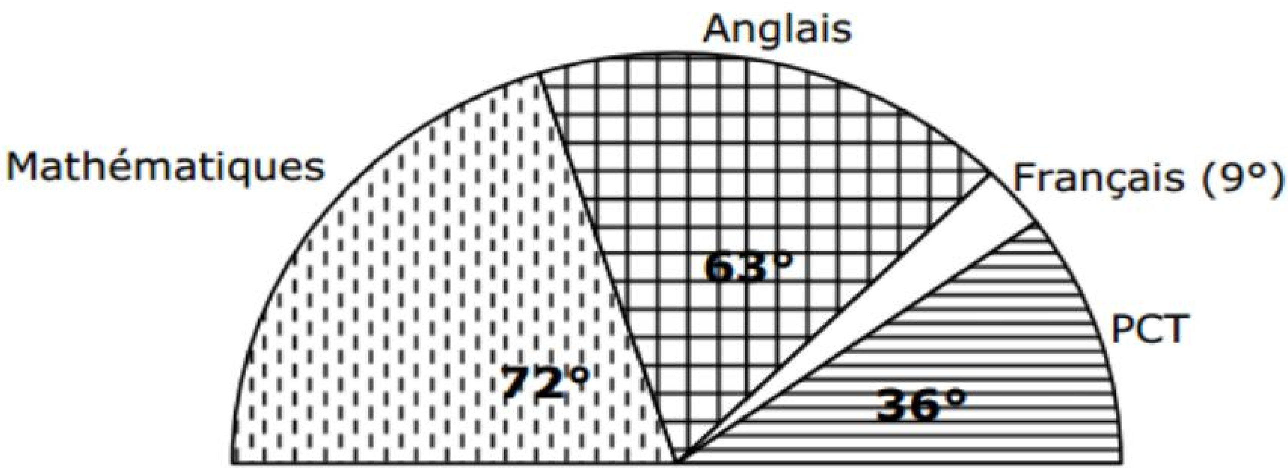
1. Reproduis puis complètele tableau ci-dessus enmettant les centres de classes.
2. Enexprimantl'effectifetlamoyenneenfonctiondexety,montrequе$x$et$y$vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 65 \end{cases}$$

3. Pourla suite,ondonne$x$=25et$y$ =5.
   a. Reprends le tableau ci-dessusen indiquant les fréquences (en%)
   b. Détermine pourcentagede personnes qui ont untemps de sieste au moins égal à70mn.

EXERCICE 14

La bibliothèque d'un lycée contient dans ses rayons 1000 livres, dont la répartition est présentée par le diagramme semi-circulaire suivant :



1) Quel est le mode de cette série statistique ?

2) Dresser le tableau des fréquences et des effectifs
3) Peux-tu calculer la moyenne de cette série statistique ?

FICHE DE TRAVAUX DIRIGÉS GPM

CHAPITRE : Homothéties

RAPPELS DE COURS :

Définition

Soit O un point du plan et k un nombre réel strictement positif. On appelle homothétie de centre O et de rapport k la transformation du plan qui, à chaque point M, associe le point M' tel que : $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$.

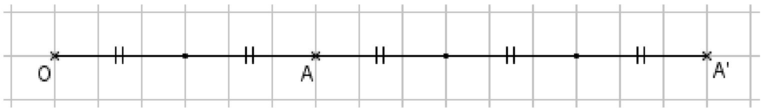
Cette relation vectorielle peut être traduite de la sorte :

i) $O; M$ et M' sont alignés.

ii) $OM' = k \times OM$ avec M et M' étant du même côté du point O.

Les éléments caractéristiques d'une homothétie sont : son rapport et son centre.

Exemple :



Sur la figure ci-dessus, O, A et A' sont alignés et du même coté que O. De plus , on a $OA' = \frac{5}{2}OA$; d'où $\overrightarrow{OA'} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OA}$. On dit que A' est l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{5}{2}$.

Propriété 1 :

Une homothétie de rapport strictement positif k.

i) Multiplie les distances par k.

ii) Multiplie les aires par k^2

Propriété 2 :

Lors d'une homothétie de rapport strictement positif k :

i) Si $k > 1$, l'homothétie est un agrandissement

ii) Si $k < 1$, l'homothétie est une réduction (on pourra illustrer par une figure)

Propriété 3 :

i) Les homothéties conservent l'allignement, le parallélisme, les angles.

ii) Les homothétie conservent la nature des figures géométriques.

Exercice 1 : Questions à choix multiples

1) Si M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport positif k alors.

a)$\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$

b) $OM = kOM'$

c) $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$

2) Une homothétie de rapport positif k :

a) Divise les longueurs par k.

b) Soustrait les longueurs par k

c) Multiplie les longueurs par k.

d) Conserve les longueurs.

3) Lorsque le rapport d'une homothétie $k > 1$, cela entraîne :

a) Une réduction

b) Aucune transformation

c) Un aggrandissement

d) Une translation

4) Lorsque le rapport d'une homothétie $k \in]0;1[$, cela entraîne :

a) Une réduction

b) Aucune transformation

c) Un aggrandissement

d) Une translation

5) Si M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport positif k alors, en terme de distances :

a) $OM' = kOM^2$

b) $OM' = 2kOM$

c) $OM' = k^2OM$

d) $OM' = kOM$

Exercice 2 : Répondre par Vrai ou Faux

1) Une homothétie de rapport k multiplie :

a) les longueurs par k.

b) les aires par k^2.

c) la mesure des angles par k

2) Une homothétie de rapport k conserve :

a) la mesure des angles.

b) les longueurs

c) le parallélisme

3) Une homothétie de rapport k conserve :

a) l'orthogonalité.

b) les aires

c) les distances

4) Si M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport strictement positif k alors :

a) $O; M$ et M' sont alignés.

b) $O; M$ et M' sont confondus

c) M et M' sont du même côté du point O.

d) $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont de sens contraires.

<u>Exercice 3</u> :

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 2$ et $AD = 4$. O un point du plan. Les points $A'; B'; C'; D'$ images respectifs des points A ; B ; C ; et D par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.

1) Sans représenter la figure, calcule les longueurs $A'B'$ et $A'D'$. Détermine alors l'aire du rectangle $A'B'C'D'$.

2) Quelle propriété du cours retrouves-tu ?

Est-ce un aggrandissement ou une réduction ?

<u>Exercice 4</u> :

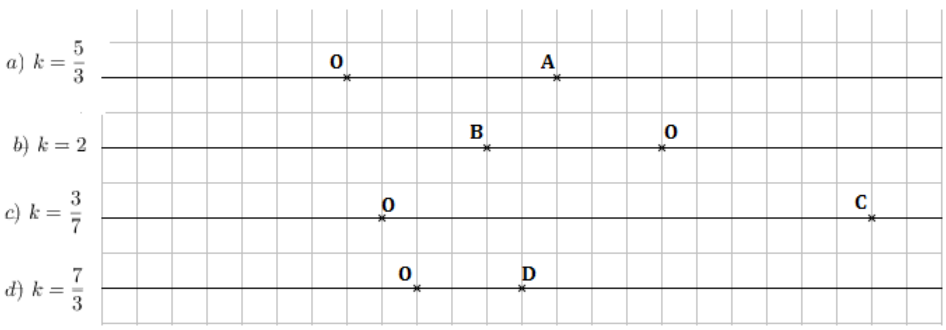
ABC est un triangle isocèle rectangle en A tel que $AB = 3$. O un point du plan. $A'B'C'$ l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $2,5$.

1) Détermine en justifiant, les mesures des angles du triangle ABC puis celles de $A'B'C'$

2) Détermine l'aire de ABC puis l'aire de $A'B'C'$.

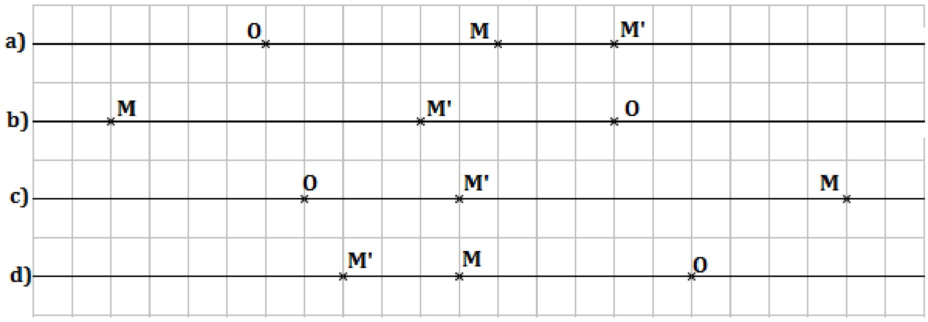
<u>Exercice 5</u> :

Observe les figures suivantes et construis les points $A'; B'; C'$ et D', images respectifs des points $A; B; C$ et D par l'homothétie de centre O et de rapport :



<u>Exercice 6</u> :

Détermine le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme M en M', puis détermine s'il s'agit d'une réduction ou d'un aggrandissement.



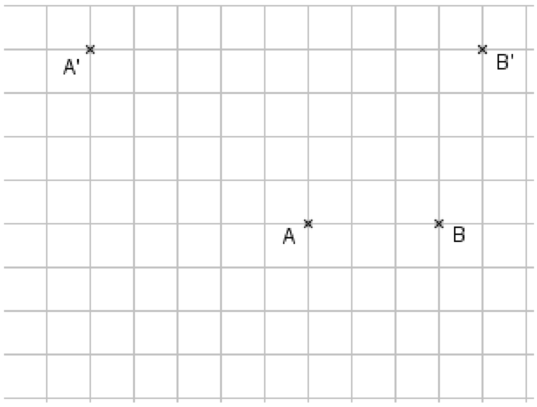
Exercice 7 :

Sur la figure ci-dessous, le segment $[A'B']$ est l'image du segment $[AB]$ par une homothétie de rapport positif.

1) Quel est le rapport de cette homothétie ? S'agit-il d'un aggrandissement ou d'une réduction ?

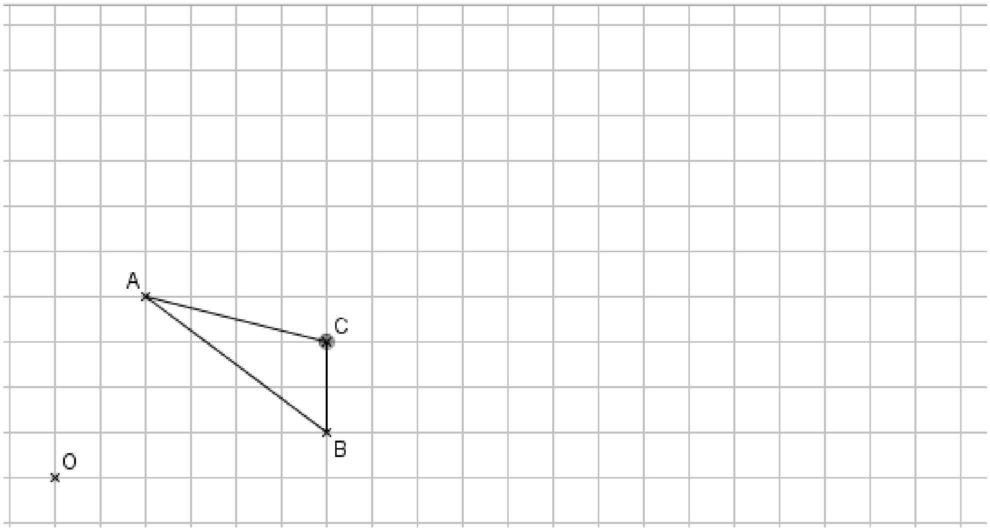
2) Construis son centre.

Indication : On rappelle que si M' est l'image de M par l'homothétie de centre O alors, O ; M et M' sont alignés.



Exercice 8 :

Sur la figure ci-dessous, construis l'image du triangle ABC par l'homothetie de centre O et de rapport 2.



Exercice 9 :

ABC est un triangle tel que $AB = 3cm$; $AC = 4cm$ et $BC = 6cm$.

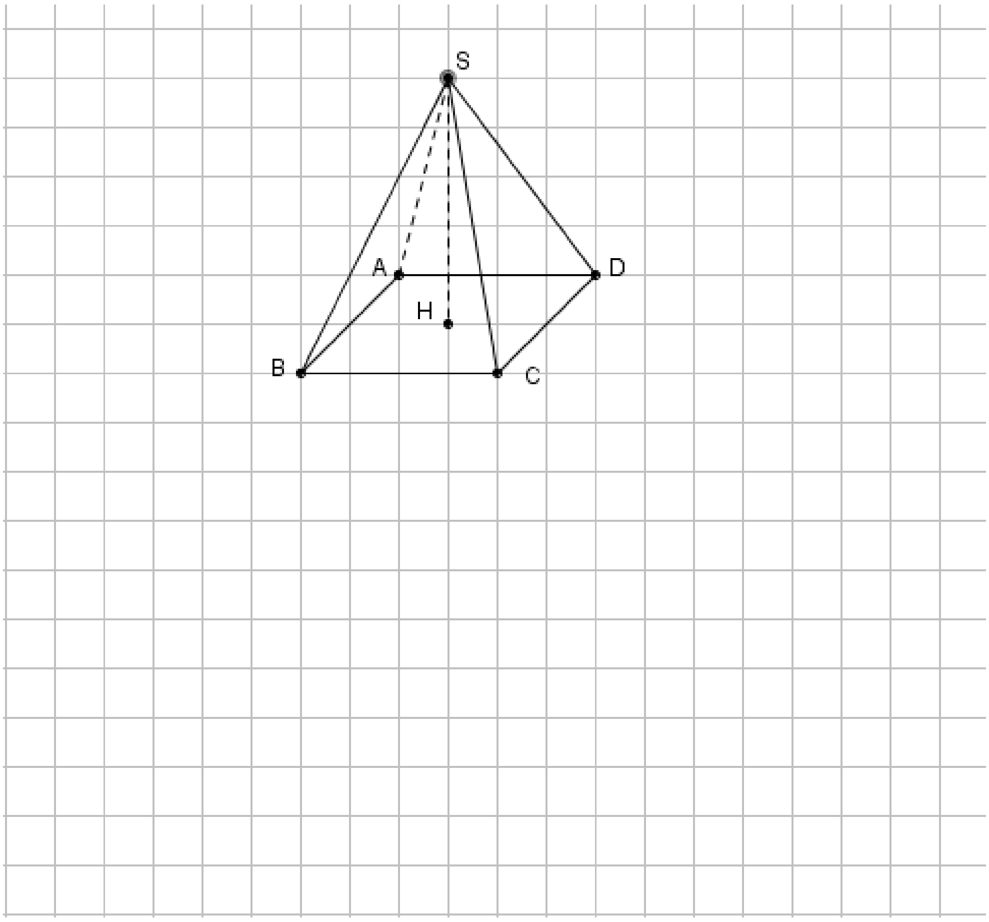
1) Construis le triangle ABC puis, les points M et N, images respectives des points B et C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{3}{4}$.

2) Démontre que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 10 :

$SABCD$ est une pyramide régulière de base un carré de coté 2cm.

1) Construis $A'; B'; C'; D'$ et H', images respectives des points $A; B; C; D$ et H par l'homothétie de centre S et de rapport 2,5.



2) Quelle est la nature de la figure $SA'B'C'D'$?

3) Calcule le volume du solide $ABCDA'B'C'D'$.

Exercice 11 :

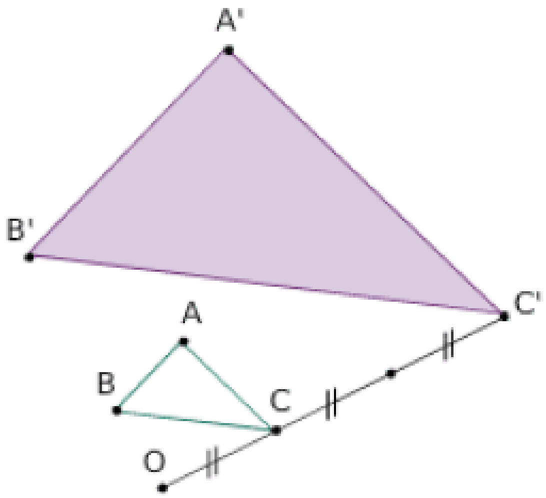
Sur la figure suivante, ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6cm$ et $AC = 8cm$. $A'B'C'$ est l'image de ABC par une homothétie de centre O.

1) Détermine en justifiant, le rapport de cette homothétie.

2)Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$?

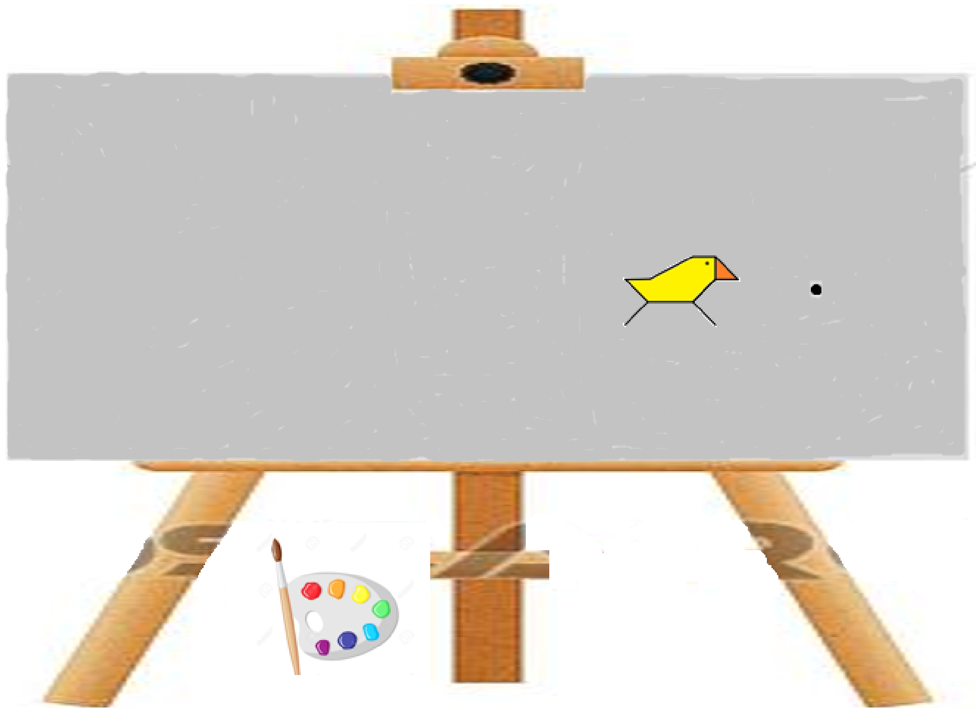
3)Calcule le périmètre puis l'aire du triangle ABC.

4) Déduis-en le périmètre puis l'aire du triangle $A'B'C'$.



Exercice 11 :

Observe la toile de peinture suivante.



Pour terminer sa mosaïque, un artiste doit ajouter une poule qui se doit d'être la replique aggrandie, du poussin qui se trouve déja sur la toile. Pour que cela soit très précis, son cousin lui demande de représenter la poule comme étant l'image du poussin par une homothétie de rapport 4 et de centre : la graine se trouvant juste en face du poussin. On suppose que le corps du poussin(jaune) a une aire de $120cm^2$ et son bec (marron) a une aire de $30cm^2$. Il faut $10ml$ de peinture jaune pour peindre le corps du poussin et $3ml$ de peinture marron pour peindre son bec. $1ml$ de peinture jaune coûte 300F et $1ml$ de peinture marron coûte 250F.

1) Aide l'artiste à terminer sa toile

2) Quel est l'aire du corps de la poule et celui de son bec ?

3) Combien l'artiste doit dépenser pour peindre la poule ?

QUELQUES RAPPELS

Définitions :

- On considère deux nombres réels a et b. On appelle application affine toute correspondance qui, à tout nombre réel noté x, associe le nombre réel ax+b (a est le coefficient et b le terme constant).

  L'application affine f est définie par f(x)= ax+b

Exemple1 : f(x) = -4x+10 $g(x) = \sqrt{5}x - 9$

- Si le nombre b est nul alors on parle d'application linéaire de coefficient a

Exemple2 : k(x)=2x

Remarque : Pour tout nombre réel y, il existe un unique nombre réel x tel que y=f(x)

- Le nombre f(x) est l'image de x par l'application f. x est l'antécédent de f(x) par l'application f

Exemple : Dans l'exemple1, f(0)= -4(0)+10=10. On dit que l'image de 0 par f est 10 ; ou encore 0 est l'antécédent de 10 par f.

Propriétés de linéarité :

- Soit f une application linéaire. u et v deux nombres.

f(u+v) = f(u) + f(v) *f(ku) = kf(u)*

Sens de variation : soit f l'application affine définie par f(x) = ax+b

- f est croissante si son coefficient a est positif
- f est décroissante si son coefficient a est négatif
- f est constante si son coefficient a est nul (égal à zéro)

Représentation :

- La représentation graphique de l'application affine f(x) = ax+b est la droite d'équation y = ax+b. Pour la représenter, il suffit de faire une table de valeurs. Cette représentation graphique est une droite. Dans le cas d'une application linéaire, la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

FICHE DE TD

Exercice 1

Répond par vrai ou faux

L'application ... est une fonction	linéaire	affine	constante
$f(x) = 5x+ 2$			
$g(x) = 3x^2$			
$h(x) = 5x$			
$i(x) = 7 + 2x–7$			
$l(x) = 6(4x–2)$			
$k(x) = 6$			
$m(x) = 6x+ 5 –6x$			

Exercice 2

Soit l'application linéaire f telle que $f(x) = -4x$.

a) Quelle est l'image de 3 par f ?
b) Quelle est l'image de -5par f ?
c) Calculer f(6,5).
d) Quel nombre a pour image -16?
e) Quel est l'antécédent de 20?
f) Précise le coefficient directeur et le sens de variation de cette application linéaire

Exercice 3

Soit l'application affine f telle que $f(x) = 5x+ 2$.

a) Quelle est l'image de 3 par f ?
b) Quelle est l'image de -6 par f ?
c) Calcule f(-10)
d) Quel est l'antécédent de 22 ?
e) Quel nombre a pour image -28 ?
f) Précise le coefficient directeur et le sens de variation de cette application affine

Exercice 4

1) Entoure la bonne réponse

L'application linéaire f tel que $f(5) = 20$ est définie par :

a) $f(x) = -2x$ b) $f(x) = 4x$ c) $f(x) = 20x +5$

2) Déterminer l'application linéaire g tel que:
$g(-3) = -15$

Exercice 5

Déterminer les applications affines f, g tels que:

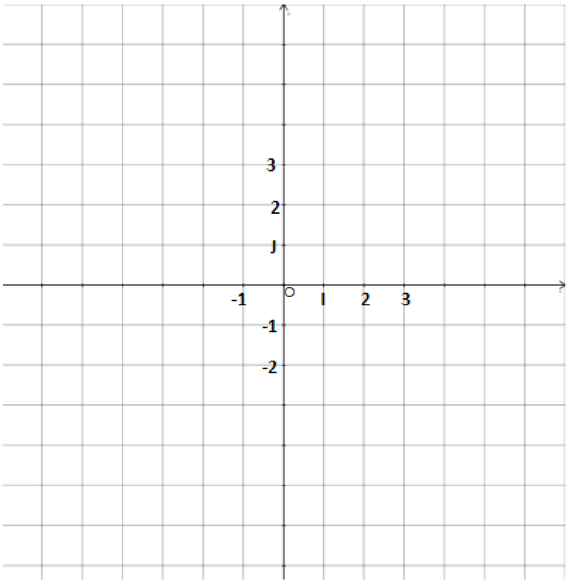
a) $f(3) = 1$ et $f(5) = 9$.

b) $g(3) = 9$ et $g(-2) = -11$

Exercice 6

Représenter graphiquement les applications linéaires et affines suivantes:

$f(x) = 3x$ $g(x) = -2x + 1$ $h(x) = 6x - 2$



Exercice 8

Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 000frs. Sur un site Internet, cette même cartouche coûte 10 000frs, avec des frais de livraison fixes de 40000frs quelque soit le nombre de cartouches achetées.

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en frs		75		
Prix à payer par Internet en frs		90		

2) Le nombre de cartouches achetées est noté x.
   a. On note PA le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer PA en fonction de x.
   b. On note PB le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet. Exprimer PB en fonction de x.
3) Dans un repère orthogonal (on choisira les unités de longueur soi-même !) tracer les droites (d) et (d') définies par :
   (d) représente l'application $f(x) = 15000x$;
   (d') représente l'application
   $g(x) = 10000x + 40000$.
4) En utilisant le graphique précédent :
   a) Déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches. Vous laisserez apparents les traits de constructions.

b) Kameni dispose de 80 000 pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur internet ? Vous laisserez apparents les traits de constructions.

5) A partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse

Exercice 9

Un gérant de cybercafé propose à ses clients deux types d'options:
Option 1: 150 F l'heure de connexion internet avec un abonnement mensuel de 3000 F;
Option 2: 350 F l'heure de connexion sans abonnement.

1) Une personne a effectué une connexion mensuelle de x heures. On note P1(x) et P2(x) les prix en francs correspondant respectivement aux options 1 et 2.
Exprime P1(x) et P2(x) en fonction de x.
2) Dans un repère orthogonal (O, I, J) construis les représentations graphiques de P1et P2.
On prendra: 1cm pour 1000F sur l'axe des ordonnées Puis 1cm pour 2heures sur l'axe des abscisses
3) a. Détermine graphiquement sur quel intervalle l'option 1 est plus avantageuse que l'option 2.
b. Retrouve le résultat par un calcul.
4) Au bout de combien de temps de connexion deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix?
5) Quelle est l'option la plus avantageuse pour 5 h de connexion?

Exercice 10

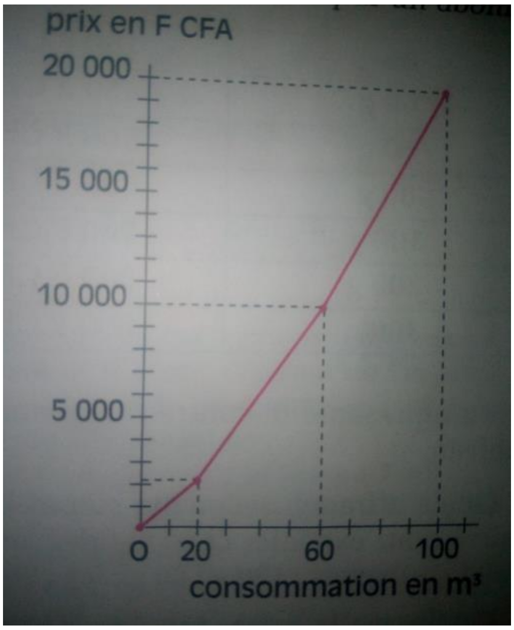
Pour établir la consommation d'eau au Bénin, une société le tarif suvant :

Tranches	Du 1^{er} au 20^{e} m^3	Du 21^{e} au 60^{e} m^3	Au-delà du 61^{e} m^3
Prix en m^3	115F	196F	248F

On désigne par g l'application qui, à la quantité x d'eau (en m^3) consommée par un abonné associe le prix g(x) à payer (hors taxes).

Ci-dessous la représentation graphique de l'application g.

1) Détermine l'expression g(x) selon que x appartienne à [0 ;20], à]20 ;60] ou à]60 ; $\rightarrow$ [
2)
   a) La consommation d'un abonné est $95m^3$. utilise le graphique pour estimer la somme à payer (hors taxes). NB : on laissera apparaitre les de construction
   b) Calcule la somme exacte hors taxes
3)
   a) Une consommation d'eau correspond à une facturation hors taxes de 5362F. Utilise le graphique pour estimer la quantité d'eau facturée.
   b) Calcule la quantité exacte.


prix en F CFA
20 000
15 000
10 000
5 000
O
20
60
100
consommation en m³

MODULE 15 : CONFIGURATIONS ET TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DU PLAN

CHAPITRE 10 : COORDONNEES D'UN VECTEUR

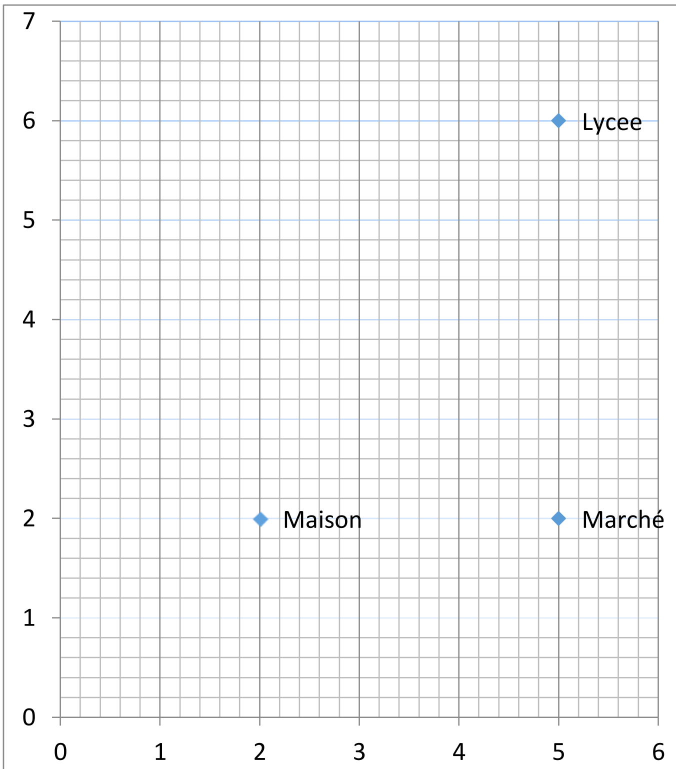
LECON 1 : COORDONNEES D'UN VECTEUR

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- **Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B**
- **Calculer les coordonnées d'un des points A, B connaissant les coordonnées de l'autre point et celle du vecteur $\overrightarrow{AB}$**
- **Déterminer les coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs, du vecteur $k\vec{u}$**

MOTIVATION : La notion de coordonnées d'un vecteur intervient dans la navigation aérienne et maritime et beaucoup dans l'application de la physique mécanique (force, quantité de mouvement, vitesse, accélération…)

SITUATION PROBLEME



Quadrillage du GPS du téléphone de Bouba à partir d'un point hors de sa mison

Le GPS (système de positionnement par satellites) du téléphone de Babou indique que sa maison est située à 5 km de son nouveau Lycée ne pouvant pas voler comme un oiseau il est obligé de contourner par le marché.

On rappelle ici que l'unité de longueur est le kilomètre.

Le quadrillage ci-contre représente l'image du GPS du téléphone de Babou à partir d'un point hors de sa maison.

Quelle distance Babou pourra-t-il parcourir de sa maison pour atteindre le point de contournement (Marché) ? Ensuite la distance marché-Lycée ?

NB : faire Photocopier le quadrillage aux élèves une semaine avant la leçon.

PREREQUIS :

1- Quel est le couple coordonné des points M et N tels que $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{ON} + 3\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) on donne les points $A(2\,;-2)$ $B(-2\,;3)$

a-) Construire le repère orthonormé (O, I, J)

b-) Déterminer les coordonnées des points O, I et J

c-) Placer les points A et B dans ce repère.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

ACTIVITE 1

2-) Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J), placer les points $A(1\,;2)$ $B(5\,;3)$ $C(-2\,;-1)$

a) Lire les coordonnées du vecteur$\overrightarrow{AB}$.

b-) Calculer $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$. Quelle remarque peut-on faire ?

c)Placer le point D tel que$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. Recopier et compléter avec deux nombres : $x_D = x_C + \cdots$

Et $y_D = y_C + \cdots$ En déduire que le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $(x_D - x_C;\ y_D - y_c)$ et que le point Da pour coordonnés $(x_C + x_{AB};\ y_c + y_{AB})$

Conclusion sur les questions a et b : *Nous admettrons que les coordonnées d'un vecteur sont égales à :*

- *Abscisse de" l'extrémité » moins abscisse de « l'origine » (première coordonnée)*
- *Ordonnée de « l'extrémité » moins ordonnée de « l'origine »(seconde coordonnée)*

Tirer également une conclusion sur la question c par rapport aux coordonnées du point D

ACTIVITE 2

1- Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J). On donne un point $A(-2; 1)$.

a-) Construire le point B tel qu'on ait $\overrightarrow{AB}(3; 2)$Indicatifs : On sait que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$ marque un point C tel que :$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{OI}$ un point B tel que $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{OJ}$

b-) Complète l'égalité vectorielle par le point qui convient $\overrightarrow{\ldots B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{\ldots B}$

2- Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne $\overrightarrow{AB}(2; -5)$ $\overrightarrow{CD}(3; -1)$ $\overrightarrow{EF}(1; 4)$. Quel est le couple de coordonnées de chacun des vecteurs somme : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EF}$.

3- Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{OI} + 6\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$

a-) Factoriser $3\overrightarrow{OI} + 6\overrightarrow{OJ}$ et compléter les égalités suivantes par le nombre qui convient $\overrightarrow{OM} = \cdots \overrightarrow{ON}$; $\overrightarrow{ON} = \cdots \overrightarrow{OM}$

b-) Quel est le couple de coordonnées du vecteur tel que $\overrightarrow{OK} = -2\overrightarrow{ON}$?

RESUME

a-) COORDONNEES D'UN VECTEUR CONNAISSANT LES COORDONNEES DE DEUX POINTS A ET B

Dans le plan muni d'un repère, soit deux points A et B de coordonnées $(x_A;\ y_A)$ et $(x_B; y_B)$. Alors, le vecteur $\overrightarrow{AB}$

A pour coordonnées : $x_B - x_A;\ \ y_B - y_A)$

Exemple soit les points $M(-5; 1)$ et $N(-2; 3)$ $\overrightarrow{MN}(\dots ; \dots)$ on contrôle aussi graphiquement

b-) Le plan est muni d'un repère (O, I, J) $A, B, A'\, et\, B'$ sont des points du plan.

Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $et\ \overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, alors $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

Exemple : calculer la somme des vecteurs $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{EF}\binom{3}{-2}$ $\overrightarrow{CD}\binom{-3}{2}$

c-) COORDONNEES DU PRODUIT D'UN VECTUER PAR UN NOMBRE

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). A et B sont des points du plan, k est un nombre réel.

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)$ alors $k\overrightarrow{AB}(kx; ky)$

Exemple $\overrightarrow{AB}(-3; 2)$ $k = -2$ $k\overrightarrow{AB}(\dots ; \dots)$

EXERCICE D'APPLICATION

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les points $A(2\,;3)$ $B(4\,;9)$ $C(3\,;1)$ $D(2\,;\,-1)$

a-) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$

b-) Démontre que $\overrightarrow{CD} = (\frac{-1}{2})\overrightarrow{AB}$

c-) Calculer la somme vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

d-) En supposant que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ déterminer les coordonnées du point E

Résolution situation problème

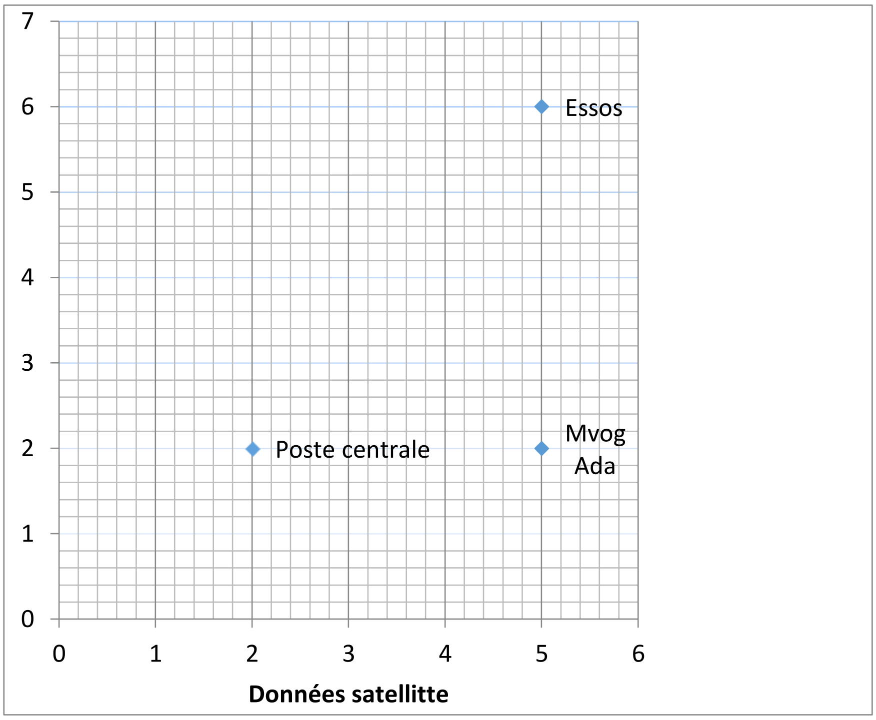
LECON 2 CALCULS DANS UN REPERE

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES :

- Justifier que deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sont : Colinéaires, orthogonaux.
- Calculer la distance entre deux points donnés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

MOTIVATION : Les calculs dans un repère intervienne dans la navigation aérienne et maritime et beaucoup dans l'application de la physique mécanique (force, quantité de mouvement, vitesse, accélération…) cette leçon donne les outils nécessaires pour pouvoir le faire aisément

SITUATION PROBLEME



Les données satellitaires sont données par le quadrillage graphique ci-contre l'unité graphique est le kilomètre.

Déterminer la vitesse moyenne du trajet d'un cycliste lorsqu'il fait 30 minutes Essos-Poste centrale.

PREREQUIS :

1- Le plan est muni d'un repère (O, I, J) On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}(2; 4)$ $\overrightarrow{CD}(1.2)$ traduire le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en fonction $\overrightarrow{AB}$ que peut-on dire de ces deux vecteurs ?

2-) ABC est un triangle rectangle en B on donne AB= 4 et BC= 3 calculer AC Quel est la position relative entre la droite (AB) et la droite (BC).

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

ACTIVITE 1

Le plan est muni d'un repère(O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{MN}(2; 4)$ $\overrightarrow{OP}(1; 2)$

1- Construire les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$ dans le repère

2- A l'aide des instruments à dessin Justifier que les droites (MN) et (OP) sont parallèles

3- Justifier le calcul $2 \times 2 - 4 \times 1$ est égal à zéro (qui correspond au développement de $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$)

4-Plus généralement $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ont la même direction équivaut à $xy' - x'y = 0$ vérifier si les vecteurs suivants ont la même direction $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ACTIVITE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$

1- Construire ces vecteurs dans un repère

2- A l'aide des instruments vérifier que (CD) et (EF) sont perpendiculaires

3- vérifier que $4 \times (-3) + 2 \times 6$ est égal à zéro

4- Plus généralement $\overrightarrow{MN}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{x'}{y'}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$ soient $\overrightarrow{MN}\binom{2}{-3}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{6}{4}$

Vérifier si ces vecteurs sont orthogonaux

ACTIVITE 3

1- Dans un repère(O, I, J), placer dans chacun des cas les points A et B puis le milieu M de $[AB]$

a- $A\binom{2}{4}$ et $B\binom{3}{5}$ Recopier et compléter le tableau ci-dessous une conjecture s'impose laquelle ?

b- $A\binom{-1}{2}$ et $B\binom{5}{2}$

	Par lecture		Par calcul	
	x_M	y_M	$\frac{1}{2}(x_A + x_B)$	$\frac{1}{2}(y_A + y_B)$
a				
b				

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé(O, I, J) on donne les points $A(1; 2)$ $B(5; 4)$ et $C(5; 2)$

On veut calculer la distance AB pour cela, C est le point ayant la même abscisse que A et la même ordonnée que B

a- placer les points $A, B et$ C dans le repère

b- Déterminer AC et BC et dans le triangle ABC rectangle en C, Calculer AB avec la propriété de Pythagore

c- Plus généralement $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ on donne les points A $\binom{2}{4}$ et $B\binom{3}{5}$, calculer la distance AB

RESUME

a-) Vecteurs colinéaires

Le plan est muni d'un repère $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{A'B'}\binom{x'}{y'}$ sont colinéaires équivaut à $xy' - x'y = 0$

Exemple vérifier si les vecteurs suivants ont la même direction $\overrightarrow{EF}\binom{3}{-2}$ $\overrightarrow{CD}\binom{-3}{2}$

b-) Vecteur orthogonaux

Le plan est muni d'un repère $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{A'B'}\binom{x'}{y'}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$

Exemple $\overrightarrow{MN}\binom{2}{-3}$ et $\overrightarrow{OP}\binom{6}{4}$ Vérifier si ces vecteurs sont orthogonaux

c-) Coordonnées du milieu d'un segment

Le plan est muni d'un repère K est le milieu du segment $[AB]$ si $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;\ y_B)$ alors

$K\left(\frac{1}{2}(x_A + x_B); \frac{1}{2}(y_A + y_B)\right)$

Exemple on donne les points $A(1;2)$ $B(5;4)$ calculer les coordonnées de I milieu du segment $[AB]$

d-) Distance de deux points

Le plan est muni d'un repère A et B sont des points du plan si $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;\ y_B)$ alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple calculer la distance BC $B(5;4)et\ C(5;2)$

EXERCICES D'APPLICATION

EXERCICE 1

Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), Placer les points :
$A(-1\,;2)\ B(5\,;3)\ \ C(3\,;0) et\ D(-3\,;-1)$

1- Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2- Soit E le point tel que $ACED$ est un parallélogramme. Démontrer que

a-) Les coordonnées du point E sont $(1;\ -3)$

b-) Le point C est le milieu du segment$[BE]$

EXERCICE 2

Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), on donne les points $A(-2;-2)$ $B(-4;4)$ et $D(4;0)$ K est le milieu de $[BD]$ et C le symétrique de D par rapport à K

Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

Résolution de la situation problème

CHAPITRE : POLYGONES REGULIERS

Définition :

Un polygone régulier est polygone qui a ses cotés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

Si un polygone est régulier, alors il est inscriptible dans un cercle. Le centre du cercle est appelé centre du polygone.

Si un polygone régulierpossède n côtés, alors la mesure de chaque angle au centre interceptant un côtédu polygone est égal à $\frac{360^0}{n}$.

Exemple :

Nombre de côtés	Polygone régulier	Angle au centre
3	Triangle équilatéral	$360^0 \div 3 = 120^0$
4	Carré	$360^0 \div 4 = 90^0$
5	Pentagone régulier	$360^0 \div 5 = 72^0$
6	Hexagone régulier	$360^0 \div 3 = 60^0$
7	Heptagone régulier	$360^0 \div 7 = 51{,}42^0$
8	Octogone régulier	$360^0 \div 8 = 45^0$
9	Ennéagone régulier	$360^0 \div 9 = 40^0$
10	Décagone régulier	$360^0 \div 10 = 36^0$

Exercice :

1) Construis un octogone régulier ABCDEFGH.

2) En déduire un carré et deux rectangles.

ANGLES INSCRITS

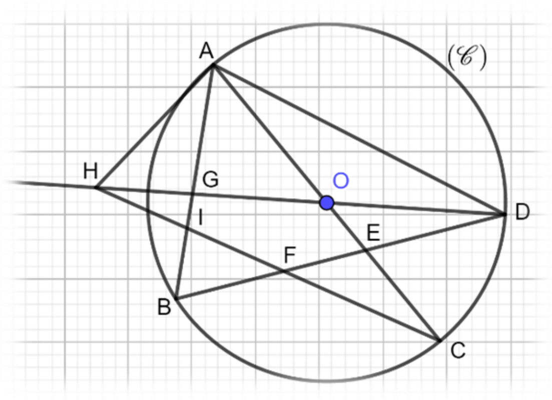
Travaux dirigés de la classe de troisième

21 MAI 2020

PAR NGANDI MICHEL

Reconnaitre un angle inscrit

Exercice 1



La figure ci-contre représente un cercle ($\mathcal{C}$) de centre O. Les points D, O, G et H sont alignés.

*On rappelle qu'un **angle inscrit** dans un cercle est un angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle en des points distincts du sommet.*

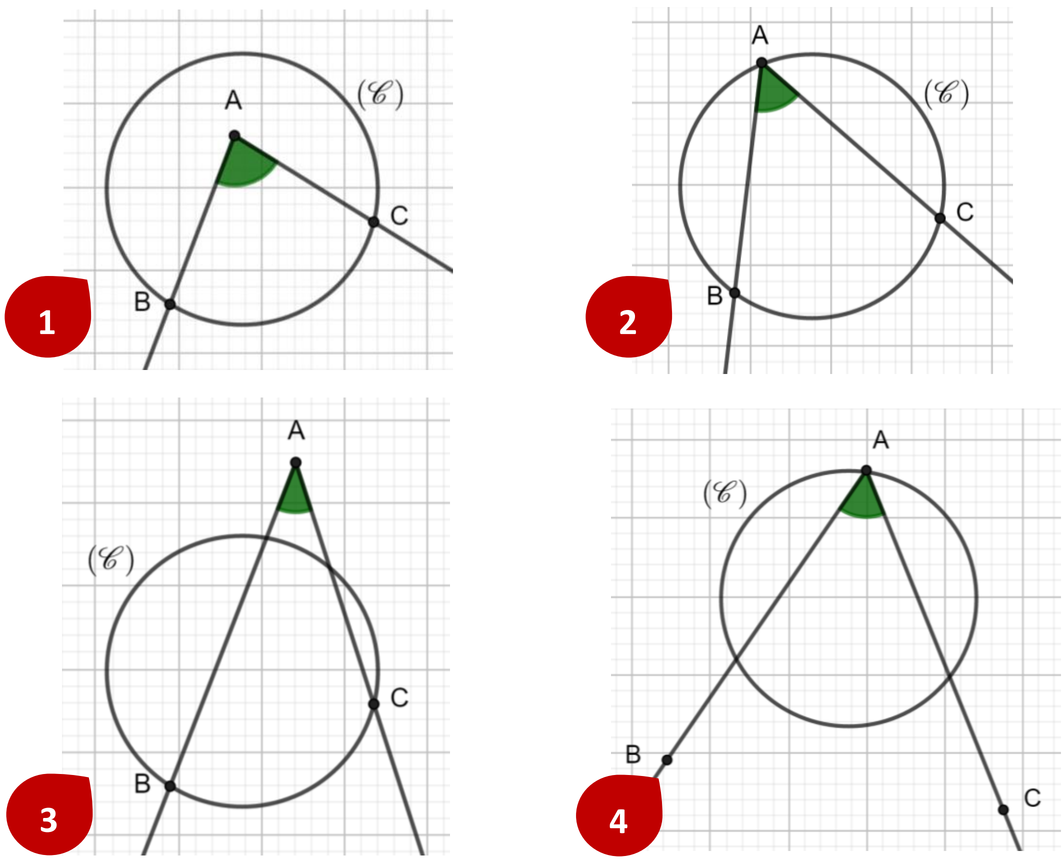
Les angles cités ci-après sont-ils des angles inscrits dans le cercle ($\mathcal{C}$) ?

Justifie chaque réponse.

a. $\widehat{ABD}$ **b.** $\widehat{DBA}$ **c.** $\widehat{CED}$ **d.** $\widehat{AHC}$ **e.** $\widehat{AOD}$ **f.** $\widehat{ACH}$

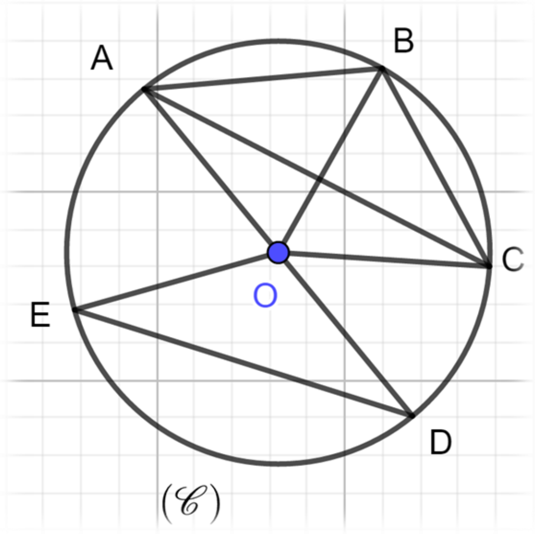
Exercice 2

Pour chacune des quatre figures ci-dessous, $\widehat{BAC}$ est-il un angle inscrit dans le cercle ($\mathcal{C}$) ?



Reconnaitre un angle inscrit

Exercice 3



La figure ci-contre représente un cercle ($\mathcal{C}$) de centre O.

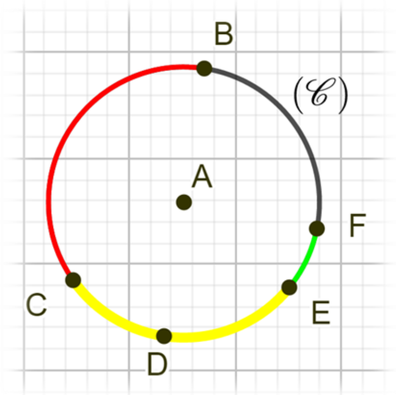
*On rappelle qu'un **angle au centre** du cercle ($\mathcal{C}$) est un angle dont le sommet est le centre du cercle ($\mathcal{C}$).*

Les angles cités ci-après sont-ils des angles au centre dans ce cercle ?

a. $\widehat{EOD}$ **b.** $\widehat{OAB}$ **c.** $\widehat{AOC}$ **d.** $\widehat{DOC}$ **e.** $\widehat{BAC}$ **f.** $\widehat{BOE}$

Reconnaitre un arc intercepté

Exercice 4



La figure ci-dessous représente un cercle ($\mathcal{C}$) de centre A.

Cite trois (03) angles inscrits au cercle ($\mathcal{C}$) qui interceptent :

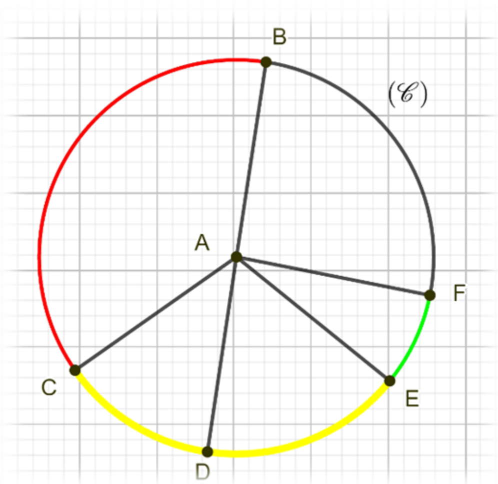
1- l'arc $\widehat{BC}$ est représenté en rouge ;
2- l'arc $\widehat{CE}$ représenté en jaune ;
3- l'arc $\widehat{EF}$ représenté en vert

Exercice 5

La figure ci-dessous représente un cercle ($\mathcal{C}$) de centre A.

Répond par **vrai** ou **faux** :

1- L'angle au centre $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\widehat{BC}$.
2- L'angle au centre $\widehat{EAD}$ intercepte l'arc $\widehat{EF}$.
3- L'angle $\widehat{ABF}$ est un angle au centre qui intercepte l'arc $\widehat{BF}$.
4- L'angle au centre $\widehat{CAD}$ intercepte l'arc $\widehat{CE}$.



5- L'angle $\widehat{CAF}$ est un angle au centre qui intercepte l'arc $\widehat{CF}$.

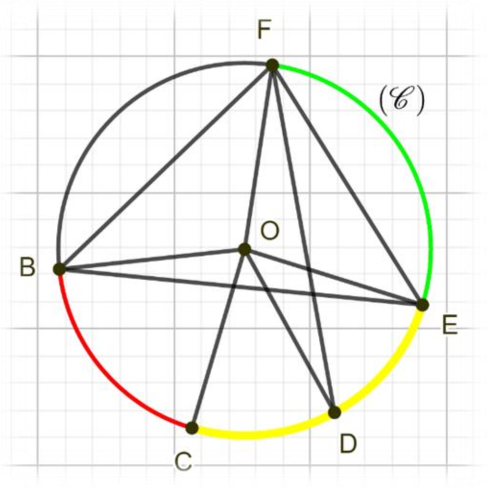
6- L'angle $\widehat{BAE}$ est un angle au centre qui intercepte l'arc $\widehat{BF}$ et l'arc $\widehat{FE}$.

Reconnaitre un angle au centre et ses angles inscrits associés

Exercice 6

La figure ci-dessous représente un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.

A l'aide d'une flèche, relie l'angle au centre à l'angle associé qui lui correspond.



Angle au centre	Associé à	**L'angle inscrit**
$\widehat{BOF}$		$\widehat{FBE}$
$\widehat{FOE}$		$\widehat{BFE}$
$\widehat{BOE}$		$\widehat{BEF}$

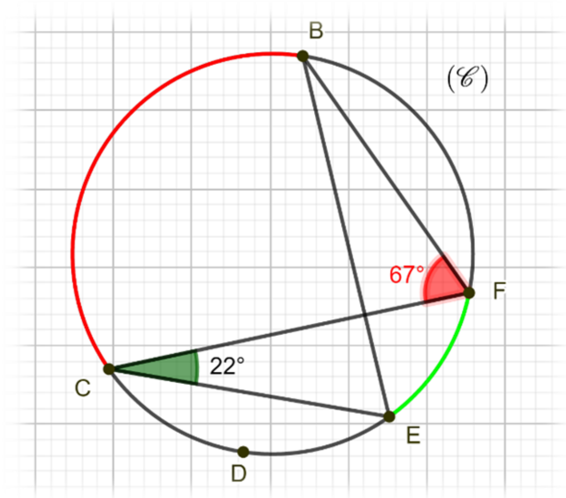
Utiliser les propriétés des angles inscrits

Justifier une égalité angulaire - déterminer la mesure d'un angle.

*On rappelle la propriété suivante : Si deux angles sont **inscrits dans un même cercle** et s'ils **interceptent le même arc**, alors ils ont la même mesure.*

Exercice 7

B, C, D, E et F sont cinq (05) points distincts d'un cercle $(\mathcal{C})$.



1- On veut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CEB}$.

a) Parmi les arcs suivants, lequel est intercepté par l'angle $\widehat{CEB}$: $\widehat{CB}$, $\widehat{CE}$ ou $\widehat{EF}$?

b) Parmi les arcs suivants, lequel est intercepté par l'angle $\widehat{BFC}$: $\widehat{CB}$, $\widehat{CE}$ ou $\widehat{EF}$?

c) Justifie que les angles $\widehat{CEB}$ et $\widehat{BFC}$ ont la même mesure.

d) Détermine alors la mesure de l'angle $\widehat{CEB}$.

2- On veut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EBF}$.

a) Justifie que les angles $\widehat{ECF}$ et $\widehat{EBF}$ ont la même mesure.

b) Détermine alors la mesure de l'angle $\widehat{EBF}$.

3- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$, puis celle l'angle $\widehat{CDB}$

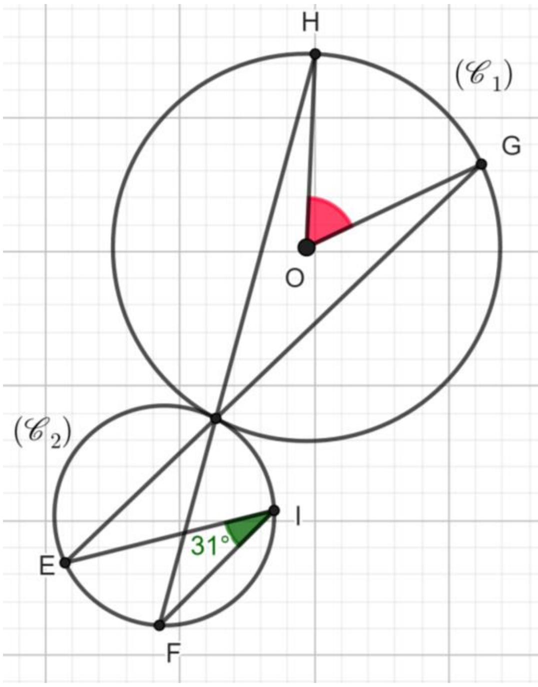
Déterminer la mesure d'un angle.

Exercice 8

Sur la figure ci-contre, les droites (EG) et (FH) se coupent en C, point d'intersection des cercles $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$. Le point O est le centre du cercle $(\mathcal{C}_1)$.

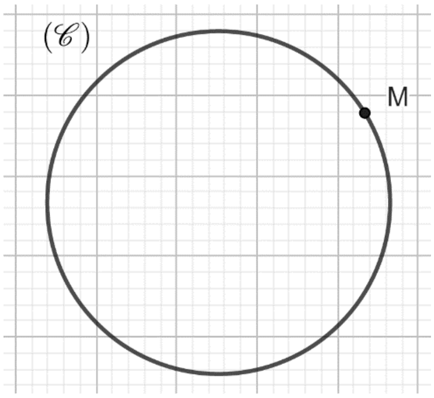
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{NOB}$. Justifie ta démarche.

On rappelle que deux angles opposés par un même sommet ont la même mesure.



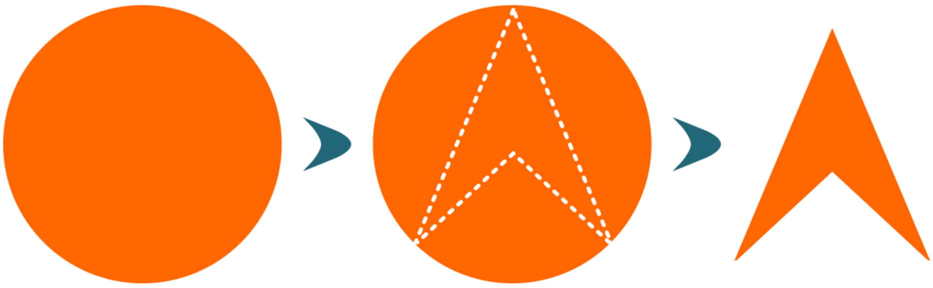
Activité

I- $(\mathcal{C})$ est un cercle est M un point de ce cercle.

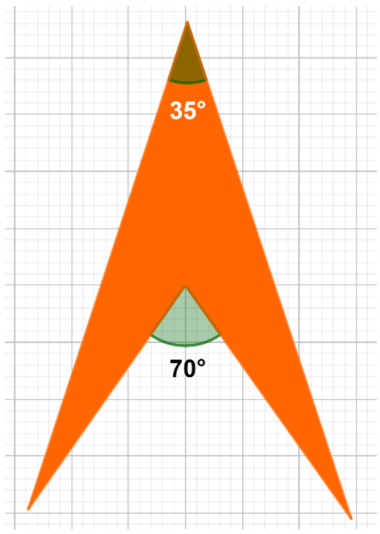


1. Construis deux points B et C sur le cercle tels que mes $\widehat{BMC} = 35°$.
   Note que les points B et C partagent le cercle en deux arcs de cercle : un grand arc cercle noté $\overset{\frown}{BC}$ et un petit arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$
2. Construis la médiatrice $(\mathcal{D})$ du segment BC.
3. La médiatrice $(\mathcal{D})$ rencontre le grand arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$ en A. Place le point A, puis calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
4. Quelle est la nature du triangle ABC ?
5. Construis le point O, point d'intersection des médiatrices des segments [AB] et [AC]. Que représente le point O pour le cercle $(\mathcal{C})$?
6. Justifie que l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 70°.
7. Hachure l'intérieur du polygone ABOC.

II- Tony est un couturier. Il a découpé un morceau de tissu en forme de cercle pour un client. Malheureusement, le client a changé d'avis ; il aimerait que Tony découpe ce morceau de tissu de manière à prendre la forme d'un polygone comme expliqué sur l'image ci-dessous.



Pour aider Tony à réaliser ce travail, le client a réalisé la figure ci-contre qui présente les caractéristiques du tissu découpé qu'il souhaite obtenir.
Peux-tu expliquer à Tony comment il pourrait découper très précisément le morceau de tissu qu'Erik lui a remis ?



PYRAMIDES ET CÔNES

EXAMINATEUR : *Nzouekeu Mbitkeu Patrice*

On rappelle que :

Éléments métriques d'un cône de révolution

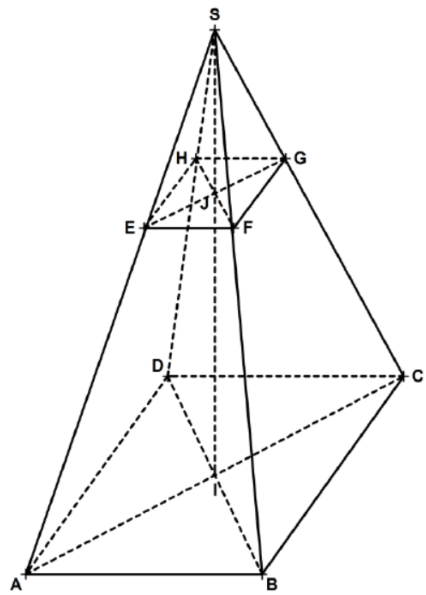
1. `Volume` : $V = \frac{1}{3} \times A_{base} \times hauteur = \frac{\pi r^2 h}{3}$
2. `Aire latérale` : $A = A_{base} + A_{secteurcirculaire} = \pi r^2 + \pi g r$

Où r désigne le rayon du cercle de base et g la longueur de la génératrice.

Éléments métriques d'une pyramide

1. `Volume` : $V = \frac{1}{3} \times A_{base} \times hauteur$
2. L'aire latérale d'un solide est la somme des aires de toutes les faces latérales du solide.
   `Aire latérale` : $A_l = A_{facelaterale}$×Nombre de face latérale

Propriété

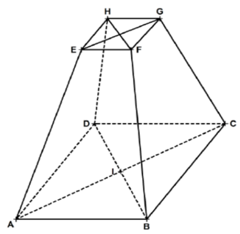


1. La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que la base et dont les supports des cotes sont parallèles à ceux de la base.
2. Lorsqu'on coupe une pyramide par un plan parallèle à sa base, on obtient une réduction de la pyramide et un tronc de pyramide. Si les **longueurs** sont multipliées par k, alors les **aires** sont multipliées par k^2 et les **volumes** par k^3. si l'échelle de réduction est le réel k on a :

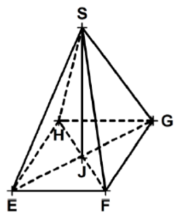
$$k = \frac{\text{coté de la pyramide reduite}}{\text{coté homologue de la pyramide}},$$

$$k^2 = \frac{\text{aire de la pyramide reduite}}{\text{aire homologue de la pyramide}}$$

$$k^3 = \frac{\text{volume de la pyramide reduite}}{\text{volume de la pyramide}}.$$



TRONC DE PYRAMIDE



PYRAMIDE REDUITE

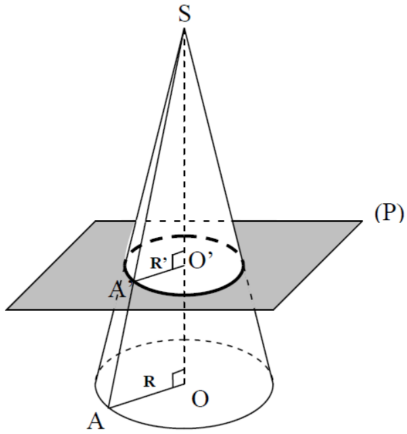
Pour une section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base avec k étant l'échelle de réduction on a :

$$k = \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{SG}{SC} = \frac{SH}{SD} = \frac{SJ}{SI} = \frac{HG}{DC} = \frac{JF}{IB}$$

- si $k > 1$, on dit qu'il s'agit un agrandissement ;
- si $k < 1$, on dit qu'il s'agit d'une réduction.

Propriété

1. La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle.
2. Lorsqu'on coupe un cône par un plan parallèle à sa base, on obtient une réduction du cône de révolution et un tronc de cône. Si les **longueurs** sont multipliées par k, alors les **aires** sont multipliées par k^2 et les **volumes** par k^3. si l'échelle de réduction est le réel k on a :



$$k = \frac{\text{coté du cône reduit}}{\text{coté homologue du cône}},$$
$$k^2 = \frac{\text{aire du cône reduit}}{\text{aire homologue du cône}}$$
$$k^3 = \frac{\text{volume du cône reduit}}{\text{volume du cône}}.$$

Pour une section du cône par un plan parallèle à sa base avec k étant l'échelle de réduction on a :

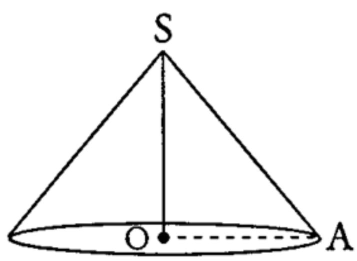
$$k = \frac{SA'}{SA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{A'O'}{AO}$$

- si $k > 1$, on dit qu'il s'agit un agrandissement ;
- si $k < 1$, on dit qu'il s'agit d'une réduction.

Partie A : Calcul d'aires et de volumes

Exercice 1. *()*

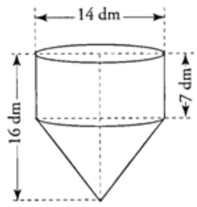
La figure ci-contre représente un cône de hauteur $SO = 20$ cm et de base le cercle de rayon $OA = 15$ cm.



1. *Calculer, en cm^3, le volume de ce cône ; on donnera la valeur exacte sous la forme $k\pi$ (k étant un nombre entier).*
2. *Montrer que $SA = 25$ cm.*
3. *L'aire latérale de ce cône est donnée par la formule $\pi \times R \times SA$ (R désignant le rayon de la base). Calculer, en cm^2, cette aire ; on donnera la valeur exacte sous la forme $n\pi$ (n étant un nombre entier), puis une valeur arrondie à 10^{-1} près.*

Exercice 2. *()*

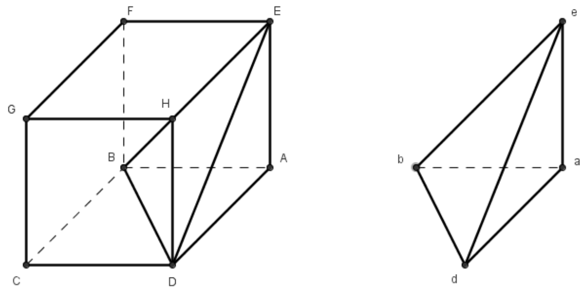
Un réservoir d'eau est formé d'une partie cylindrique et d'une partie conique.



1. *Donner, en* dm^3*, le volume exact de la partie cylindrique en utilisant le nombre* π.
2. *Donner, en* dm^3*, le volume exact de la partie conique en utilisant le nombre* π.
3. *Donner le volume exact du réservoir, puis sa valeur arrondie à* $1 dm^3$ *près.*
4. *Ce réservoir peut-il contenir* 1000 *litres ? Justifier la réponse.*

Exercice 3. *()*

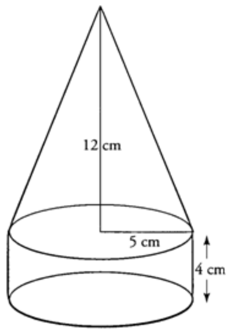
Dans un cube de bois $ABCDEFGH$ *de* 10 *cm d'arête, on découpe la pyramide* $ABDE$.



1. (a) *Quelle est la nature du triangle* EBD *?*
   (b) *Calculer* ED.
   (c) *Calculer l'aire du triangle* EBD.
2. *Calculer le volume de la pyramide* $ABDE$.

Exercice 4. *()*

L'objet ci-contre est constitué d'un cylindre et d'un cône de révolution ayant une base commune dont le rayon mesure 5 *cm. La hauteur du cône mesure* 12 *cm, celle du cylindre mesure* 4 *cm. On désigne par* V_1 *le volume du cône, par* V_2 *le volume du cylindre, et* V_T *est le volume total de l'objet.*

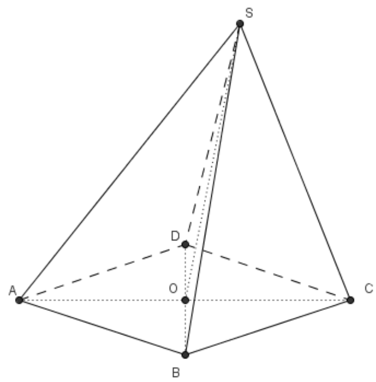


1. *Calculer les valeurs exactes de* V_1 *et* V_2*. Vérifier que* $V_1 = V_2$.
2. *En déduire la valeur exacte du volume total* V_T *puis en donner une valeur arrondie au* cm^3.

PARTIE B : RÉDUCTION D'UN CÔNE OU D'UNE PYRAMIDE

Exercice 5. *()*

$SABCD$ *est une pyramide régulière de base carrée telle que* $AB = 6$ *cm et de volume* $V = 72$ cm^3.

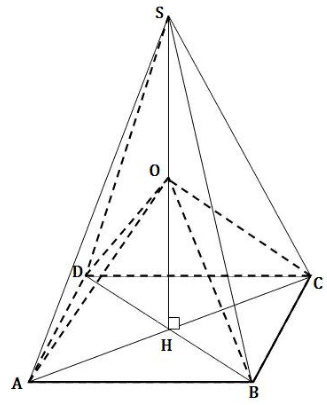


1. *Calculer la hauteur de cette pyramide.*
2. *On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base.*
   (a) *Déterminer le volume* V_1 *de la pyramide réduite sachant que le rapport de la réduction est* $k = \frac{1}{3}$.
   (b) *En déduire le volume* V_2 *du tronc de pyramide.*

Exercice 6. *()*

On considère la pyramide $SABCD$ à base carrée. On note $[SH]$ sa hauteur, $AB = 6$ cm et $SH = 8$ cm.

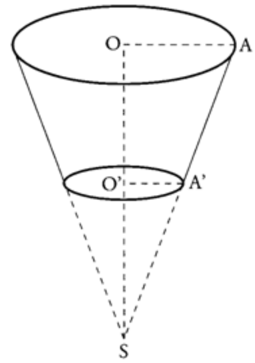
1. *Montrer que $AH = 3\sqrt{2}$ et calculer AS.*
2. *Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.*
3. *Soit le point de $[SH]$ tel que $SO = 6$ cm. On crée ainsi une deuxième pyramide régulière $OABCD$ à base carrée. Calculer le volume de la partie comprise entre les deux pyramide $SABCD$ et $OABCD$.*



Exercice 7. *()*

Un pot à fleurs a la forme d'un tronc de cône. Ses deux disques de base ont 10 cm et 20 cm de rayon,($O'A' = 10$ cm et $OA = 20$ cm). La distance entre leurs centres O et O' est 30 cm. Sur la figure (OA) et $(O'A')$ sont parallèles.

1. *Montrer que $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$*
2. *Montrer que $SO = 60$ cm.*
3. *Calculer le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre O.*
4. *Calculer le volume du pot.*
   On ne demande pas de refaire une figure.



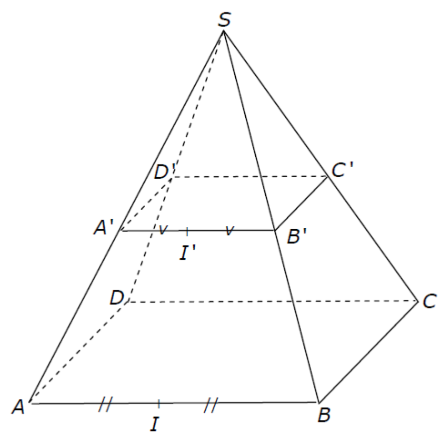
Exercice 8. *()*

L'unité de longueur est le cm. On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles :

- ♣ *$SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré $ABCD$;*
- ♣ *Un plan parallèle au plan de base coupe le segment $[AS]$ en A' ;*
- ♣ *I est le milieu de $[AB]$,*

On donne $AB = 6$; $\frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}$; $SI = 6$ et $SI' = 2$.

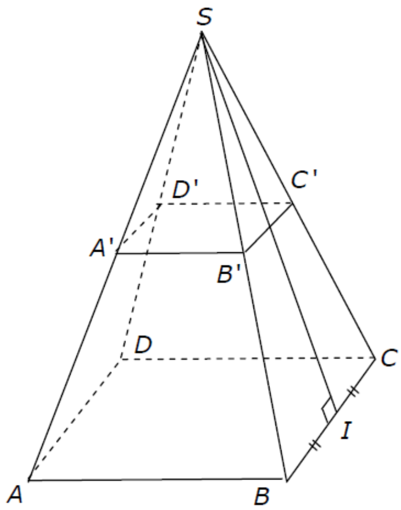
1. *Justifie que $A'B' = 2$.*
2. *Justifie que l'aire latérale de la pyramide $SA'B'C'D'$ est égale à $8\ cm^2$.*
3. *Calcule l'aire latérale du tronc de pyramide.*



Exercice 9. *()*

L'unité de longueur est le centimètre. On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie. Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs :

- ♣ *$SABCD$ est une pyramide régulière de base le carré $ABCD$;*
- ♣ *La section de cette pyramide par un plan parallèle au plan (ABC) est le carré $A'B'C'D'$;*
- ♣ *Le point I est le milieu du segment $[BC]$ et les droites (SI) et (BC) sont perpendiculaires.*



On donne $AB = 4$; $A'B' = 2$; $SI = 4\sqrt{2}$ et $SB = 6$.

1. *Justifie que $SB' = 3$.*
2. *Justifie que l'aire latérale de la pyramide $SABCD$ est $32\sqrt{2}$ cm^2. Calcule une valeur approchée de l'aire latérale du tronc de pyramide $ABCDA'B'C'D'$ (On prendra $\sqrt{2} \simeq 1,4$).*
3. *Calcule l'aire latérale de la petite pyramide $SA'B'C'D'$.*

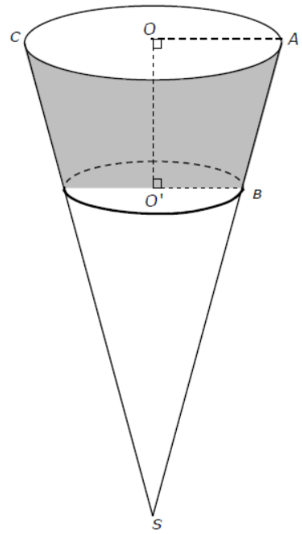
Exercice 10. *()*

L'unité de mesure est le cm. On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie. Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :

♣ *$OABO'$ est un trapèze de bases $[OA]$ et $[O'B]$;*

♣ *$(OO') \perp (OA)$;*

♣ *$OA = 5$; $O'B = \frac{10}{3}$; $OO' = 4$.*



En faisant tourner à grande vitesse autour de la droite (OO'), le trapeze $OABO'$, on obtient le tronc du cone de sommet S et de base le disque de rayon $[OA]$. On donne $SA = 13$ et $\pi \approx 3,14$.

1. *Justifie que $SB = \frac{26}{3}$.*
2. *Sachant que l'aire latérale de ce cône est $201,5$ cm^2, calcule l'aire latérale du tronc de cône obtenu.*

ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : [10 points]

A la plage, Kana s'amuse à mettre du sable dans un récipient en forme de cône dont le rayon de base est 10 cm et la hauteur 24 cm. Le sable occupe un cône C_1 de hauteur $KT = 12$ cm (figure 1). Son ami Messi a plutôt une pyramide régulière à base carré dont la diagonale a une longueur de 20 cm et de même hauteur que le cône de Kana. Les deux amis décident de se fabriquer un abat-jour. Pour cela Messi insère sa pyramide dans le grand cône de kana, les deux sommets sont donc confondus. En coupant alors ce nouvel assemblage par un plan parallèle à la base du cône et passant par le point K, ils obtiennent leur abat-jour (figure 2). Pour pouvoir utiliser leur abat-jour, ils décident de mettre dans l'espace compris entre les deux troncs (cône et pyramide) une patte isolante. Cette patte provient d'une essence rare de *bois africain dont le prix est de* 5 *francs le* cm^3. *(On prendra pour les calculs* $\pi \simeq 3,14$*)*

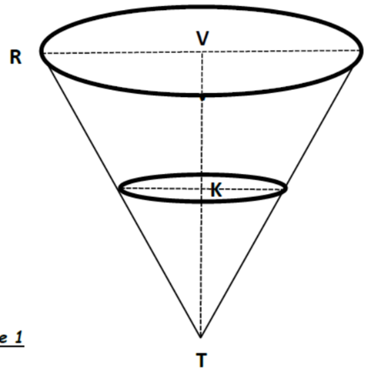


Figure 1

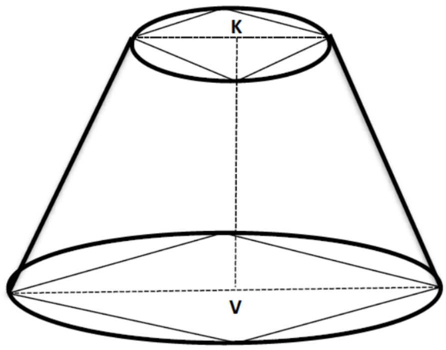


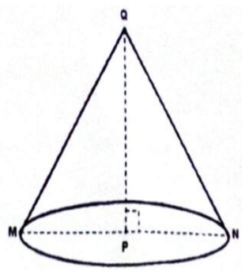
Figure 2

Tâches

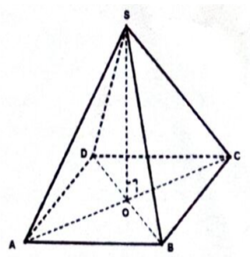
1. *Déterminer la masse de sable contenu dans ce récipient sachant que* $1cm^3$ *de sable pèse* $1,5$ *g.*
2. *Pour que l'insertion de la pyramide dans le cône se fasse sans souffrance, il ne faut pas que la différence entre les aires de base des deux solides excède* $100cm^2$.
   Les deux amis ont-ils souffert ?
3. *Calculer le prix total de la patte isolante.*

ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : [10 points]

Sur la demande d'une mairie, un technicien doit réaliser un ouvrage d'art entièrement en béton à un carrefour. La mairie doit choisir entre un modèle A ayant la forme d'un cône de révolution de hauteur 6 *mètres et dont le disque de base a un diamètre égal à* 4 *mètres et un modèle B ayant la forme d'une pyramide régulière de hauteur égale à* 6 *mètres et dont la base est un carré de côté* 4 *mètres. Pour les travaux de peinture l'on utilisera une peinture valant 2500 francs par* m^2. *La mairie voisine a réalisé un ouvrage d'art de forme conique dont la base a un diamètre égal à* 6 *mètres et dont une génératrice* $[QN]$ *est égale à* 5 *mètres.*



Modèle A



Modèle B

Tâches

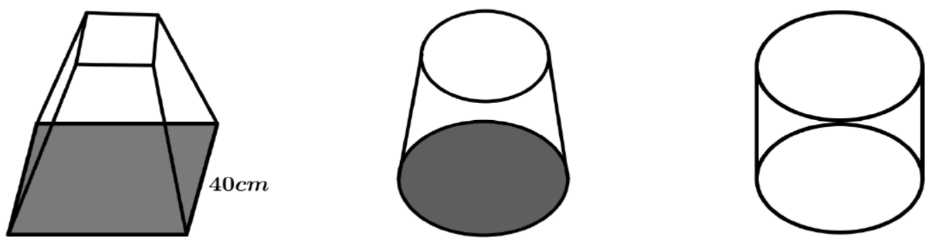
1. *Calculer la dépense pour l'achat de la peinture si la mairie choisi de réaliser un ouvrage d'art de forme conique (du modèle A).*

2. *Calculer la dépense pour l'achat de la peinture si la mairie choisi de réaliser un ouvrage d'art de forme pyramidale (du modèle B).*
3. *Calculer la dépense pour l'achat de la peinture si la mairie veut réaliser un ouvrage d'art identique à celui de la mairie voisine.(On prendra $\pi = 3,14$)*

ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : [10 points]

Pour la cérémonie de la journée mondiale des mathématiques dans le monde, un Maire souhaite peindre trois types de sièges en béton ayant des formes géométriques. Le premier type (type A) est obtenu en sectionnant une pyramide régulière de base carré, de hauteur 1 *m et d'apothème (hauteur d'un triangle formant une face latérale)* $1,02$ *m. Le deuxième type (type B) est obtenu en sectionnant un cône de révolution de hauteur* 1 *m dont la base a un diamètre de* 40 *cm. Le troisième type (type B) a la forme d'un cylindre dont la base a pour rayon* 20 *cm. La peinture utilisée pour peindre ces trois types de sièges coûte* 2500 *francs le* m^2.

N.B : *Toutes les faces sont peintes sauf celle de base.*



Type A Type B Type C

Les trois types ont pour hauteur : h = 50 cm

Tâches

1. *Quel est le coût de peinture utilisé pour peindre un siège de type A ?*
2. *Quel est le coût de peinture utilisé pour peindre un siège de type B ?*
3. *Quel est le coût de peinture utilisé pour peindre un siège de type C ?*