

EXAMEN : PREMIERE SEQUENCE				DUREE	3H
EPREUVE	MATHÉMATIQUES	CLASSE	2 nd e C	COEFFICIENT	5

ÉVALUATION DES RESSOURCES 13pts



Activités numériques 6.75pts

- Soit $n \in \mathbb{N}$ ($n > 1$). On donne l'ensemble $A = \left\{ \frac{2n+2}{n-1}, (n > 1) \right\}$.
 - On pose $N = \frac{2n+2}{n-1}$. Montrer que $N = 2 + \frac{3}{n-1}$. **0.5pt**
 - Comment faut-il choisir n pour que N soit un entier naturel ? **0.5pt**
 - Écrire A sous forme d'intervalle. **0.5pt**
- Soit $p \in \mathbb{R}_+$.
 - Montrer que $\sqrt{p+1} + \sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1} - \sqrt{p}$. **0.5pt**
 - Déterminer le plus grand $n \in \mathbb{N}$ tel que $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} \leq 9$. **1pt**
- Soit $a, b, c \in \mathbb{R} / a + b + c = 0$.
 - Factoriser $a^3 + b^3$. **0.5pt**
 - Montrer que $a^2 + b^2 = c^2 - 2ab$. **0.5pt**
 - En déduire que $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. **0.5pt**
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(-2x + 1)^3 + (3x - 4)^3 + (-x + 3)^3 = 0$. **0.75pt**
- On définit l'opération \bullet sur \mathbb{R} par $a \bullet b = ab + (a^2 - 1)(b^2 - 1)$.
 - Calculer $2 \bullet (3 \bullet 4)$ puis $(2 \bullet 3) \bullet 4$. La loi est-elle associative ? **1pt**
 - Montrer que 1 est l'élément neutre pour la loi \bullet . **0.5pt**

Activités géométriques 6.25pts

L'unité est le centimètre. ABC est un triangle tel que $AB = 4, AC = 3$ et $BC = 5$.
On considère les points R, S et T tels que $\overrightarrow{AR} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

- Faire une figure. **0.75pt**
- Démontrer que $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **0.5pt**
 - Démontrer que $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$. **0.5pt**
 - En déduire une expression du vecteur \overrightarrow{RT} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . **0.5pt**
 - Vérifier que $\overrightarrow{RS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{RT}$. Conclure. **0.75pt**
- On considère le repère $(A; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\vec{i} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$ et $\vec{j} = \frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|}$.
 - Conner les coordonnées des points B, C, S et R . **1pt**
 - Calculer les coordonnées du point T . **0.5pt**
 - Montrer que les points R, S et T sont alignés. **0.75pt**
- Soit G le centre de gravité du triangle ABC et M un point du plan.
 - Déterminer l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{AB}$. **0.5pt**
 - Déterminer l'ensemble des points M tels que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})\overrightarrow{AB} = 0$. **0.5pt**

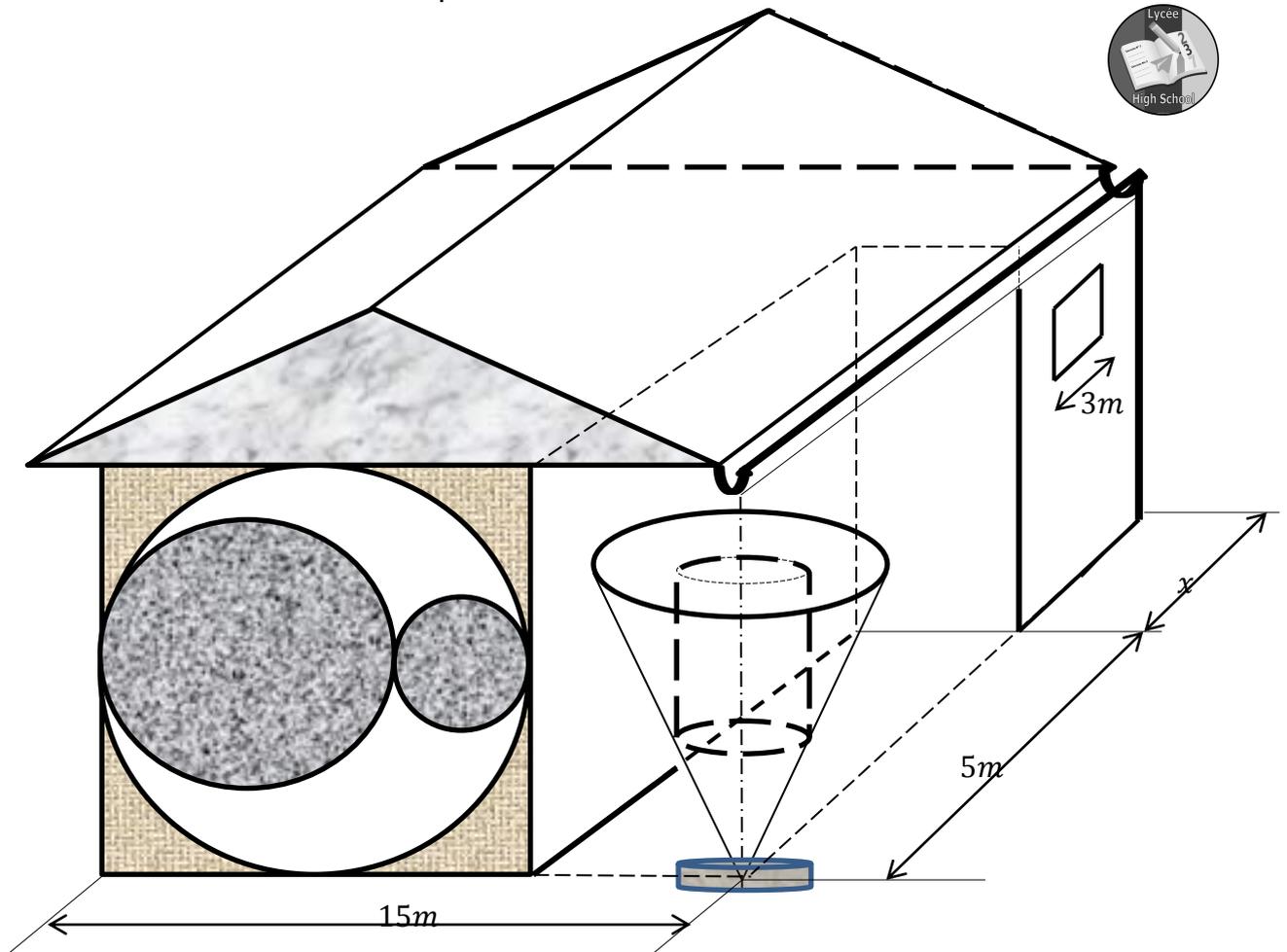
EVALUATION DES COMPETENCES 7pts

La maquette ci-dessous représente le bâtiment qui abrite l'entreprise de M. Mbarga.

A la façade arrière se trouve un réservoir d'eau à la forme conique de 10 mètres de hauteur et dont le diamètre de base mesure 4 mètres. Ce réservoir contient un filtre cylindrique d'une hauteur de 1.5 mètre et 1 mètre de diamètre. Le mur arrière contient une ouverture carrée de 3 mètres de côté située sur une partie dont la largeur x n'a pas été mentionnée sur la maquette, comme l'indique la figure.

Un designer doit peindre une face latérale et l'arrière de la maison. Il dispose de 8 boîtes de peinture pour la face latérale en raison d'une boîte par m^2 , et d'un seau de peinture pour couvrir $10m^2$ pour le mur arrière.

Pour la face latérale, il crée une partie blanche située l'intérieur du disque de diamètre 12 mètres et à l'extérieur des deux disques de diamètres 4 mètres et 8 mètres.



1. Le designer parviendra-t-il à recouvrir de peinture toute la partie blanche qu'il a créée sur la face latérale de l'immeuble ? **2.5pts**
2. Quel est le taux d'occupation du volume du filtre par rapport au réservoir ? **2.5pts**
3. Aidez-le à trouver la distance x manquante, pour pouvoir recouvrir les $10m^2$ du mur arrière. **2pts**