MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES DELEGATION REGIONALE DU CENTRE				
Classe	Epreuve de Mathématiques	COLLEGE IBAY	Coef	Durée
TD	Année 2020/2021	CONTROLE n⁰ 1	4	2H

PARTIE A : évaluation des ressources (15,5pts)

Exercice 1 : (2,5 pts)

Soit $p(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$

1. Comparer $\overline{p(z)}$ et $p(\overline{z})$, puis vérifier que $p(\frac{1}{z}) = \frac{1}{z^4}\, p(z)$. 0,5pt
2. En déduire que si z_0 est racine de p alors $\overline{z_0}, \frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\overline{z_0}}$ sont aussi racines de p. 0,75pt
3. Calculer $p(1+i)$ 0,5pt
4. Déduire les solutions de l'équation $p(z)= 0$ sous la forme algébrique. 0,75pt

Exercice 2 : (4 pts)

Soit le polynôme $p(z)= z^3 + 9i\ z^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12)$ où $z \in \mathbb{C}$

1) Montrer que p admet une racine réelle à déterminer. 0,75pt
2) Trouver les nombres complexes a, b et c tels que $p(z) = (z+2)(az^2 + bz + c)$. 0,75pt
3) Déterminer les racines carrées de $-5 - 12i$. 1pt
4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (9i - 2)z - 6(i+3)$. 1pt
5) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $p(z) = 0$. 0,5pt

Exercice 3 : (4,5pts)

Soit $z_1 = (1+i)^5 . (1 + i\sqrt{3})$ et $z_2 = \frac{1+i}{-i(1+i\sqrt{3})}$ deux nombres complexes

1. Déterminer le module de z_1 et z_2 1pt
2. Ecrire sous formes algébrique les nombres complexes z_1 et z_2 1pt .
3. On munit le plan du repère orthonormé $(o\,;\vec{u}\,;\vec{v})$. A tout point $M\binom{x}{y}$ on associe l'affixe $m = x + iy$ différent de $1+i$, on pose $Z = \frac{m-1+i\sqrt{3}}{m-1+i}$
   a) Ecrire Z sous la forme algébrique 1pt
   b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{C}_1$ des points M pour que Z soit un imaginaire pure. 0,5pt
   c) Déterminer l'ensemble $\mathcal{C}_2$ des points M tels que Z soit un réel. 0,5pt
   d) Construire $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ dans le repère $(o\,;\vec{u}\,;\vec{v})$. 0,5pt

<u>Exercice 4</u> : : 4,5pts

f est la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x - 6$,

1. Etudier les variations de f. 0,5pt
2. Construire la courbe de f dans un repère orthonormé. 0,5pt
3. Montrer que f est une bijection de]-∞ , +∞[vers un intervalle à préciser. 0,75pt
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\boldsymbol{\alpha}$ sur $\mathbb{R}$. 0,75pt
5. Justifier que $1 < \alpha < 2$ et déterminer une valeur approchée de $\boldsymbol{\alpha}$ à 10^{-2} près. 1,5pts
6. Définir la bijection réciproque f^{-1} de f. 0,5pt

PARTIE B: évaluation des compétences (4,5pts)

Situation :

Le Gain ou la perte d'une entreprise industrielle en millions en fonction de la quantité de tonnes de produits vendus est donné par la fonction $f(t) = t^3 - t - 1$ où t représente la production en tonnes. Cette entreprise vend entre 0 et 2 tonnes de produits chaque mois. Ayant constaté que pour une certaine quantité de produit vendue il a réalisé une perte, il voudrait savoir s'il existe une certaine quantité de produit vendu qui peut rapporter un certain gain à l'entreprise.

Tâches :

1) Déterminer si elle existe une valeur approchée de **la** quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 1 million. 1,5pt
2) Déterminer si elle existe une valeur approchée de **la** quantité de produit vendu qui peut rapporter aucun bénéfice. 1,5pt
3) Déterminer si elle existe une valeur approchée de **la** quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 6 millions. 1,5pt