COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2019-2020
Département de Mathématiques	CONTROLE	Situation Scolaire N°5 Date : 20 Avril 2020

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Niveau : 1ère D — Durée : **03 heures** — Coef: 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES — 15,5 POINTS

Exercice 1 : 03 Points

On considère dans $[0; 2\pi[$, l'équation $(E): sinxcosx + cos^2x = cos2x$.

1- Déterminer les réels a et b tels que $cos2x - sin2x = acos(2x + b)$. ***0,75pt***

2- Montrer que l'équation (E) équivaut à $cos2x - sin2x - 1 = 0$. ***0,75pt***

3- Résoudre alors (E). ***1pt***

4- Placer les images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. ***0,5pt***

Exercice 2 : 05,5 Points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(1; -1)$ et $B(5; 3)$, I désigne le milieu du segment $[AB]$. On considère la suite de points (G_n) définie par $G_0 = O(0; 0)$ et pour tout $n \geq 1$, $G_n = bar\{(G_{n-1}, 2); (A, 1); (B, 1)\}$. On désigne par x_n et y_n les coordonnées de G_n.

1- a) Montrer que $\overrightarrow{IG_n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IG_{n-1}}$. ***0,5pt***

b) Déterminer les coordonnées des points I, G_1, G_2 et G_3. ***1pt***

2- Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a : $x_n = \frac{1}{2}x_{n-1} + \frac{3}{2}$ et $y_n = \frac{1}{2}y_{n-1} + \frac{1}{2}$. ***1pt***

3- On pose $a_n = x_n - 3$ et $b_n = y_n - 1$.

a) Montrer que a_n et b_n sont des suites géométriques. ***1pt***

b) Exprimer a_n et b_n en fonction de n. ***1pt***

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $x_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$ et $y_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1$. ***0,5pt***

d) Calculer les limites des suites x_n et y_n en $+\infty$. ***0,5pt***

Exercice 3 : 07 Points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x+a}{2x+b}$ où a et b sont des réels et $b \neq 0$. La courbe (C) de f admet au point A d'abscisse 0, une tangente (D) d'équation $y = 3x - 1$.

1- a) Montrer que $a = -1$ et $b = 1$. ***0,5pt***

b) Etudier la position relative de (C) et (D). ***0,5pt***

2- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. ***1,5pt***

3- Montrer que le point $K\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie à (C_f). ***0,5pt***

4- Déterminer l'abscisse du point B de (C_f) d'ordonnée 1. ***0,5pt***

5- Construire (C_f). ***1pt***

6- a) Placer dans le repère précédent les points A, B et K. ***0,5pt***

b) Déterminer le couple de coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB}$. ***0,5pt***

c) Vérifier que les segments $[AB]$ et $[PK]$ ont le même milieu. ***0,5pt***

d) Justifier que les droites (AB) et (PK) sont perpendiculaires. ***0,5pt***

e) En déduire la nature du quadrilatère AKBP. ***0,5pt***

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,5 POINTS

La plantation de M. Abena a la forme d'un rectangle dont le périmètre est de 225 mètres. Il sait que parmi tous les rectangles ayant ce périmètre, sa plantation a la surface la plus grande. Pour planter ses 176 arbres fruitiers, il doit d'abord agrandir son terrain par location d'un espace chez son voisin, il a alors un terrain rectangulaire de 135 m de long sur 90 m de large. Il va planter ses arbres dans toute la plantation de telle sorte qu'il y ait un arbre à chaque extrémité de la plantation et que les arbres soient régulièrement espacés. Son fils Atéba, ingénieur agronome, décide de choisir cinq arbres qu'il va traiter avec 4 engrais différents (engrais de type A, de type B, de type C et de type D), deux de ces 5 arbres seront traités avec le même engrais et les 3 autres avec des engrais différents.

1- Déterminer les dimensions de la plantation de M. Abena. ***1,5pt***
2- Déterminer quelle doit être la distance entre deux rangées d'arbres. ***1,5pt***
3- Déterminer le nombre de situation possible que pourra avoir l'ingénieur Atéba. ***1,5pt***