Partie A : Evaluation des ressources 15,5pts

Exercice 1 : 5,5pts

I- Soit ABC un triangle tel que $AB = 6\ cm$; $BC = 5\ cm$ et $CA = 7cm$. On donne les points D, E, F et K tels que B soit le milieu de $[CD]$; $2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{O}$; $F = bar\{(A,2) ; (B,3)\}$; $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$; M un point du plan. Soit le point Q du plan tel que $13\overrightarrow{AQ} = -9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$

1- Réduire le vecteur $-9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$. 0,25pt

2- Démontrer que Q est le barycentre de A, B et C affectés des coefficients 4 : 6 et 3 respectivement 0,5pt

3- Construire les points E, F, Q et K. 1pt

4- Montrer que les droites (AE) , (BK) et (CF) sont concourantes en Q. 0,75pt

5-Ecrire D comme barycentre de B et C. 0,25pt

6-Montrer que $D = bar\{(A ; -4) ; (B ; -6) ; (K ; 7)\}$ 0,5pt

7- Montrer que les points D, F et K sont alignés. 0,25pt

II- Soit LKM un triangle équilatéral de cote 4 cm. I le milieu de $[LK]$, on pose $f(M) = ML^2 + MK^2$ et $g(M) = ML^2 - MK^2$

1-a/Montrer que $f(M) = 2MI^2 + \mathbf{8}$ 0,5pt

b/Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant l'égalité $f(M) = 12$. 0,25pt

c/ Justifier que le point L n'appartient pas à (E) 0,25pt

2-a/Montrer que $g(M) = 2\,\overrightarrow{\mathrm{IM}}.\overrightarrow{\mathrm{LK}}$ 0,5pt

b/ Soit (F) l'ensemble des points M vérifiant l'égalité $g(M) = 10$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (F). 0,5pt

Exercice 2 : 3,25pts

A/Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$). Soient $A\binom{3}{4}, B\binom{-2}{1}$. On considère la droite (Δ) d'équation $2x - y + 3 = 0$

1-Écrire l'équation cartésienne du cercle (c_1) de diamètre $[AB]$ 0.5pt

2- Déterminer une équation normale de la droite (Δ). 0,25pt

3-Calculer la distance du point A à la droite (Δ). 0,25pt

4-En déduire une équation cartésienne du cercle (c_2) de centre A, tangent à la droite (Δ).

B/On considère le polynôme $p(x)$ défini par : $p(x) = 2x^3 + 5x^2 - 14x - 8$

1- Déterminer un polynôme du premier q degré tel que $p(x) = (2x^2 + 9x + 4)\,q(x)$ 0,5pt

2-Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + 9x + 4 = 0$ 0,5pt

3- En déduire les solutions de l'inéquation $\frac{(2x^2+9x+4)\,(x-2)}{-3x+5} > 0$ 0,75pt

Exercice 3 : 4pts

I. Soit q le polynôme défini par $q(x) = ax^2 + bx + c$ tel que $q(1) = 5$, $q(-2) = 2$ et $q(3) = 37$

a) Montrer que a, b et c vérifient le système suivant : (F) $\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 37 \end{cases}$ 0,75pt

b) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (F). 0,75pt

c) En déduire $q(1-2\sqrt{3})$. 0,5pt

II. Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par $f(x) = \frac{x^2+5|x|+2}{|x|-7} + \sqrt{|x|}$

1) Donner le domaine de définition de f 0,5pt
2) Définir ses deux restrictions 0,5pt
3) Etudier la parité de f 0,5pt
4) En déduire l'élément de symétrie de la courbe de f. 0,5pt

Exercice 4 : 2,75pts

A/Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). Soient les fonctions f, g et h définies par $f(x) = \frac{2x^2-7x+5}{x-3}$; $g(x) = x^2 - 4x + 7$; $h(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

1) Déterminer le domaine de définition de f. 0,25pt
2) Montrer que $f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-3}$ 0,25pt
3) Montrer que le point A$\binom{3}{5}$ est centre de symétrie à la courbe de f. 0,75pt
4) Montrer que la droite (D) d'équation $x = 2$ est axe de symétrie à la courbe de g. 0,75pt
5) a-Démontrer que $h : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{2\}$ est bijective 0,5pt
   b- Déterminer sa bijection réciproque h^{-1}. 0,25pt

Partie B : Evaluation des compétences 4,5pts

Compétence visée : Utilisation des lignes de niveaux pour la localisation d'un lieu.

Situation :

Dans le plan d'aménagement d'un quartier, trois maisons d'habitations A,B et C non alignées sont prévus à une zone spécifique. A et B sont distantes de 20 m, B et C de 10m, A et C de 15m. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F , aux environs. La société de distribution d'eau WATER doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M, tel que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$. Le protocole de la société WATER exige que la source principale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. L'échelle de travail est de 0,25 cm pour 1 m. Les ingénieurs ont trois options, et l'on vous demande de produire trois maquettes différentes du projet.

Option 1 : $\mathrm{MA}^2 - \mathrm{MB}^2 = 40$;

Option 2 : La norme de $2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}}$ est égale à celle de $\overrightarrow{\mathrm{MA}} - \overrightarrow{\mathrm{MB}}$;

Option 3 : MA = $\sqrt{2}$ MB.

Tâches :

1) Construire une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1;. 1,5pts

2) Construire une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2;. 1,5pts

3) Construire une position possible pour la source souterraine principale pour l'option 3. 1,5pts

OUAFEU PAULIN