Ministère des Enseignements Secondaires
LYCÉE DE MOFOLÉ
Département de mathématiques

Année scolaire 2019-2020
Devoir préliminaires
Durée : 3h, Coefficient :4
Classe : TleD

Épreuve De Mathématiques

L'épreuve comporte sur deux pages, deux exercices et un problème, tous obligatoires. La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.

Exercice 1 : 5 points

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} x+y+z=36000 \\ x-3z=0 \\ x-y-6000=0 \end{cases}$. **1pt**
2. Pour préparer les fêtes de fin d'année , Siriki achète un pantalon à son fils Issa , un tissu à sa fille Ina et une paire de chaussures à son fils Walid . Le pantalon a coûté trois fois plus cher que les chaussures , le tissu a coûté $6000FCFA$ de moins que le pantalon . Sachant que Siriki a dépensé $36000FCFA$ pour satisfaire ses enfants
Tache : Calculer le prix de chaque article . **1pt**
3. On considère le polynôme $P(x) = -x^3 + (\sqrt{2}+2)x^2 - (2\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2}$.
   (a) Calculer $P(1)$ et conclure . **0,5pt**
   (b) Déterminer un polynôme $Q(x)$, tel que $P(x) = (x-1)Q(x)$. **0,75pt**
   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2} = 0$ et l'équation $P(x) = 0$. **1pt**
   (d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$. **0,75pt**

Exercice 2 : 5,5 points

1. On considère l'expression suivante $S_n = \dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + ... + \dfrac{1}{n\times(n+1)}$.
   (a) Déterminer S_1 , S_2 et S_3 . **0,75pt**
   (b) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = \dfrac{n}{n+1}$. **1pt**
   (c) Donner la valeur exacte de : $A = \dfrac{1}{9\times 10} + \dfrac{1}{10\times 11} + \dfrac{1}{11\times 12} + ... + \dfrac{1}{29\times 30}$. **0,75pt**
2. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $2^n \geq n$. **0,75pt**
3. Pour tout entier naturel non nul n , On pose $T_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2n-1)^3$.
   (a) Calculer T_1 , T_2 et T_3 . **0,75pt**
   (b) Démontrer par récurrence que $T_n = 2n^4 - n^2$. **0,75pt**
   (c) Déterminer l'entier naturel n , tel que $T_n = 29161$. **0,75pt**

Problème :9,5 points

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : 3 points

1. On considère les systèmes suivants (S) : $\begin{cases} 4x-3y+5z=-22 \\ x+5y+3z=41 \\ 7x+y-z=47 \end{cases}$; (S') $\begin{cases} 4\sqrt{x}-3\mid y\mid-\dfrac{10}{z}=-22 \\ \sqrt{x}+5\mid y\mid-\dfrac{6}{z}=41 \\ 7\sqrt{x}+\mid y\mid+\dfrac{2}{z}=47 \end{cases}$
   (a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) en utilisant la méthode du pivot de Gauss . **1pt**
   (b) Déduire alors les solutions du système (S') . **0,75pt**
2. Ali se rend au marché des fruits et achète des prunes à $15Frs$ l'une , des mangues à $50Frs$ l'une et des ananas à $250Frs$ l'une .Il se rend compte qu'il a dépensé $2050Frs$ pour les 35 fruits qu'il a dans son panier .
   Tache : Déterminer le nombre de fruits achetés de chaque espèce . **1,25pt**

Partie B : 6,5 points

1. Soit la suite (u_n) à termes positifs définie par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\sqrt{4+3u_n} \end{cases}$
   (a) Montrer par récurrence que la suite (u_n) est majorée par 4 . **1pt**
   (b) Montrer par récurrence que la suite (u_n) est croissante **1pt** .
   (c) En déduire que la suite (u_n) converge et préciser sa limite . **0,75pt**
2. Soit la suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=\dfrac{3v_n+4}{v_n+3} \end{cases}$
   (a) Démontrer par récurrence que , pour tout entier naturel n , $0\leq v_n\leq 2$. **1pt**
   (b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n ,
   $v_{n+1}\geq v_n$ et conclure . **1pt**
   (c) Déduire que la suite (v_n) converge . **0,25pt**
3. On donne : $\begin{cases} w_0=2, w_1=3 \\ w_{n+1}=3w_n-2w_{n-1} \end{cases}$.
   (a) Calculer w_2 et w_3 . **0,5pt**
   (b) Démontrer par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $w_n=2^n+1$. **1pt**