Ministère des Enseignements Secondaires
****
Lycée Classique et Moderne de N'Gaoundéré
****
Département de Mathématiques

Contrôle continu N° 2
Classe : 2nd C 1 & C2
Durée : 2h Coefficient : 5
Année Scolaire : 2019 -2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Proposé par M. MIKODA Jerry Donal.

I- ÉVALUATION DES RESSOURCES : (points)

EXERCICE 1 : (04points)

1. Soit n un entier naturel.
(a) Écrire sans radical au dénominateur l'expression : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$; (0,5pt)
(b) En déduire une expression simple de la somme :
$\frac{1}{1}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{50}+\sqrt{49}}$; (0,5pt)

2. On pose : $x=\frac{a+b}{2}$; $y=\sqrt{ab}$ et $\frac{2}{z}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ avec a et b deux réels strictement positifs ;
(a) Déterminer z en fonction de a et b . (0,5pt)
(b) Démontrer que : $x^2-y^2=\frac{(a-b)^2}{4}$ et $y^2-z^2=\frac{ab(a-b)^2}{(a+b)^2}$. (0,5pt×2)
(c) Déterminer le signe de x^2-y^2 et y^2-z^2 ; puis déduire que : $z \leq y \leq x$. (0,5pt×3)

EXERCICE 2 : (04,5points)

1.Soit un triangle ABC. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A si et seulement si on a : $Sin^2A=Sin^2B+Sin^2C$. (1pt)

2.Soit un polygone régulier non étoilé à n cotés inscrit dans un cercle de rayon R (n entier naturel supérieur ou égal à 3). On appelle a la longueur de chacun de ses cotés, h son apothème et S son aire. On pose : $\theta=\frac{180°}{n}$.

a) Calculer a et h en fonction de R et θ. (0,5pt×2)

b) Calculer S de deux façons différents. (0,5pt×2)

c) En déduire que : $sin2\theta=2sin\theta cos\theta$. (0,5pt)

3.a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ. (0,5pt)
b) En déduire deux pentagones réguliers. (0,25pt×2)

EXERCICE 3 : (01,5 points)

On muni $\mathbb{R}$ de la loi de composition $*$ définie par : $a*b=a+b-ab$ pour tout $a,b \in \mathbb{R}$.
1.Montrer que $*$ est associative. (0,5pt)

2.Montrer que $*$ admet un unique élément neutre que vous déterminerez. (0,25pt)

3.Montrer que 1 n'a pas d'inverse par la loi $*$. (0,25pt)

4. $(\mathbb{R},*)$ est-il un groupe ? Justifier votre réponse. (0,5pt)

EXERCICE 3 : (04,5points)

Soient les polynômes suivants :

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$; $g(x) = (x+1)(x+4)(x-6)$ et $h(x) = x^2 + x - 6$

1- a) Calculer $f(-1)$ et conclure (0,5pt)

b) Déterminer les réels $a; b$ et c tels que $f(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$. (0,5pt)

c) En utilisant la méthode de la forme canonique, factoriser $h(x)$. (0,75pt)

d) En déduire la forme factoriser $f(x)$ (0,5pt)

e) On suppose que $h(x) = (x-2)(x+3)$, étudier alors suivants les valeurs de x le signe du polynôme $f(x)$. (0,75pt)

2- Développer et réduire $g(x)$ (0,5pt)

3- On considère la fraction rationnelle $i(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a) Donner la condition d'existence de $i(x)$. (0,5pt)

b) Simplifier $i(x)$ sur son domaine. (0,5pt)

II- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : (4,5points)

La concession de monsieur Hamadou dispose d'une cour de forme carrée à l'intérieur duquel il a aménagé une pelouse de forme carrée, centrée au milieu de la cour. L'espace non aménagé a une superficie de 464 m^2 et le périmètre de la devanture dépasse celui de la pelouse de 32m.

1.Faire une esquisse d la cour de monsieur Hamadou. 1,5pt

2.Montrer que le cote de la cour de monsieur Hamadou est solution de l'équation $(x-8)^2 = x^2 - 464$. 1,5pt

3.Calculer l'aire de l'espace occupé par la pelouse. 1,5pt

Présentation (1pt)