



Les sujets sont au choix. Le candidat traitera seulement un des deux sujets

SUJET 1

EXERCICE 1:

1. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $3 \cdot 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17. 1pt
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, $\sum_{k=1}^{n-1} (1 + \frac{1}{k+1}) \geq 1 + \frac{n}{2}$ 1pt
3. a) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. 1pt
 b) En déduire la somme : $S_{(m,n)} = mn + (m-1)(n-1) + \dots + 1 \cdot (n-m+1)$ où m et n sont des entiers naturels tels que $m < n$. 1pt
 c) Calculer $S_{(7,10)}$. 1pt

EXERCICE 2:

1. Résoudre dans \mathbb{Z} : a) $x^2 - 3x + 4 \equiv 0[7]$; b) $8x \equiv 7[5]$. 1pt
2. Déterminer les entiers x et y tels que le nombre qui s'écrit $\overline{x32y^5}$ soit divisible par 3 et par 4. 1pt
3. a) Dans le système décimal, déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n , le chiffre des unités de 2^n et de 7^n . 1pt
 b) Application : Trouver le chiffre des unités de $3548^9 \times 2537^{31}$ 1pt
4. Démontrer que : si n est impair alors $n^2 - 1 \equiv 0[8]$ 1pt

SUJET 2

EXERCICE 1:

Le tableau ci-dessous indique la puissance x en chevaux et la cylindrée y (en cm^3) de huit voiture à moteur Diesel.

Numéro de voiture	1	2	3	4	5	6	7	8
Puissance x	35	55	60	60	65	70	72	75
Cylindre y	1000	1600	1800	1700	1900	2000	2100	2500

1. a) Représenter le nuage de la série $(x ; y)$. (Choisir sur l'axe des abscisses 1cm pour 10 chevaux et sur l'axe des ordonnées 2cm pour 1000 cm^3). 2pts
 b) Le nuage ainsi représenté laisse-t-il entrevoir un ajustement linéaire ? 1pt
2. Calculer la puissance moyenne et la cylindrée moyenne des huit voitures. 1,5pt
3. Sachant que la covariance du couple $(x ; y)$ vaut 4662,5 :
 a) Écrire une équation cartésienne de la droite de régression de x en y . 1,5pt
 b) Donner une estimation au cheval près de la puissance d'un moteur de cylindrée 3500 cm^3 . 1pt

EXERCICE 2:

Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chaque espions doit espionner tous les espions des autres pays (mais pas son propre collègue !)

1. Représenter cette situation par un graphe d'ordre 6. 1pt
2. Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? 1pt
3. Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes. 1pt

