Fiche de travaux dirigés en classe de troisième.

Examinateur : Nzouekeu Patrice
Professeur de mathématiques.
Email : nzouekeu.patrice@yahoo.com

Exercice 1. ***(5 points)***

1. *Calcule :* $A = \frac{\frac{3}{4}-\frac{5}{8}}{\frac{7}{2}+\frac{4}{3}}$ *et donne le résultat trouvé sous la forme d'une fraction irréductible. [1,5 point]*
2. *Exprime le nombre*
$$B = 2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} - \frac{1}{4}\sqrt{300}$$
sous la forme $a\sqrt{3}$ *où a est un nombre rationnel à préciser.* *[1,5 point]*
3. (a) *Détermine la forme factorisée de* $4x^2 - 9$ *et de* $C(x) = 4x^2 - 9 - (2x-3)(x+5)$. *[1 point]*
   (b) *Résous dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $(2x-3)(x-2) = 0$. *[1 point]*

Exercice 2. ***(5 points)***

1. *Résoudre dans* $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ *le système* $\begin{cases} x+y & = 30 \\ 3x+5y & = 140 \end{cases}$ *[3 points]*
2. *Pour confectionner une robe,une couturière a besoin de la viseline et de la doublure.Le tout pour une longueur totale de* 30 *m.Déterminer le nombre de mètres de viseline ainsi que le nombre de mètres de doublure en sachant que :*
   – *Un mètre de viseline coûte* 300 *F.*
   – *Un mètre de doublure coûte* 500 *F.*
   – *Elle a dépensé en tout* 14000 *F.*

   [2 points]

Exercice 3. ***(5 points)***

Dans un magasin,en fin de journée,le responsable a classé les 50 chèques encaissés.Les résultats se trouvent dans le tableau suivant :

Montant en francs des chèques	***Effectifs***	***Fréquence***
$[0; 2000[$		18%
$[2000; 4000[$		30%
$[4000; 6000[$		26%
$[6000; 8000[$		8%
$[8000; 10000[$		10%
$[10000; 12000[$		8%
Total	50	100%

1. *Calcule le pourcentage des chèques d'un montant supérieur ou égal à* 6000 *francs.* *[3 points]*
2. *Calcule les effectifs de cette distribution statistique et complète le tableau des effectifs.* *[3 points]*
3. *Calcule le montant moyen des chèques encaissés dans la journée.* *[3 points]*

Exercice 4. ***(5 points)***

1. *Calculer les nombres suivants :* $A = \frac{5.10^{-2}\times 7.10^{5}}{2.10^{7}}$ $\quad B = \frac{2+\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}}{1-\frac{5}{3}}$ $\quad C = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{2}$ *[1point]*
2. *Mettre sous la forme* $a + b\sqrt{6}$ *l'expression suivante :* $B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ *[1 point]*
3. *Mettre sous la forme* $a\sqrt{b}$ *l'expression suivante :* $C = \sqrt{7} - 7\sqrt{700} + \sqrt{28}$ *[1 point]*

Exercice 5. ***(5 points)***

Soit l'expression littérale $D = (2x-1)^2 - 4$

1. *Développer et réduire* D. *[1 point]*
2. *Factoriser* D. *[1 point]*
3. *Calculer la valeur numérique de* D *pour* $x = \frac{1}{2}$ *, puis pour* $x = 0$. *[1 point]*

Exercice 6. ***(5 points)***

Un père a 27 ans de plus que son fils.Dans 6 ans , l'âge du père sera le double de l'âge du fils.Trouver l'âge de chacun d'eux ?

Exercice 7. ***(5 points)***

Soit le nombre $A = \sqrt{500} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$*.Ecrire* A *sous la forme* $b\sqrt{5}$ *où* b *est un nombre entier.*

Exercice 8. ***(5 points)***

On donne

$$F = \frac{2 - \frac{1}{3}}{5 + \frac{5}{6}}$$

Calcule F*, puis donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.*

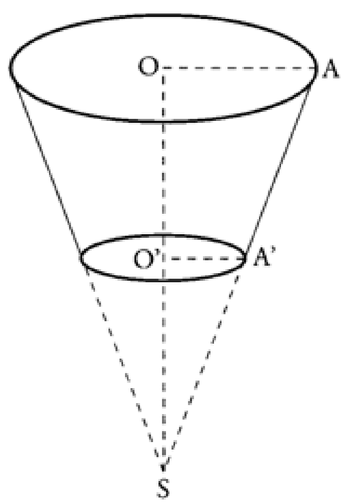
Exercice 9. ***(5 points)***

On considère le polynôme suivant : $P(x) = 16(x-1)^2 - (x+5)^2$

1. *Développe et réduis* $P(x)$. *[1 pt]*
2. *Factorise* $P(x)$. *[1 pt]*
3. *Résous dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $(3x-9)(5x+1) = 0$. *[1 pt]*

Exercice 10. ***(5 points)***

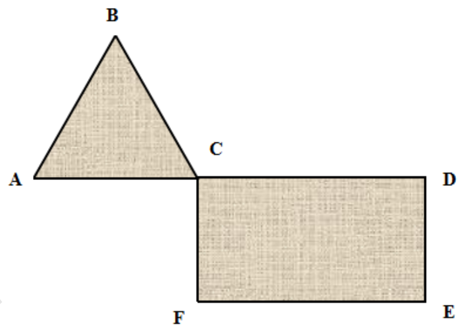
Un pot à fleurs a la forme d'un tronc de cône.Ses deux disques de base ont 10 cm et 20 cm de rayon,($O'A' = 10$ *cm et* $OA = 20$ *cm).La distance entre leurs centres* O *et* O' *est 30 cm.Sur la figure* (OA) *et* $(O'A')$ *sont parallèles.*



1. *Montrer que* $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$ *[1pt]*
2. *Montrer que* $SO = 60$ *cm.* *[1pt]*
3. *Calculer le volume du cône de sommet* S *et de base le disque de centre* O. *[1pt]*
4. *Calculer le volume du pot.*
   On ne demande pas de refaire une figure. *[1pt]*

Exercice 11. ***(5 points)***

On considère la figure géométrique suivante où l'on observe un triangle équilatéral et un rectangle. On pose $AD = 12$, $DE = 5$ et $AC = x$



1. *Calcule en fonction de x les périmètres $P_1(x)$ et $P_2(x)$ respectivement du triangle équilatéral et du rectangle.* *[1 pt]*
2. *Calcule $P_1(2)$, $P_1(3)$, $P_2(4)$, $P_2(8)$.* *[1 pt]*
3. *Pour quelle valeur de x a-t-on $P_1(x) = 15$, $P_2(x) = 20$.* *[1 pt]*

1. *Représente graphiquement les applications affines $f(x) = 3x$ et $g(x) = 34 - 2x$ dans un repère. Unité sur les axes : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour deux unités sur l'axe des ordonnées.* *[2 pts]*
2. *Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = g(x)$?* *[0,5 pt]*
3. *On veut entourer la partie rectangulaire avec 25 m de bordure.*
   (a) *Résous l'inéquation $34 - 2x < 25$.* *[1 pt]*
   (b) *Pour quelle valeur minimale de x peut-on entourer complètement la partie rectangulaire.* *[0,5 pt]*

Exercice 12. ***(5 points)***

1. *Calcule I et donne le résultat sous forme de fraction irréductible $I = \frac{\frac{1}{2}+3}{\frac{1}{2}-3} \div \frac{\frac{3}{5}-1}{\frac{3}{5}+1}$* *[2 points]*
2. *On considère le polynôme $P(x) = 16 - (2x+1)^2$.*
   (a) *Développe et réduis $P(x)$.* *[1 point]*
   (b) *Factorise $P(x)$.* *[1 point]*
   (c) *Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(-2x+3)(2x+5) = 0$.* *[1 point]*

Exercice 13. ***(5 points)***

1. *Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple possible : $B = \frac{2^7 \times 7^{-2} \times 12 \times 3}{3^3 \times 2^6 \times 7^{-3}}$* *[2 points]*
2. *Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système* $\begin{cases} x + y = 23 \\ 15x + 28y = 462 \end{cases}$ *[2 points]*
3. *A la rentré scolaire Franck va dans un magasin et achète des cahiers de deux types. Sachant qu'il a acheté en tout 23 cahiers et que parmi les cahiers achetés certains coûtent 1500 F l'un et d'autres coûtent 2800 F l'un, calcule le nombre de cahiers de chaque type sachant que Franck a dépensé en tout 46200 F.* *[1 point]*

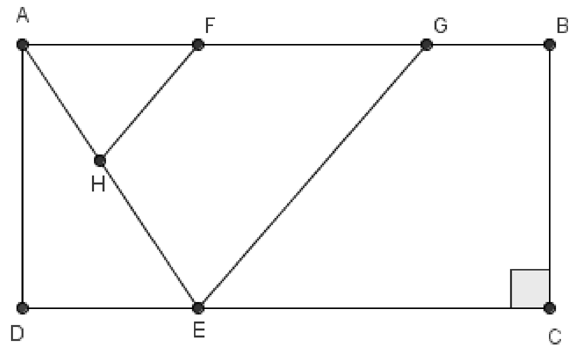
Exercice 14. ***(5 points)***

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. L'unité de longueur est le centimètre. On considère les points $A(2;1)$, $B(-2;3)$, $C(5;7)$ et $D(-4;-1)$.

1. *Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$.* *[1,5 point]*
2. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.* *[0,5 point]*

3. *Quelle est la nature de triangle ABC.* *[0,5 point]*
4. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.* *[0,5 point]*
5. *Calculer les coordonnées du point I milieu de $[BC]$.* *[1 point]*
6. *Calculer la distance AC.* *[1 point]*

<u>Exercice</u> 15. ***(5 points)***
L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure ci-dessous $ABCD$ est un rectangle ; les droites (HF) et (EG) sont parallèles.
On donne $AG = 7$, $DE = 3$, $AD = 4$ et $AH = 2$.

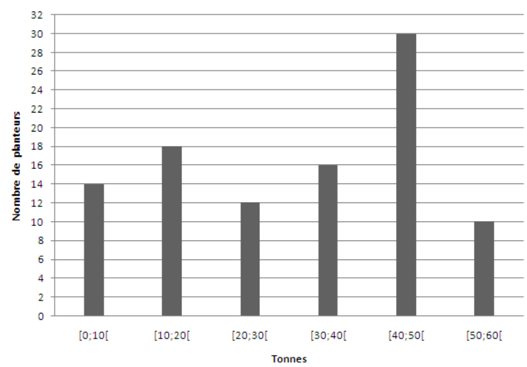


1. *Montrer que $AE = 5$.* *[1 point]*
2. *Calculer AF.* *[1 point]*
3. *On pose $GB = x$. Calculer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $ABCD$.* *[1 point]*
4. *En déduire une valeur numérique de cette aire pour $x = 2$.* *[1 point]*
5. *Trouver deux valeurs de x pour que cette aire soit supérieure à 30.* *[1 point]*

<u>Exercice</u> 16. ***(5 points)***

1. *Calcule I et donne le résultat sous forme de fraction irréductible* $I = \frac{\frac{1}{2}+3}{\frac{1}{2}-3} \div \frac{\frac{3}{5}-1}{\frac{3}{5}+1}$ *[2 points]*
2. *Développe et réduis le réel* $A = (2+\sqrt{3})^2$ *[1 point]*
3. *Factorise B avec* $B = x^2 - 7 - 4\sqrt{3}$ *[1 point]*
4. *Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation* $x^2 - 7 - 4\sqrt{3} = 0$ *[1 point]*

<u>Exercice</u> 17. ***(5 points)***
Une enquête portant sur la récolte du café a donné le diagramme à bande ci-contre , représentant le nombre de planteurs et la masse en tonnes de leurs récolte. La production est regroupée en classes.



1. *En utilisant le graphique ci-contre, trouver le nombre de planteurs interrogés.* *[1 point]*
2. *En utilisant le graphique ci-dessus, recopier et compléter le tableau suivant :* *[$(0,5 \times 6)$point]*

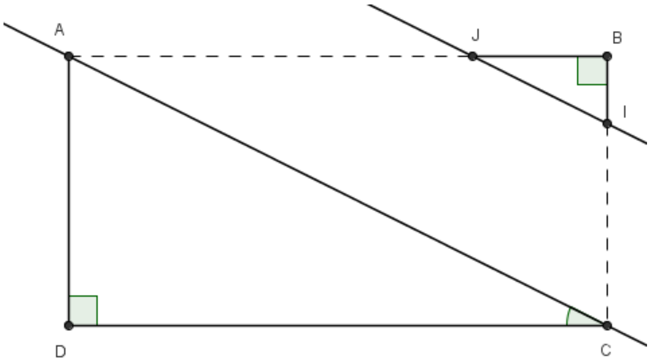
Classes	$[0;10[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$	*Total*
Effectifs	14		12		30	10	
Fréquences en pourcentages	14%	18%			30%	10%	

3. *Combien de planteurs ont au moins 40 tonnes ?* *[1 point]*

Exercice **18.** ***(5 points)***

L'unité est le mètre.

Une route traverse un champ rectangulaire $ABCD$ tel que $AD = 6$; $AB = 8$ et $BI = 2,1$ comme l'indique la figure ci-dessous. On pose $BJ = x$.



1. *Calcule AC , $\sin\widehat{DCA}$; déduis-en alors une valeur approchée à 10^{-2} près de mes $\widehat{DCA}$.* *[2points]*
2. *On note $\mathcal{A}$ l'aire totale du champ. (la route n'est pas considérée). Vérifie que $\mathcal{A} = \frac{48+2,1x}{2}$.* *[1point]*
3. *Quelle doit être la valeur de x pour que les droites (IJ) et (AC) soient parallèles ?* *[1point]*
4. *Dans tout ce qui suit , $BJ = x = 2,8$.*
   - (a) *Calcule IJ.* *[1point]*
   - (b) *Démontre que (IJ) est parallèle à (AC).* *[1point]*
   - (c) *Calcule la valeur de l'aire $\mathcal{A}$; donne la nature du quadrilatère $AJIC$ puis, déduis-en la largeur h de la route.* *[2points]*
   - (d) *L'Etat décide de payer au propriétaire du champ les dommages causés par le passage de cette route à raison de 10000 FCFA le mètre carré. Combien recevra ce propriétaire si en plus , les cultures détruites sont évaluées à un montant de 350000 FCFA.* *[2points]*

Exercice **19.** ***(5 points)***

A l'occasion des fêtes de fin d'année, un parent dispose d'une somme de 120000 francs cfa pour ses trois enfants agés respectivement de 3 , 6 et 11 ans. Les parts sont proportionnelles aux âges. Détermine la somme qui revient à chacun des enfants. *[4 points]*

Exercice **20.** ***(5 points)***

Arthur désire aller nager dans un club multisports qui lui propose les deux possibilités suivantes :

Option A : 1000 *frs par séance.*

Option B : *un forfait annuel de* 10000 *frs auquel s'ajoute une participation de* 500 *frs par séance.*

1. *Reproduire et compléter le tableau suivant :*

Nombre de séances annuelles	12	25
Somme payée suivant l'option A		
Somme payée suivant l'option B		

[2 points]

2. *On appelle x le nombre de séances de natation annuel d'Arthur.*
   - (a) *Exprimer en fonction de x la somme $A(x)$ payée avec l'option A.* *[1 point]*
   - (b) *Exprimer en fonction de x la somme $B(x)$ payée avec l'option B.* *[1 point]*
3. *On considère les applications f et g définies par : $f(x) = 1000x$ et $g(x) = 500x + 10000$. Dans la suite du problème on admettra que l'application f est associée à l'option A et que l'application g est associée à l'option B.*

(a) *Construire les représentations graphiques des applications f et g.(Unités sur les axes : 1 cm représente 2 séances en abscisse et 1 cm représente 4000 frs en ordonnée)* *[2 points]*

(b) *Arthur dispose de 26000 frs. Lire sur le graphique le nombre de séances annuel de natation qu'il peut effectuer avec chacune des deux options.*
(Justifier par des tracés en pointillé.) *[2 points]*

(c) *Déterminer par calcul à partir de combien de séances en un an, l'option B est plus avantageuse que l'option A.* *[2 points]*

Exercice 21. ***(5 points)***

Soit l'expression littérale : $P = (x-1)^2 + (x-1)(x+2)$

1. *Développer et réduire P.* *[2 points]*
2. *Donner la forme factorisée de P.* *[2 points]*
3. *Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-1)(2x+1) = 0$* *[1 point]*

Exercice 22. ***(5 points)***

1. *Le réel $(2+\sqrt{5})-3\sqrt{20}$ s'écrit sous la forme $a+b\sqrt{5}$, où a et b sont des nombres rationnels.Trouver les nombres a et b.* $[1pt]$
2. *Soit l'expression littérale :* $P = (x-1)^2 + (x-1)(x+2)$
   (a) *Développer et réduire P.* $[1pt]$
   (b) *Donner la forme factorisée de P.* $[1pt]$
   (c) *Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-1)(2x+1) = 0$* $[1pt]$
3. *Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système* $\begin{cases} a + b & = 36 \\ 4a + 2b & = 90 \end{cases}$ $[1pt]$

Exercice 23. ***(5 points)***

Albert , François et Jean veulent connaître leurs notes de mathématiques à la composition.Le professeur leur dit :
" les notes d'Albert et de François sont respectivement proportionnelles à 3 et 4 , les notes de François et de Jean sont respectivement proportionnelles à 2 et 3.La somme des trois notes est 36."
Quelle est la note de chaque élève ?

Exercice 24. ***(5 points)***

1. *Calculer les produits suivants :*
   (a) $A = (\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$
   (b) $B = (3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})$
   (c) $C = (3-2\sqrt{2})^2$
2. *Montrer que $2 > \sqrt{3}$ et en déduire que $2\sqrt{3} > 3$.*
3. *On pose $p = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$, $q = \frac{\sqrt{3}-3}{3+2\sqrt{3}}$, $r = \sqrt{17-12\sqrt{3}}$. Mettre chacun de ces réels sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers relatifs.*

Exercice 25. ***(5 points)***

Dans le plan rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$,On considère les points $A(0,2)$, $I(-1,0)$, $C(-2,-2)$ et le cercle $(\mathcal{C})$ de centre I passant par A.

1. *Montrer que les points A et C sont symétriques par rapport à I. En déduire que C appartient au cercle $(\mathcal{C})$. Faire la figure.*
2. *Soit (T) la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AI).*
   (a) *Que représente la droite (T) pour le cercle $(\mathcal{C})$?*
   (b) *Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (T) avec l'axe des abscisses , et tracer (T).*
3. *Soit $B(4,0)$ et J le milieu du segment $[AB]$.*
   (a) *Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.*
   (b) *Montrer sans faire de calculs que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles.*
   (c) *Quelle est la nature du triangle ABC ?*
   (d) *Soit K le milieu du segment $[BC]$. Montrer sans faire de calculs que $d(I,K) = d(A,J)$, et en déduire que K appartient au cercle $(\mathcal{C})$*
4. *Soit (Δ) la droite d'équation $x + 2y + 1 = 0$.*
   (a) *Montrer que la droite (Δ) est parallèle à la droite (AB) et qu'elle passe par le milieu du segment $[CJ]$.*
   (b) *Quelle est la nature du quadrilatère $CIJK$?*
   (c) *Déduire des deux questions précédentes que la droite (Δ) et la droite (IK) sont confondues.*

Exercice 26. ***(9 points)***

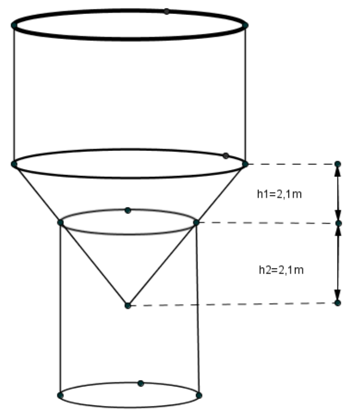
Un père en mourant décide de distribuer une somme (S) à ses trois enfants Alima , Abdou et Ali. Les parts respectives x , y et z sont inversement proportionnelles à $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ et $\frac{8}{3}$. Après partage , Abdou reçoit 641000 *F.*

Taches :

1. *Calcule la somme (S) à partager.* *[3 points]*
2. *Calcule les parts respectives de Alima et Ali.* *[3 points]*
3. *Abdou décide de placer sa part à la banque au taux d'intérêt annuel composé de 15%. En combien d'année atteindra-t-il la part de son frère Alima ?* *[3 points]*

Exercice 27. ***(9 points)***

La figure ci-contre représente un château d'eau composé d'un pylône cylindrique en béton , dont la base est un disque de 1m de rayon , au dessus duquel se trouve un réservoir composé d'un tronc de cône surmonté d'une cuve cylindrique. La hauteur du réservoir est de $1,7m$. Ce château ravitaille un village de 12000 habitants consommant chacun 7l d'eau par jour. Un mètre cube de cette eau coûte $25F$. Une élite de ce village supporte les 10% des frais de consommation d'eau.



1. *Quel est le volume de la partie cylindrique du réservoir ? [3 points]*
2. *Le réservoir plein peut-il satisfaire ce village en un seul jour ? [3 points]*
3. *Quel est le montant payé par les villageois en une semaine ? (On prendra $\pi = 3,14$) [3 points]*

Exercice 28. ***(5 points)***

On donne $A = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ *et* $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$

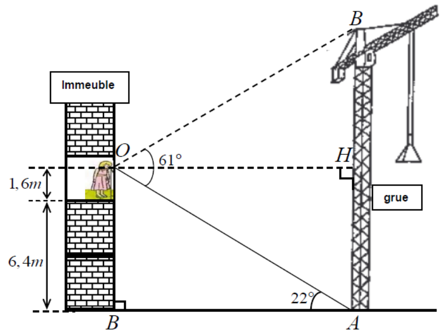
1. *Justifier que* $\frac{1}{A} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. *[1 point]*
2. *Calculer* $A - 1$ *puis en déduire que* $\frac{1}{A} = A - 1$. *[1 point]*
3. *A partir de ce qui précède justifier que* $A^2 = A + 1$. *[1 point]*
4. *Donner un encadrement de* $\frac{1}{A}$ *par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 3.* *[1 point]*
5. *Vérifier que* $\frac{1}{A} + 2 = A + 1$ *puis en déduire que* $\frac{1}{A} + 2 = A^2$. *[1 point]*

Exercice 29. ***(9 points)***

La mère de Samira travaille au deuxième étage d'un immeuble. En face de cet immeuble , il y'a un chantier en construction. Chaque fois que Samira rend visite à sa mère sur son lieu de travaille , elle aime rester debout à la fenêtre du bureau pour regarder du haut de ses $1,60$ mètres , la grande grue de $(3+\sqrt{3})$ tonnes installée au milieu du chantier. Ayant remarqué l'intéret de Samira pour la grue , sa mère lui fournie le schéma ci-dessous avec l'aide d'un géomètre. Sur ce schéma , Samira est à $6,4$ mètres du sol et elle voit la grue sous un angle de $61°$. Son champ visuel fait un angle de $22°$ avec le sol.(voir la figure ci-dessous). Toute émerveillée , Samira se propose de calculer la hauteur de la grue.

Taches :

1. *Calculer la distance qui sépare l'immeuble de la grue. [3 points]*
2. *Calculer la hauteur de cette grue au centimètre près. [3 points]*
3. *Cette grue peut-elle supporter une charge de masse* $m = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ *tonnes ? [3 points]*



La grue est supposée verticale et le sol horizontal

«Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples , c'est seulement parce qu'ils ne réalisent pas combien la vie est compliquée.» **John Louis Von Neumann.**