



EVALUATION SOMMATIVE N°2 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 15,5 Points

EXERCICE 1 : 5 Points

A, B et C sont trois points non alignés du plan et E le milieu du segment $[AC]$.

Soit t un réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

1. (a) Vérifier que : $\cos^2 t + \sin^2 t + \cos 2t = 2 \cos^2 t$. **0,5pt**

(b) Pour quelles valeurs de t , le système $\{(A, \cos^2 t); (B, \sin^2 t); (C, \cos 2t)\}$ possède un barycentre ? Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté G_t . **0,5pt**

(c) Démontrer que lorsque t décrit $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, G_t décrit la demi-droite d'origine E et de vecteur directeur \overrightarrow{CB} . **1pt**

2. On suppose que ABC est un triangle rectangle en C tel que $CA = 4$ et $CB = 2$.
On note G le barycentre obtenu pour $t = \frac{\pi}{3}$.

(a) Construire le point G . **0,75pt**

(b) Démontrer que $GA^2 = GC^2$. **0,75pt**

(c) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
 $MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2 = 10$. **1,5pt**

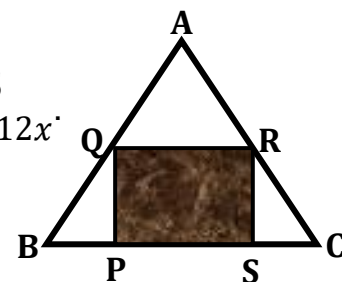
EXERCICE 2 : 5 Points

1. ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = 13\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$. On construit dans ce triangle un rectangle $PQRS$ tel que l'aire du rectangle soit la moitié de l'aire du triangle. On pose $PQ = y\text{ cm}$ et $PS = 2x\text{ cm}$.

(a) Montrer que x et y vérifient le système : $\begin{cases} xy = 15 \\ 5y = 60 - 12x \end{cases}$ **0,75pt**

(b) Déterminer les dimensions de ce rectangle. **0,75pt**

2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + my = m \end{cases}$
où m est un paramètre réel.



1pt

3. ABC est un triangle. M, N et O sont des points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et O est le milieu de $[CM]$. Montrer que les points O, N et B sont alignés. **1pt**
4. ABC est un triangle. D, E et F sont des points tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD} = \frac{4}{7}\overrightarrow{BC}$. Montrer que les droites $(AD), (BF)$ et (CE) sont concourantes. **1,5pt**

EXERCICE 3 : 5,5 Points

1. Soit x un nombre réel. Etablir que :

(a) $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$. **1pt**

(b) $\sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$. **1pt**

2. Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C de coordonnées respectives :

$$\left(\cos x; \sin x\right), \left(\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right); \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \text{ et } \left(\cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right); \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)\right).$$



(a) Préciser la nature du triangle ABC . **1,5pt**

(b) Que représente le point O pour le triangle ABC ? (Utiliser la première question pour évaluer $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$). **0,5pt**

3. Vérifier que $\frac{7\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{24}$ et $\frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24}$. **0,5pt**

4. En déduire que $16 \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24} = 1$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/ 4,5 Points

Intitulé de la compétence : Utilisation des équations linéaires pour résoudre un problème de volume et de temps.

Situation :

Pour remplir un bassin d'irrigation, on dispose de trois robinets A, B et C .

Avec les robinets A et B , le bassin se remplit en 10mins. Avec les robinets B et C , le bassin se remplit en 20mins. Avec les robinets A et C , le bassin se remplit en 12mins.

Tâches :

- Combien faut-il de temps pour remplir le bassin avec chacun des robinets fonctionnant seul ? **1,5pt**
- Combien faut-il de temps pour remplir le bassin avec les trois robinets ouverts ensemble ? **1,5pt**
- Quel est le volume de ce bassin sachant que le débit du robinet A est de 3 l. s^{-1} ? **1,5pt**