

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Instructions : Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision de raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie (règle, équerre,...) est autorisée.

Partie A : Evaluations des ces ressources

Exercice 1 : 3 points

Soit g la fonction définie par $g(x) = 2\cos x - \frac{1}{2} \cos(2x)$ et (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

- Démontrer que g est paire et périodique de période 2π
 - En déduire un intervalle d'étude D_E de la fonction g
- Démontrer que pour tout réel x , $g'(x) = \sin x(-1 + 2\cos x)$
- Dresser le tableau de variation de g sur D_E
- Construire soigneusement (C_g) sur $\left[-\frac{7\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$

Exercice 2 : 5 points

Partie 1 :

- les notes de mathématiques de 200 élèves ont été enregistrées dans le tableau ci-dessous.

Notes	$[0,5[$	$[5,9[$	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,17[$
Fréquence(en %)	20	x	10	30	y

- Déterminer x et y sachant que la moyenne des notes de cette série est $\bar{x} = 9,75$.
- Déterminer la valeur exacte de la médiane de cette série.
- Calculer la variance et l'écart-type de la série des notes.
- Le professeur décide d'ajouter deux points à tous ces élèves en raison de leur participation au cours.

Quelle est la moyenne et la variance de la nouvelle série des notes obtenues ?

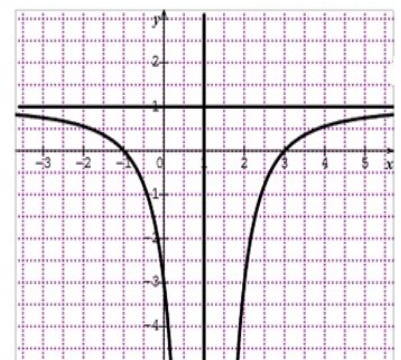
Partie 2 :

- Résoudre dans \mathbb{N} l'équation $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + n = -20$
- Dans une entreprise, on dénombre 30 secrétaires : 20 parlent le chinois, 18 parlent l'anglais et 12 parlent le chinois et l'anglais. Déterminer le nombre de secrétaires qui ne parlent aucune des deux langues
- On introduit dans une urne des boules indiscernables au toucher et numérotées parmi lesquelles six boules portent le nombre 1, cinq boules portent le nombre -1 et 4 boules portent le nombre $\sqrt{3}$. On tire successivement sans remise trois boules de cette urne. On désigne par a le nombre porté par la première boule tirée, par b le nombre porté par la deuxième boule tirée et par c le nombre porté par la troisième boule tirée. On forme ainsi l'équation (E) : $a\cos x + b\sin x = c$
 - Combien d'équation peut – on former ?
 - De combien de manières peut – on former les équations qui admettent pour ensemble solution $\left\{0; \frac{\pi}{2}\right\}$

Exercice 3 : 4,5 points

Soit f une fonction et f' sa dérivée donc sa courbe représentative (C') ci – contre est donnée.

- Dresser le tableau de variation de f
- Etudier les variations de f



3. On pose $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. La courbe (C) de f passe par A(-1 ; 1) et admet le point K(1 ; 5) comme centre de symétrie.
 - a) Déterminer $f(-1)$ et $f(3)$
 - b) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a, b et c .
 - c) Déterminer les réels a, b et c
 - d) Dresser le tableau de variation de f
 - e) Construire avec soins la courbe (C) de f
4. Déterminer graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre et le signe de l'équation $x^2 - (m-3)x + 1 = 0$

Exercice 4 : 3 points

ABCD est un carré de centre O tel que $AB = 6$ cm et $\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = \frac{\pi}{2}$

1. Déterminer $g = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$
2. Soit r la rotation qui transforme D en C et B en A
 - a) Donner le centre et l'angle de r
 - b) Déterminer en justifiant l'image [AD] par r
3. Soit h l'ensemble des points M du plan tel que $h(M) = M' \Leftrightarrow 4\overrightarrow{M'O} = 2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{DM}$
 - a) Montrer h est une homothétie que l'on précisera le centre et le rapport
 - b) Construire les points I et J tels que $h(C) = I$ et $h(B) = J$
 - c) Soit Q un point de [BC]. Montrer que $Q' = h(Q)$ appartient à [IJ]
4. On pose $f = r \circ h$
 - a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f
 - b) Construire les points L et K image de A et B par f
 - c) Calculer l'aire du quadrilatère IJKL

Partie B : Evaluations des compétences (4,5 points)

Monsieur POUGA, pour rejoindre son lieu de service, parcourt avec sa moto une distance de 180 km en huit heures et il parcourt à chaque heure 3 km de moins que l'heure précédente.

Monsieur POUGA nouvellement affecté et voulant se rapprocher de son lieu de travail, décide de louer un appartement. Après maintes recherches il trouve finalement deux appartements dans le même immeuble. Le propriétaire du dit immeuble lui pose les conditions suivantes :

➤ **Appartement 1** : 50 000 FCFA par mois le 1^{er} janvier de l'année 2000 et le prix du loyer mensuel de l'année suivante augmente chaque année de 3% du prix du loyer mensuel de l'année précédente.

➤ **Appartement 2** : 50 000 FCFA le 1^{er} janvier de l'année 2000 et le prix du loyer mensuel de l'année suivante augmente chaque année de 3000 FCA par rapport au prix du loyer mensuel de l'année précédente.

Un problème d'adduction en eau potable s'étant posé, le propriétaire du dit immeuble veut faire creuser un forage. Le technicien en charge du dit projet lui fait l'offre suivante :

Le premier mètre coûte 500 FCFA, le deuxième mètre coûte 600 FCFA, le troisième mètre coûte 700 FCFA et ainsi de suite, en augmentant de 100 FCFA à chaque mètre.

- 1- Combien de kilomètres monsieur POUGA a-t-il parcouru chaque heure ?
- 2- Quelle profondeur (en nombre entier de mètres) pourrait-on atteindre si l'on disposait d'un budget de 10 000 FCFA ?
- 3- Quel sera la formule la moins avantageuse pour le propriétaire du dit immeuble en terme de "montant perçu" si monsieur POUGA reste dans son immeuble jusqu'en 2020 ?