Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 POINTS

Exercice 1 : 04,25 points

I- Montrer par récurrence que :

1. Pour tout entier naturel n, $1-3+5-7+...+(-1)^n(2n+1)=(n+1)(-1)^n$. **0.75pt**
2. Pour tout entier naturel n, $2^{3n+1}+3\times 5^{2n+1}$ est un multiple de 17. **0.75pt**
3. Pour tout entier naturel non nul n, $n! \geq 2^{n-1}$. **0.75pt**

II- On considère la suite (u_n) définie sur N par $\begin{cases} u_0 = 2009^2 - 1 \\ u_{n+1} = (u_n+1)^5 - 1 \end{cases}$.

1. a) Démontrer que u_0 est divisible par 5. **0.25pt**

   b) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n\left[u_n^4 + 5(u_n{}^3 + 2u_n^2 + 2u_n + 1)\right]$. **0.25pt**

   c) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, u_n est divisible par 5^{n+1}. **0.5pt**

2. a) Vérifier que $u_3 = 2009^{250} - 1$ puis en déduire que $2009^{250} \equiv 1[625]$. **0.5pt**

   b) Démontrer alors que $2009^{8001} \equiv 134[625]$. **0.5pt**

Exercice 2 : 04,25 points

1. tout nombre entier naturel x s'écrit $x = \overline{a_p a_{p-1} ... a_1 a_0}$ en base 10.

   a) Démontrer que $x \equiv (10a_1 + a_0)[100]$. **0.5pt**

   b) Déterminer le chiffre des unités et celle des centaines du nombre $(2907)^{543}$. **0.5pt**

2. Dans un système de numération de base inconnue, trois nombres s'écrivent respectivement 211 ; 312 et 133032. Sachant que le produit des deux premiers nombres et égal au troisième, déterminer cette base. **1pt**

3. Soit le nombre entier naturel $N = \overline{2x4y}^5$. Déterminer x et y pour que N soit divisible par 8. **0,75pt**

4. Le nombre 341 (en base 10) s' écrit $\overline{2331}$ en base a.

   a) Démontrer que 340 est divisible par a. **0.25pt**

   b) Donner un encadrement de 341 par des puissances de a et déterminer a. **0.5pt**

5. a) Déterminer suivant les valeurs de l'entier n, le reste de la division euclidienne par 7 du nombre $n^3 - 3n^2 - 2$. **0.5pt**

   c) Déterminer le reste de la division euclidienne par 7 du nombre $(2753)^3 - 3(2753)^2 - 2$. **0.25pt**

Exercice 3 : 04,5 points

On se propose de déterminer quels sont les nombres complexes solutions de l'équation $(E): z^2 - 6z + 12 = 0$ et de placer, par une construction géométrique, les images de ces nombres dans le plan complexe.

1. a) Résoudre l'équation (E). on note u et $\overline{u}$ ses solutions, u étant celle donc la partie imaginaire est positive. **0.5pt**

   b) Calculer le module et un argument de u. **0.5pt**

   c) En déduire le module et l'argument de $\overline{u}$. **0.5pt**

2. On considère le nombre complexe $u-4$.

a) Ecrire ce nombre sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique. **0.5pt**

b) Calculer le module et un argument de $\frac{u}{u-4}$. En déduire le module et un argument de $\frac{\overline{u}}{\overline{u}-4}$. **1pt**

3. Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), on note A le point d'affixe 4, B le point d'affixe 2 et C le point d'affixe 6. M et N sont les points d'affixes u et $\overline{u}$.

a) En interprétant géométriquement les résultats du 2, démontrer que les points O, A, M, N sont sur un même cercle que l'on précisera. **0.5pt**

b) Démontrer que les points B, C, M et N sont aussi sur un même cercle que l'on précisera. **0.5pt**

c) Construire les deux cercles ainsi obtenus et placer les deux points M et N. **0.5pt**

<u>Exercice 4 :</u> **02,25 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1+\cos 2\theta)z^2-2z\sin 2\theta+2=0$ où θ est un réel de l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$. On appelle a et b les solutions de (E) telles que : Im(a) > Im(b). Mettre a sous forme exponentielle. **1pt**

2. P est le polynôme défini sur par : $P(z)=z^4-3z^3+\frac{9}{2}z^2-3z+1$.

a) Montrer que $P(\overline{z})=\overline{P(z)}$ et en déduire que si z_0 est solution de l'équation (E) : $P(z)=0$ alors $\overline{z_0}$, $\frac{1}{z_0}$, $\frac{1}{\overline{z_0}}$ sont aussi des solutions de cette équation. **0.75pt**

b) Vérifier que 1+i est une solution de l'équation (E) puis résoudre cette équation dans $\mathbb{C}$. **0.5pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 04.5 POINTS

La base militaire de Dschang a défini son procédé de codage des données de la façon suivante :

Etape 1 : A la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre n correspondant dans le tableau 1.

Etape 2 : On calcule le reste de la division euclidienne de $9n+5$ par 26 et on le note p.

Etape 3 : au nombre P, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

Tableau : A chaque lettre de l'alphabet, on associe un nombre entier compris entre 0 et 25.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Cette base militaire est composée de régiments et chaque régiment a un nombre identique de soldats. Lorsque 11 régiments se retrouvent pour le repas, il y'a 7 salles occupées et 5 soldats qui n'ont pas de place.

Un des soldats, content de la réussite au baccalauréat série C de son fils KOUAKOU lui a promis comme cadeau un voyage pour Melong pour vivre la rencontre d'un match de Football de Stade Renard de Melong. Une fois à l'agence, le caissier leur dit : « le prix d'un billet de voyage pour Melong est le nombre xyz en base 10, où x est solution de l'équation $x+y+z=50$ avec $y=\overline{131}^x$ et $z=\overline{101}^x$ $(x>3)$ ». Pour cela, il demande au père de KOUAKOU d'écrire d'abord le produit xyz en base x avant de trouver le prix d'achat de leurs billets de voyage.

Tâche 1 : Aider le commandant de cette base militaire à coder le mot « SOLDAT ». **1.5pt**

Tâche 2 : Quel est le nombre maximal de soldats par régiment, sachant qu'un régiment a moins de 300 soldats ? **1.5pt**

Tâche 3 : Aide le père de KOUAKOU à trouver le montant qu'ils doivent débourser à l'agence de Dschang pour se rendre à Melong assister au match de Football. **1.5pt**

Présentation : 0.5pt