

DIOCÈSE DE PORTO-NOVO

COLLÈGE CATHOLIQUE

NOTRE DAME DE LOURDES

BP:900; Tél: 20214056/20226329



Année-Scolaire: 2019-2020

Devoir hebdo du 1^{er} trimestre

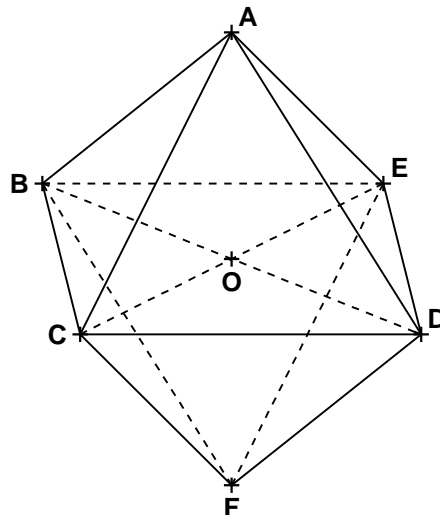
Classe: 2^{nde} C

Durée: 2 h

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Contexte :

Depuis quelques semaines s'abat sur la ville de Porto-Novo et ses environs une pluie diluvienne destructive des tomates déjà en souffrance dans des centaines de camions bloqués à Sèmè Kraké à cause de la fermeture des frontières par le géant de l'Est. *Mittonni*, un cultivateur averti avait prévu et stocké ses tomates dans un grenier fabriqué ayant la forme d'un octaèdre régulier $ABCDEF$ de base carrée $BCDE$ de centre O dont toutes les arêtes mesurent 10cm . Une esquisse de ce grenier est ci-dessous représentée :



A l'aide d'un technicien chevronné, *Mittonni* fait construire à l'intérieur du grenier un système hyper puissant de conservation. *Mittonni* a pris le soin de former des tas de tomates de sorte que le volume d'un tas soit de $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$.

La récente descente du maire de la commune de Sèmè – Podji dans le périmètre bloqué de Sèmè Kraké lui a permis de découvrir le grenier devenu objet de toutes les attentions. De retour, un conseiller cultivateur qui a vu le grenier de *Mittonni* décide d'en construire un de la même forme, mais avant, il voudrait comprendre les positions entre les plans et poutres de fabrication. Aussi voudrait-il connaître la quantité de tomates que peut contenir le grenier.

Tâche : Pour ton évaluation, tu vas aider le conseiller cultivateur à travers la résolution des deux problèmes ci-après :

Problème 1

1. Démontre que $(AE) \parallel (CF)$ et que $(AD) \parallel (BF)$.
2. Démontre que le point O appartient à la droite (AF) .
3. Démontre que les plans (ABC) et (FED) sont parallèles.
4. Démontre que les plans (ADE) et (FED) sont sécants.
5. On désigne par (Δ) la droite passant par le point A et parallèle à la droite (BC) .
 - a. Démontre que les plans (ADE) et (ABC) sont sécants.
 - b. Démontre que (Δ) est l'intersection des plans (ADE) et (ABC) .
6. La droite (AO) est la hauteur de la pyramide $ABCDE$.
 - a. Justifie que AOE est un triangle rectangle en O .
 - b. Calcule CE puis AO .
 - c. Calcule le volume du grenier $ABCDEF$.
7. Détermine le nombre de tas de tomates que peut contenir le grenier sachant que le grenier est complètement rempli de sorte qu'aucun espace ne soit disponible.

Problème 2

Le système de conservation construit à l'intérieur du grenier est en réalité constitué de plusieurs nombres réels dont le maintien constant de la position de l'un par rapport à l'autre permet aux tas de tomates stockés de rester en permanence dans le froid. Deux des nombres réels strictement positifs x et y avec $x < y$ sont tels que $z = \frac{x+y}{2}$, $g = \sqrt{xy}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$. Quatre autres nombres réels a, b, c et d strictement positifs sont tels que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

8. Compare : $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+c}{b+d}$ puis $\frac{c}{d}$ et $\frac{a+c}{b+d}$.
9. Range dans l'ordre croissant : $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{4}$ et $\frac{8}{11}$ puis $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$, $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{13}}$ et $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{17}}{\sqrt{11} + \sqrt{13}}$.
10.
 - a. Démontre que $x < h$ et $z < y$.
 - b. Démontre que $g < z$.
 - c. Démontre que $g^2 = zh$ puis déduis que $h < g$.
 - d. Range par ordre croissant les nombres x, y, z, g et h .
11.
 - a. n étant un entier naturel, écris sans radical au dénominateur l'expression $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$.
 - b. Déduis-en une expression simple de la somme $1 + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{99}}$.