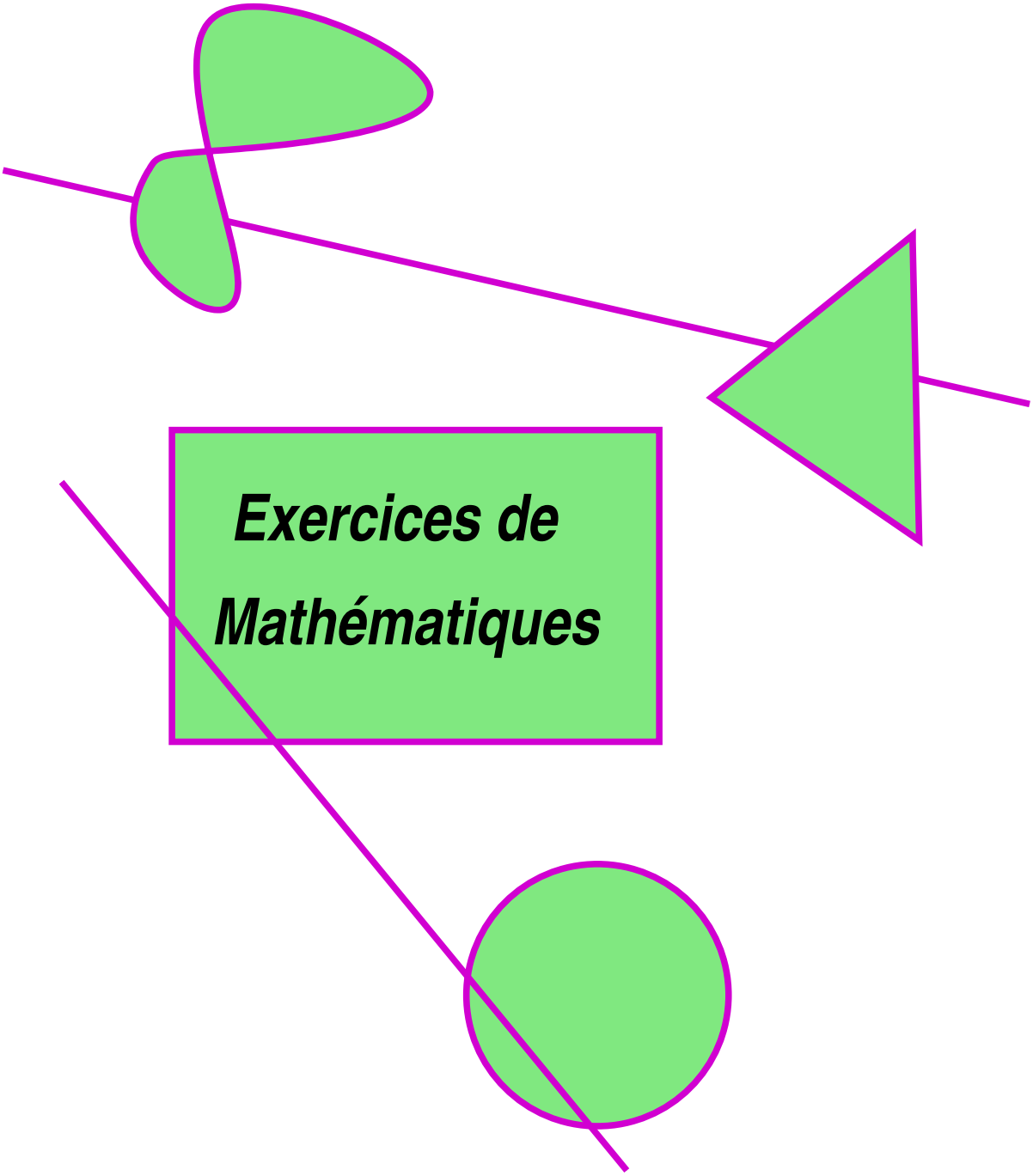
Classe de troisième



Exercices de Mathématiques

1 Calculer :

$A = \frac{21}{7} + \frac{2}{3} - \frac{4}{21}$ $B = \frac{84}{17} \times \frac{34}{27} \times \frac{5}{2}$

$C = \frac{7}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$ $D = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} + \frac{25}{9} \times \frac{3}{10}$

$E = \frac{7}{12} \times (\frac{13}{9} + \frac{18}{7})$ $F = 12 - \frac{7}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{8}{5}$

2 Soit $x = \frac{3}{5}$ et $y = \frac{-7}{3}$
Calculer :

$A = x + y$ $B = xy$ $C = \frac{x}{y}$

$D = 2y - x$ $E = \left(\frac{x}{y}\right)^2$ $F = (x+y)^2$

$G = x^2 + 2xy + y^2$

3 Calculer :

$H = 18 : \frac{3}{5}$ $I = \frac{\frac{5}{7} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{7} + \frac{1}{49}}$

4 Ecrire sous forme d'un nombre entier ou décimal :

$a = 2^4$ $b = (-3)^2$ $c = (-2)^3 \times (3)^2$

$d = (183)^0$ $e = 10^{-2}$ $f = 10^{-5}$

5 Ecrire sous forme d'un entier ou d'un décimal :

$a = 10^7$ $b = 10^{12}$

$c = (-10)^4$ $d = (-10)^7$

$e = 10^{-3}$ $f = 10^{-6}$

$g = (-10)^{-7}$ $h = (-10)^{-4}$

$i = -10^{-3}$ $j = 3,5 \times 10^5$

$k = 39 \times 10^3$ $l = 0,0023 \times 10^4$

$m = 4,4 \times 10^{-2}$ $n = 1300 \times 10^{-3}$

$p = 0,05 \times 10^{-3}$

6 Ecrire avec la notation scientifique :

$a = 4200$ $b = 312,85$ $c = 34$

$d = 15,3$ $e = 0,000032$ $f = 0,5$

$g = 3200 \times 10^{-5}$ $j = 0,002 \times 10^4$

7 Ecrire sous forme d'une seule puissance :

$a^n \times a^p$ $2^5 \times 2^3$ $5^5 \times 5^3$

$a^n \times b^n$ $5^3 \times 2^3$ $(-2)^2 \times (-3)^2$

$(a^n)^p$ $\left(3^2\right)^{-1}$ $\left(5^{-2}\right)^{-3}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$

$\frac{a^n}{a^p}$ $\frac{3^5}{3^2}$ $\frac{2^3}{2^{-2}}$

a^{-1} 2^{-1} 7^{-1}

a^{-n} 2^{-3} $(-3)^{-2}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

8 Calculer :

$a = 2^3 - 3^2 + (-1)^3 \times 2^2$ $b = -4^2 - (-4)^2 \times 3^3$

$c = 4 \times 10^2 + 3 \times 10 + 5 \times 10^{-2}$ $d = (5-3)^4 + 5 - 3^4$

$e = 3,5 \times 10^5 \times 3,2 \times 10^{-7}$ $f = 3,5 \times 10^2 + 3,2 \times 10$

$g = 4,5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^6$ $h = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-5}}$

$i = \frac{(2 \times 10^{-2})^2 \times 3 \times (10^2)^4}{10^3}$

9

Calculer $A = 2x^2 - 5x + 3$ pour

x=0 x=-2 $x = \frac{1}{2}$

10 Calculer :

$A = 5x + 7x - 3x + x$

$B = 5x \times 4x \times 2y$

$C = 3x^2 - 7x + 2 - 2x - 11x^2 + 5$

$D = (2x - 5) - (4 + 3x) + (5x - 1)$

$E = [-(3x + 1) + x + 5)] - [(1 - x) - (3x + 2)]$

$F = 3(5x^2 + x + 1)$

$G = 4x(2x^2 + x - 3)$

$H = 2(2x - 5) - 8(4 - 2x)$

$I = (2x - 5)(3x + 2)$

$J = (4 - x)(3 + 2x)$

$K = (x - 5)(3x - 4) - 2x(3 - 4x)$

$L = (2x - 5)^2$

$M = \dfrac{2 + x}{6} - \dfrac{2x - 5}{2} = 2 - \dfrac{3x + 1}{10}$

11 Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

$2x - 5 = 0$ $\qquad$ $3x - 1 = 4x + 2$

$5(2x - 1) = 2 - 3x$ $\qquad$ $\dfrac{3x - 1}{15} = \dfrac{4 - x}{6}$

$3x \leq 7 - x$ $\qquad$ $-x < 2$

$\dfrac{1}{2}x + 3 \geq 5$

12 Anne, Marie et Jean ont à eux trois 80 ans.

Marie a trois fois l'âge de Anne.

Jean a 4 ans de moins que Anne.

Calculer les âges de Anne, Marie et Jean.

13 Dans une classe de sixième, $\dfrac{2}{5}$ des élèves étudient l'anglais, $\dfrac{1}{3}$ des élèves étudient l'espagnol et 8 élèves étudient l'italien.

Calculer le nombre d'élèves de la classe.

14 a) Un objet coûtait 80 euros. Il a augmenté de 12 %. Quel est son nouveau prix ?

b) Un objet qui a augmenté de 12 % coûte maintenant 560 euro.

Combien coûtait-il avant l'augmentation ?

c) Un objet passe de 45 euros à 60 euros.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

15 Pour aller d'une ville A à une ville B, un cycliste dont la vitesse moyenne est de 20 km\h met 3h 15 min.

a) Quelle est la distance entre la ville A et la ville B ?

b) Quel temps mettrait une voiture sur le même trajet à la vitesse moyenne de 60 km\h ?

16 a)Compléter ce tableau statistique.

Candidat	A	B	C	D	E	Total
Suffrages	351	702				3510
% d'électeurs			15%	20%	30%	
Angle						

b) Tracer le diagramme circulaire associé.

1 Développer en utilisant les produits remarquables :

$a = (3x+5)^2$ $b = (5+x)^2$

$c = (8x+2)^2$ $d = (x+1)^2$

$e = (2-3x)^2$ $f = (3x+1)(3x-1)$

$g = (7x-1)^2$ $h = (4-x)(4+x)$

$i = \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}\right)^2$ $j = (3x-1)^2 - (2+x)(5x-2)$

$k = 5(2x-3)^2$ $l = (3x-5)^2 - (3x+5)^2$

2 Factoriser les expressions suivantes :

$a = 25x - 15$ $b = 7xy - 3x$

$c = 17xy - 17$ $d = 5x^2y - 5xy^2$

$e = x^2 + 6x + 9$ $f = 25x^2 - 10x + 1$

$g = x^2 + 12x + 36$ $h = 9x^2 - 24x + 16$

$i = 4x^2 - 25$ $j = x^2 - 64$

$k = \frac{9}{4}x^2 - 2x + \frac{4}{9}$ $l = \frac{x^2}{9} - 100$

3 Factoriser les expressions suivantes :

$m = (3x-5)(2x+1) - (3x-5)(x+4)$

$n = (5x-2)(2x+3) + (2x+3)(7x+2)$

$p = (3x-2)^2 - (3x-2)(5-2x)$

$q = (8-2x)^2 + (3-x)(8-2x)$

$r = (5-x)(3x+2) - (5-x)^2$

$s = (2x-3)^2 - (5x+4)^2$

$t = (3x-1)^2 - (8x+2)^2$

$u = (9-x)^2 - (5x+2)^2$

$v = 9 - (2x+1)^2$

$w = (5-2x)^2 - 25x^2$

$x = 4(x-2)^2 - (3x+1)^2$

$y = 25(x+1)^2 - 9(2x+3)^2$

Au brevet

I On considère l'expression suivante :
$C = (x-2)(3x-5) + 9x^2 - 25$

1°) Développer et réduire C.

2°) Factoriser $9x^2 - 25$. En déduire une factorisation de C.

3°) Calculer C pour $x = -2$, pour $x = \sqrt{2}$ et pour $x = 2\sqrt{3} - 1$.

4°) Résoudre l'équation : $(3x-5)(4x+3) = 0$.

II On considère l'expression suivante :
$F = (2x-5)^2 - (3x+1)^2$.

1°) Développer F.

2°) Factoriser F.

3°) Calculer F pour $x = -3$ et $x = \frac{3}{2}$.

III On considère l'expression
$E = (3x-5)^2 - (3x-5)(x+2)$.

1°) Développer et réduire E.

2°) Calculer E pour $x = -\frac{1}{2}$ et pour $x = \sqrt{2}$.

3°) Factoriser E.

4°) Résoudre l'équation $(3x-5)(2x-7) = 0$.

IV On donne $E = (2x+3)^2 - 16$

1°) Montrer que E peut s'écrire $E = 4x^2 + 12x - 7$.

2°) Calculer E pour $x = 2$; $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = 1 - \sqrt{2}$.

3°) Factoriser E.

4°) Résoudre l'équation : $(2x+7)(2x-1) = 0$.

V Soit : $A = (3x-2)(4-x) - (4-x)(2x+1)$

$B = 4x^2 - 4x + 1$

$C = (2x-5)^2 + (3x-2)(2x-5)$

$D = (5-x)^2 - (2x+2)^2$.

1°) Développer A, B et D.

2°)Factoriser A, B, C et D.

VI 1°) Factoriser $A = 25x^2 - 4$.

2°) En déduire une factorisation de
$B = 25x^2 - 4 - (5x+2)(x-1)$.

VII 1°) Développer et réduire :
$D = (a+5)^2 - (a-5)^2$.

2°) On pose $E = (10005)^2 - (9995)^2$.

Sans utiliser la calculatrice, déterminer la valeur de E.

VIII Soit $H = (5x-4)^2 - 49$
$I = (2x-3)^2 - 2(2x-3)(2x+3)$
$J = 49x^2 + 28x + 4$.

a) Développer I.

b) Factoriser H, I et J.

c) Calculer I pour $x = -1$ puis pour $x = \sqrt{2}$.

IX Soit $K = (3x-2)^2 - (x+4)^2$.

a) Développer K.

b) Factoriser K.

c) Calculer K pour $x = -\dfrac{2}{3}$ puis pour $x = -\sqrt{3}$.

d) Calculer $(2\sqrt{2}-3)^2$.

En déduire K pour $x = (2\sqrt{2}-3)^2$.

X

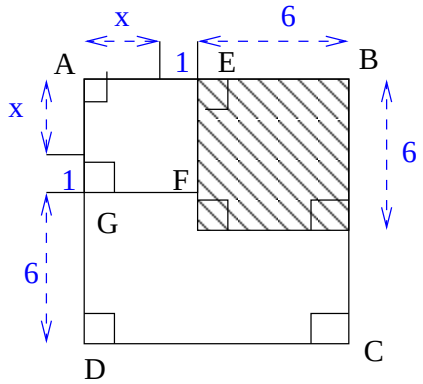
1°) Factoriser les expressions suivantes :

$E = (x+7)^2 - 36$

$F = 4x^2 + 8x + 4$

$G = (x+13)(x+1) - 4(x+1)^2$

2°) Dans cette question, x désigne un nombre positif. Après avoir observé la figure ci-contre :



a) Exprimer en fonction de x l'aire A de la partie non hachurée dans le carré ABCD.

b) Pour quelle valeur de x l'aire A est-t-elle égale à quatre fois l'aire du carré AEFG ?

Devoir n° 1

I Donner l'écriture fractionnaire la plus simple de a et de b avec

$a = \frac{7}{5} - (\frac{7}{11} : \frac{5}{3})$ et $b = (1 + \frac{4}{5}) \times 5$.

II Donner l'écriture décimale de
$C = (-2,5 \times 10^{175}) \times (-3,7 \times 10^{-177})$.

III Factoriser :
$D = (3x + 5)^2 + (3x + 5)(2x + 8)$

$E = 25x^2 + 20x + 4$

$F = (x - 1)^2 - (4 - 3x)^2$
.

IV Développer $F = 25(x + 2)^2 - 16(4 - 2x)^2$.

V Résoudre l'équation : $(3x - 2)(6x + 5) = 0$

VI On donne deux nombres $A = 2 + \sqrt{6}$ et $B = 1 - \sqrt{6}$.

Calculer A^2, B^2, $A \times B$ et $\frac{A}{B}$.

Devoir n° 2

I Factoriser les expressions suivantes :

A $=(3x + 2)(5x - 2) + (3x + 2)(x - 8)$

B $=49x^2 + 56x + 16$

C $=4x^2 - 8x + 4 - (2x - 2)(-3x + 9)$

II Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

D $= (4x + 3)^2$;

E $= (5x - 6)^2$;

F $=(2x + 8)(2x - 8)$;

G $=(x - 6)^2$.

III On donne H $=4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$

Factoriser $4x^2 - 9$.

En utilisant la question précédente, factoriser H.

Développer et réduire H.

Calculer la valeur de H pour x = 2.

IV Soit ABC un triangle tel que AB= 10,4 cm, AC= 9,6 cm et BC= 4 cm.

a) Faire la figure qui sera complétée au fur et à mesure.

b) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

c) Soit D le point du segment [AB] tel que AD=7,8 cm. Le cercle C de diamètre [AD] coupe le segment [AC] en E.

Préciser la nature du triangle AED. Justifier.

d) Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

1 Calculer :

$a = (\sqrt{3})^2$ $b = \sqrt{11^2}$

$c = \sqrt{81}$ $d = \sqrt{8}$

$e = \sqrt{50}$ $f = \sqrt{12}$

$g = \sqrt{45}$ $h = \sqrt{360}$

$i = 5\sqrt{98}$ $j = \sqrt{3} \times \sqrt{12}$

$k = \sqrt{12} \times \sqrt{15}$ $l = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{40}$

$m = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$ $n = \sqrt{\dfrac{45}{63}}$

$p = \sqrt{\dfrac{10}{16}} \times \sqrt{\dfrac{32}{45}}$

2 Calculer :

$a = 3\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$

$b = 4\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

3 Calculer :

$a = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3}$

$b = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

$c = 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{3}$

$d = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$e = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$

$f = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}$

$g = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}$

$h = \sqrt{3} \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$

$i = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

$j = (\sqrt{5})^2$

$k = (3\sqrt{2})^2$

$l = (5\sqrt{3})^2$

4 Développer les expressions suivantes :

$a = (\sqrt{2} + 1)(2 - \sqrt{3})$

$b = (3\sqrt{2} - 2)(5\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$c = (3\sqrt{2} + 5\sqrt{5})(5\sqrt{2} + 3\sqrt{5})$

$d = (\sqrt{2} + 1)^2$

$e = (3\sqrt{2} - 2)^2$

$f = (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$

$g = (\sqrt{3} - 2)^2$

$h = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2$

$i = (2\sqrt{5} + \sqrt{3})(2\sqrt{5} - \sqrt{3})$

5 Ecrire sans radical au dénominateur :

$a = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $b = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$ $c = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ $d = \dfrac{\sqrt{8}}{2\sqrt{5}}$

6 Résoudre les équations suivantes :

$x^2 = 9$ $x^2 = -5$ $3x^2 - 27 = 0$

$x^2 = 2$ $x^2 - 5 = 0$ $2x^2 + 12 = 0$

7 Calculer a^2 et b^2 puis comparer a et b.

1°) a=5 et b=$2\sqrt{6}$

2°) a=$6\sqrt{6}$ et $b = 2\sqrt{5}$.

8 Soit A=$2x^2 - 3x + 1$.

Calculer A pour : x=0 ; x=-2 ; x=$\sqrt{2}$ et x=$1 - 2\sqrt{3}$.

Au brevet

9 Ecrire plus simplement :

$a = \sqrt{9 \times 25 \times 4 \times 3}$

$b = \sqrt{3 \times 2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 5}$

$c = \sqrt{45} \times \sqrt{105}$

$d = 5\sqrt{8} \times (-2\sqrt{12})$

$e = \dfrac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}}{4\sqrt{8} \times 3\sqrt{32}}$

$f = \sqrt{\dfrac{27}{8}} \times \sqrt{\dfrac{4}{81}}$

10 Un carré a une aire de 24 cm^2.

1°) Exprimer le côté c de ce carré sous la forme $a\sqrt{b}$.

2°) Donner les valeurs approchées de c à 10^{-2} près par défaut et par excès.

11 1°) Ecrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :

$C = 2\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$

2°) Est-ce que les nombres A et B sont égaux ?
$A = (\sqrt{2}+1)^2 - 4$ et
$B = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+3)$.

12 Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a,b et c sont des entiers :

$E = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{63} - \sqrt{700}$

$F = (2\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$

13 a) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers :

$A = \sqrt{1000}$ $= \sqrt{10^9}$ $C = \sqrt{5^4 \times 2^3}$

b) Ecrire sans radical :

$D = \sqrt{1000000}$ $E = \sqrt{0,25}$ $F = \sqrt{\dfrac{16}{25}}$

14 Soit a= $2 - \sqrt{7}$ et b= $2 + \sqrt{7}$

Calculer a+b ; a-b ; ab et b^2.

15 Calculer :

$a = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ $b = \sqrt{8}$

$c = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $d = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$e = \sqrt{50} - \sqrt{18}$ $f = \sqrt{\dfrac{200}{5}}$

$g = (\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{5}-1)^2$ $h = \sqrt{2+2}$

16 Simplifier les écritures :

$a = (\sqrt{17})^2$ $b = \sqrt{\dfrac{27}{12}}$ $c = \sqrt{20} \times \sqrt{5}$

$d = \sqrt{75}$ $e = (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{6}$

17

$a = \sqrt{49}$ $b = \sqrt{125}$

$c = \sqrt{0,04}$ $d = \sqrt{21} \times \sqrt{84}$

$e = \sqrt{16} + \sqrt{25}$ $f = \dfrac{36}{48}$

$g = 5\sqrt{200} \times \sqrt{\dfrac{27}{13}} \times \sqrt{\dfrac{1}{2\sqrt{26}}}$ $h = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$

$i = 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$

18 On donne l'expression :
$A = (x-2)^2 - 3x + 5$

1°) Développer et réduire A.

2°) Calculer A pour $x = -5$; $x = \sqrt{3}$ et $x = 1 - 2\sqrt{2}$

19 Calculer :

$a = \sqrt{100 - 36}$ $b = \sqrt{100} - \sqrt{36}$

$c = (3\sqrt{2})^2 + 5^2$ $d = (3\sqrt{2}+5)^2$

20 Simplifier les expressions suivantes :

$A = \sqrt{2}(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$

$B = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75} + 2\sqrt{3}$

1 Résoudre les équations suivantes :

$4x - 8 = 0$
$3x - 9 = 0$
$7 - 3x = 1$
$8 + 4x = 16$
$8x + 7 = 2x$
$3x - 9 = 4 - 2x$
$6 + 2x = 13x - 7$
$9x + 5 = 3x - 2$
$4(x + 2) + 1 = 2(7x - 5)$
$(2x - 5)(3x + 4) = 0$
$(1 - x)(3 + 2x) = 0$
$(2x - 5)(3x + 1) - (2x - 5)(1 - 5x) = 0$

$\frac{x}{2} = \frac{7}{3}$
$\frac{8}{x} = \frac{5}{2}$
$\frac{3}{x} = \frac{2}{x+5}$
$\frac{4x+3}{2} - \frac{2x-3}{3} = \frac{x-1}{6}$
$\frac{x+3}{4} - \frac{x-5}{6} = \frac{x-2}{3}$
$\frac{7x-4}{12} - \frac{8-3x}{36} = 2 - \frac{x-4}{9}$

2 a) Quel est le nombre dont le double plus 16 est égal au triple moins 21 ?

b) Quel est le nombre dont le quadruple moins 24 est égal au triple moins 3 ?

c) Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 381.

3 On ajoute un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{2}{5}$ et l'on obtient une fraction égale à $\frac{4}{5}$.

Quel est ce nombre ?

4 Anne possède 520 € de plus que Luc. Zoé possède le double d'argent que Luc. A eux trois, ils ont 3120 € .

Calculer ce que possède chacune de ces personnes.

5 Quatre enfants sont nés à des intervalles de 3 ans. La somme de leurs âges est 58.

Trouver l'âge de chaque enfants.

6 La somme des âges de trois personnes est 105.

Trouver l'âge de chacune sachant que la deuxième est deux fois plus âgée que la première et la troisième a dix ans de moins que la deuxième.

7 Christel achète un appareil photo, un flash et une pellicule.

Elle paie le tout 1102 francs.

Sachant que le flash vaut 4 fois la pellicule et que l'appareil vaut 6 fois le flash, trouver le prix de chaque objet.

8 Dans un massif de fleurs, il y a $\frac{1}{3}$ de fleurs jaunes, $\frac{1}{5}$ de fleurs rouges et 63 fleurs blanches.

Quel est le nombre total de fleurs ?

9 Une somme d'argent est partagée entre trois personnes.

La première reçoit 805 € .

La deuxième reçoit les $\frac{2}{5}$ de la somme totale et la troisième en reçoit les $\frac{1}{4}$.

Quelle est cette somme ?

10 Dans un panier de fruits, les $\frac{3}{7}$ sont des cerises, $\frac{1}{3}$ du panier est composé d'abricots, et il y a 35 noix.

Quel est le nombre total de fruits ?

11 Dans sa tirelire, Marie a 18 pièces, uniquement des pièces de 1 € et de 2 € .

Elle possède 26 € .

Quel est le nombre de pièces de 1 € et de pièces de 2 € ?

12 Un jardinier a planté 56 arbustes, des oliviers et des pruniers.

Les oliviers ont coûté 96 € pièces et les pruniers 22,5 € pièce. Il a payé 3024 € .

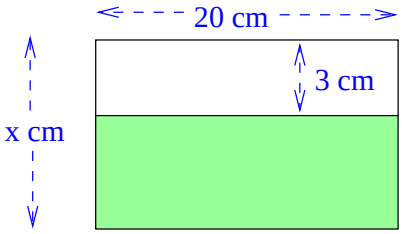
Quel est le nombre d'arbustes de chaque sorte ?

13 Un troupeau est composé de chameaux et de dromadaires.

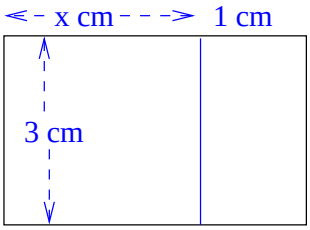
On compte 180 têtes et 304 bosses.

Sachant qu'un dromadaire possède une bosse et un chameau deux bosses, combien y a-t-il d'animaux de chaque sorte ?

14



a) Pour la figure ci-dessus, déterminer x sachant que l'aire en vert est égale à 80 cm^2.



b) Pour la figure ci-dessus, déterminer x sachant que l'aire du grand rectangle est de 24 cm^2.

15 Un terrain rectangulaire a une longueur de 80 m et une largeur de 55 m.
On augmente la longueur de 8 m.

De combien doit-on diminuer la largeur pour que l'aire du terrain ne change pas.

16 Un terrain rectangulaire mesure 40 m sur 35 m.
Si l'on diminue la longueur de 4 m et que l'on augmente la largeur de x m, l'aire augment de 504 m^2.

Calculer x.

17 Le prix d'un stylo est le double du prix d'un crayon.

On achète 4 stylos et 5 crayons pour le prix de 7,80 € .

Quel est le prix d'un crayon ? Quel est le prix d'un stylo ?

18 Un kg de poires coûte 1,20 € de plus qu'un kg de pommes.

On achète 3 kg de poires et 2 kg de pommes pour 8,85 € .

Quel est le prix d'un kg de pommes ? de poires ?

19 Actuellement, l'âge du père est le double de celui de son fils.

Dans 5 ans, ils auront à eux deux 70 ans.

Quel est l'âge du fils ? du père ?

20 Un père a le triple de l'âge de son fils.

Dans 12 ans, l'âge du père sera le double de l'âge du fils.

Quel est l'âge du fils ? du père ?

21 Anne, Bernard et Claudia ont en commun 405 € .

Bernard a deux fois plus d'argent que Anne et 30 € de moins que Claudia.

Calculer la somme que possède chacun.

22 Une somme d'argent est partagée entre trois personnes.

La première en reçoit les $\frac{1}{5}$, la deuxième en reçoit les $\frac{2}{3}$ et la troisième reçoit 144 € .

Calculer cette somme d'argent.

23 Une personne achète un bouquet composé de roses et d'iris.

Les roses coûtent 3 € pièce et les iris 2,05 € pièces.

Il y en tout douze fleurs et le prix du bouquet est de 32,20 € .
Calculer le nombre de roses et d'iris.

24 La longueur d'un rectangle est le triple de sa largeur.

Son périmètre est de 34,4 cm.

Calculer la largeur et la longueur de ce rectangle puis son aire.

25 Le prix d'une roses est le double du prix d'un iris.

Une tulipe coûte 0,24 € de plus qu'un iris.

On achète un bouquet composé de 6 roses, 4 iris et 2 tulipes pour le prix de 23,88 € .

Calculer le prix de chaque sorte de fleurs.

26 Résoudre chaque équation après l'avoir transformé en équation produit :

$(x-5)(x+2)+(x-5)(2x+1)=0$
$((x+3)^2-(2x-3)^2=0$
$x^2+2x+1=((x+1)(2x-3)$
$(3x-2)(x-2)=(3x-2)(1+2x)$
$(x-2)^2-16=0$
$(2x+3)^2=(1-4x)^2$

Au brevet

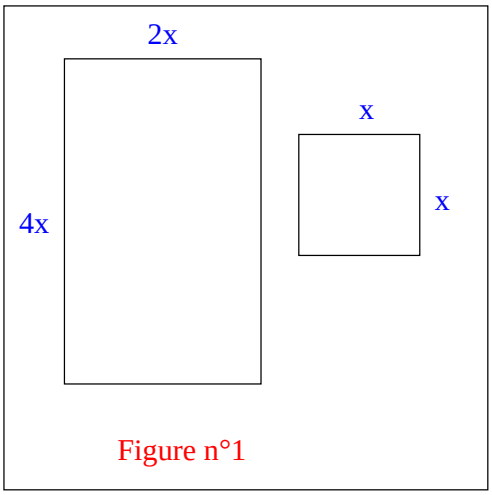


Figure n°1

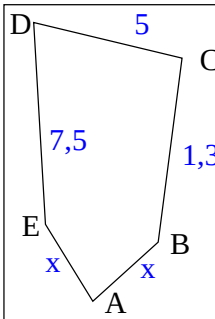


Figure n°2

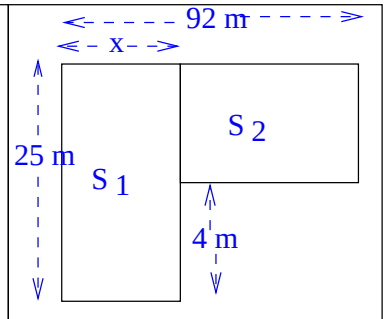


Figure n°3

27 La Figure n°1 représente un carré et un rectangle.

a) Calculer en fonction de x, l'aire du rectangle et celle du carré.

b) Sachant que la somme des deux aires est de 450 cm^2, calculer la longueur du côté du carré.

28 Sur la Figure n°2 , AB=AE=x cm ; BC=7,5 cm ; CD=1,3 cm et ED=5 cm.

Déterminer la valeur de x pour que le périmètre de la figure ABCDE soit de 20 cm.

29 La Figure n°3 représente deux terrains rectangulaires.

a) Ecrire en fonction de x, les aires S_1 et S_2 de chaque terrain.

b) Calculer x pour que les aires S_1 et S_2 soient égales.

30 Après la projection d'un film publicitaire, un club de plongée a enregistré en 1992, 25 % d'inscriptions de plus que l'année précédente.

a) On désigne par x le nombre d'inscriptions en 1991. Exprimer en fonction de x le nombre d'inscriptions en 1992.

b) Sachant qu'il y a eu en 1992, 7200 inscriptions, combien y en avait-il en 1991 ?

31 Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m^2, est occupé par la pelouse.

a) On désigne par x l'aire, en m^2, de ce jardin. Traduire cet énoncé par une équation d'inconnue x.

b) Calculer l'aire de ce jardin.

32 En France, à la fin de l'année 1991, il y avait 2,6 millions de répondeurs téléphoniques.

Sachant que le marché augmente de 15 % par an, combien y en avait-il à la fin de 1992 ?

33 Le rectangle ABCD de la Figure n°4 a 7 cm de longueur et 3 cm de largeur.

Le segment [ED] mesure 3 cm.

La droite (DA) coupe le demi-cercle de diamètre [EC] en F.

On appelle x la longueur en cm du segment [FD].

a) Calculer l'aire du rectangle ABCD.

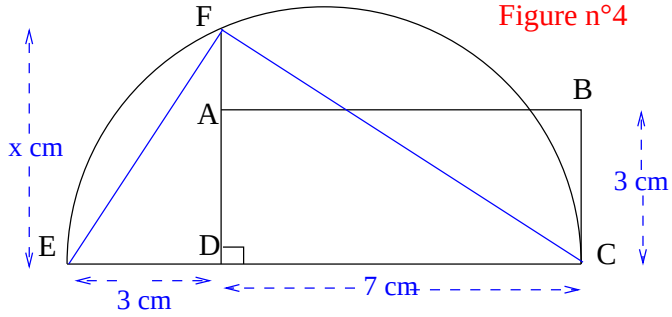
b) Démontrer que le triangle EFC est rectangle en F.

c) Exprimer EF^2 et FC^2 en fonction de x.

d) Montrer que $x^2=21$.

e) En conclure qu'un carré de côté FD a la même aire que le rectangle ABCD.

Figure n°4



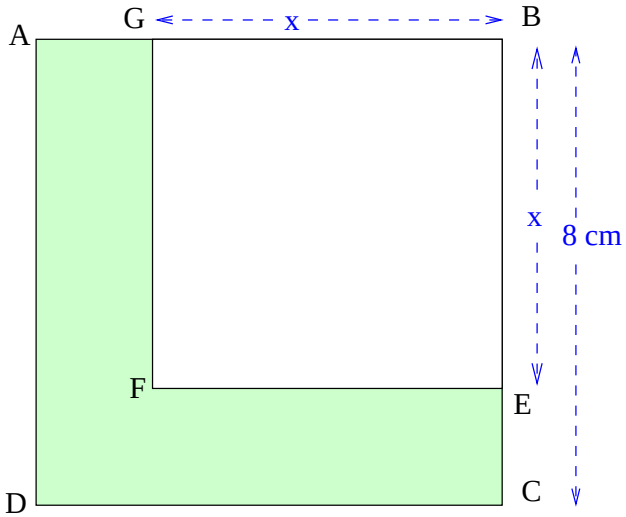
34 Le carré ABCD de la Figure 5 a pour côté 8 cm.

On découpe dans un angle le carré BEFG de côté x (en cm).

1°) Déterminer par le calcul, la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale au quart de l'aire de ABCD.

2°) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de BEFG est égale à l'aire de la figure en vert. On en donnera une valeur approchée au dixième.

Figure n°5



Inéquations

35 Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions.

$4x \leq 8$

$-5x \geq 10$

$-2x + 11 < 5x + 31$

$8x \geq 15 - 2x$

$x - \dfrac{x}{4} > \dfrac{2x-3}{3}$

$\dfrac{3x-2}{6} - \dfrac{x+1}{2} > 2 - \dfrac{1}{3}(5x-1)$

36 Soit l'inéquation : $-2x + 5 > 0$

1°) Sans résoudre l'inéquation, répondre aux questions suivantes :

- -10 est-il solution ?
- -4 est-il solution ?
- 5 est-il solution ?

2°) Résoudre l'inéquation : $-2x + 5 > 0$.

3°) Représenter sur un axe l'ensemble des solutions.

4°) Placer sur cet axe les points d'abscisse -10 ; -4 et 5.

37 Résoudre les systèmes d'inéquations suivant et représenter sur un axe l'ensemble des solutions.

$$\begin{cases} 3x + 5 \leq 17 \\ 3 - 4x \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{5x}{12} - \dfrac{3}{4} \leq \dfrac{17x-5}{18} + \dfrac{1}{9} \\ 3(8x-3) - 5(3x+1) \geq 9(x-4) \end{cases}$$

38 1°) Résoudre l'inéquation :

$\dfrac{3x}{4} - \dfrac{7-6x}{14} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{6+15x}{21} \geq x$

2°) Quel est le plus grand entier solution de cette inéquation ?

39 La somme de quatre entiers consécutifs est plus grande que 1939 et plus petite que 1945.

Trouver ces quatre entiers.

40 Un terrain rectangulaire a un périmètre de 115 m.

Calculer sa longueur sachant qu'elle est supérieure de 8 m à sa largeur.

41 1°) Soit l'inéquation $1 - 5x \leq 21$.

Soit les nombres 0 ; -7 ; 4 et -4.

Entourer ceux qui sont solution de l'inéquation.

2°) Résoudre l'inéquation $3x - 2 \geq x - 4$.

Représenter graphiquement les solutions de cette inéquation.

42 Soit A=$\dfrac{3x-2}{4}$

1°) Calculer A pour x=$\dfrac{7}{3}$.

2°) Le nombre $\dfrac{7}{3}$ est-il solutionde l'inéquation $\dfrac{3x-2}{4} < 2$.

3°) Résoudre l'inéquation $\dfrac{3x-2}{4} < 2$.

1 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2x - 7y = 17 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 5y = 21 \\ 3x - 7y = -29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 0 \\ 3x - 7y - 8 = 0 \end{cases}$$

2 Deux café et quatre cocas coûtent 8,80 euros.

Trois cafés et deux cocas coûtent 6,80 euros.

Quel est le prix d'un café ? d'un coca ?

3 La salle de spectacle compte 400 places.

Les parterres sont à 18 euros et les balcons sont à 16 euros.

Quand le théâtre est plein, la recette est de 6840 euros.

Combien y a t-il de places au balcon ? au parterre ?

4 1°) Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 76 \\ 7x + 9y = 614 \end{cases}$$

2°) Une personne achète 76 plants d'arbres fruitiers constitués de pommiers à 7 euros le pied et de poiriers à 9 euros le pied.

Le montant de la facture s'élève à 614 euros.

a) Mettre le problème en équation.

b) Déterminer le nombre d'arbres fruitiers de chaque sorte.

5 Pour fêter ses 35 ans, Jean veut offrir à sa femme un bouquet de 35 fleurs, composé d'iris et de roses.

Un iris coûte 2 euros et une rose coûte 3 euros. Son bouquet lui revient à 86 euros.

Combien Jean a t-il acheté d'iris et de roses ?

6 Plusieurs élèves se cotisent pour faire un cadeau à un ami.

Si chacun verse 61 euros alors il manque 28 euros.

Mais, si chacun verse 70 euros alors il y a 35 euros de trop.

En appelant x le nombre d'élèves et y le prix du cadeau, calculer le nombre d'élèves et ce que chacun doit payer.

7 Déterminer deux nombres sachant que leur somme est 286 et que si l'on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est 4 et le reste est 21.

8 14 personnes effectuent un voyage en train.

Les adultes paient leur place 16 euros et chaque enfant paie demi-tarif.
En tout ils ont payé 144 euros.

Combien le groupe comporte-t-il d'adultes et d'enfants ?

9 Résoudre l'énigme suivante :
Jules possède trois fois de disques que Jim.

Si Jules donnait 5 disques à Jim, il n'en aurait plus que le double de Jim.
Combien Jules et Jim ont-ils de disques chacun ?

10 Pierre achète 8 CD de même prix.

Luc achète 10 CD qui valent chacun 5 euros de moins que ceux de Pierre.

Quel est le prix d'un CD de Pierre sachant que Pierre et Luc ont dépensé la même somme ?

11 La différence de deux nombres est 24.

Si l'on ajoute 8 à chacun des deux nombres, on obtient deux nouveau nombres dont le plus grand est le triple du plus petit.

Quels sont ces deux nombres ?

12 Si l'on augmente la longueur d'un rectangle de 2 cm et sa largeur de 3 cm, son aire augmente de 96 cm^2.
Si l'on diminue sa longueur de 5 cm et sa largeur de 4 cm, son aire diminue de 135 cm^2.

Déterminer les dimensions du rectangle.

13 Au théâtre, le prix normal d'un billet est de 24 euros.

1°) Certains spectateurs peuvent bénéficier d'une réduction de 20 %. Combien paient-ils leur entrée ?

2°) Un groupe de 25 personnes va au théâtre, certains paient 24 euros et d'autres 19,2 euros.

Sachant que pour les 25 entrées, le groupe a payé 556,8 euros, trouver le nombre de billets à 24 euros et le nombre de billets à 19,2 euros.

14 Au café, Pierre et ses amis ont commandé 3 cafés et 2 chocolats pour la somme de 6 euros.

Paul et ses camarades ont payé 8 euros pour deux cafés et quatre chocolats.

Trouver le prix d'un café et le prix d'un chocolat.

15 Deux carnets de ticket plein tarif et trois carnets de tickets à tarif réduit coûtent 16,7 euros.

Un carnet de tickets plein tarif et deux carnets de tickets à tarif réduit coûtent 9,6 euros.

Calculer le prix d'un carnet plein tarif et le prix d'un carnet à tarif réduit.

16 Un père a le triple de l'âge de son fils.

Dans 15 ans, l'âge du père sera le double de l'âge de son fils.

Quel est l'âge du fils et du père ?

17 La somme de deux nombres x et y est 158.

En ajoutant 25 à chacun des deux nombres, l'un devient le triple de l'autre.

Quels sont ces deux nombres ?

18 Trouver deux nombres x et y connaissant leur différence 25 et la différence de leur carré 1375.

19 Un élève a deux notes sur 20 en maths, l'une de contrôle notée x et affecté du coefficient 3, l'autre de devoir notée y et affecté du coefficient 2.

On appelle moyenne pondérée le nombre :

$$m = \frac{3x + 2y}{5}$$

1°) Calculer la moyenne pondérée de Fabien qui a eu 12 en contrôle et 14 en devoir.

2°) Joël veut avoir 10 de moyenne pondérée. Il a eu 7 au devoir.

Quelle note lui faut-il au contrôle ?

3°) Elsa a eu 14 de moyenne pondérée.

Elle s'aperçoit qu'en intervertissant les notes du devoir et du contrôle, elle obtient une moyenne pondérée de 16.

Quelles sont ses notes au devoir et au contrôle ?

4°) En intervertissant ses notes de devoir et de contrôle, Béatrice trouve deux fois la même moyenne pondérée qui est 12.

Quelles sont ses notes en devoir et en contrôle ?

---

20 Pour la Figure n°1, calculer les côtés de chacun des carrés sachant que leur périmètre diffèrent de 32 m et que l'aire en vert est égale à 384 m^2.

21 Pour la Figure n°2 , la somme des longueurs de ces deux cercles est de 96 π mm.
La différence de leur diamètre est de 24 mm.
Calculer les rayons des deux cercles.

Figure n°1

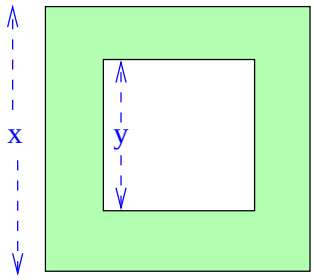
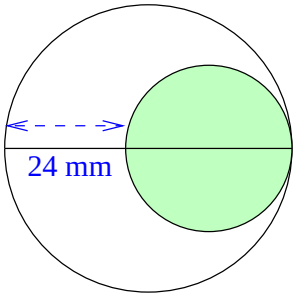


Figure n°2



1 Soit f la fonction affine telle que f(x)=−2x+3.

a) Calculer f(5) et f(−2).

b) Quelle est l'image de 1 par f ?

c) Tracer la représentation graphique de f.

2 Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ?

$f(x) = 2 - 3x$ $\quad$ $f(x) = \sqrt{2}x + 1$

$f(x) = \dfrac{1}{x-2} + 1$ $\quad$ $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$

$f(x) = 2x^2 - 3$ $\quad$ $f(x) = -4x$

$f(x) = 2$ $\quad$ $f(x) = (x-1)^2 - (x+1)^2$

3 Représenter graphiquement les fonctions suivantes :

$f(x) = 3x - 2$ $\quad$ $g(x) = -\dfrac{4}{3}x + 3$

$h(x) = \dfrac{2}{3}x$ $\quad$ $i(x) = 3$

$j(x) = 1 - 2x$ $\quad$ $k(x) = -\dfrac{1}{3}x + 2$

4 Déterminer les fonctions affines définie par :

a) f(2)=1 et f(3)=5

b) f(−2)=−3 et f(4)=1

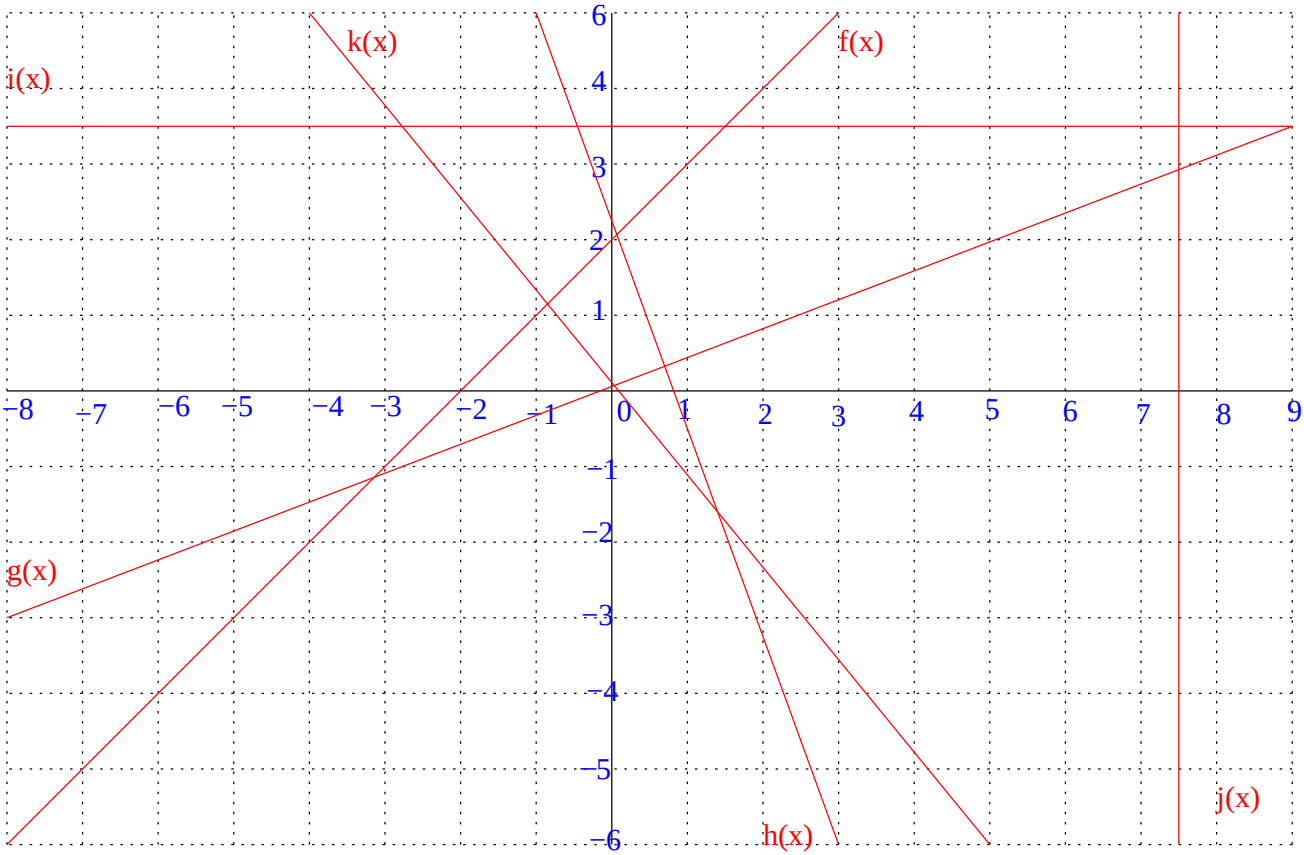
c) f(0)=4 et f(−3)=−2

d) f(2)=3 et f(3)=3

5 a) Par lecture graphique, déterminer l'expression des fonctions f, g, h, i, j et k.

b) Indiquer si ces fonctions sont croissantes, décroissantes ou constantes.

c) Résoudre graphiquement les équations : $f(x) = g(x)$ et $g(x) \leq i(x)$.



6 1°) Tracer les représentations graphiques des fonctions $f(x) = 2x - 1$ et $g(x) = 5 - x$.

2°) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$. Vérifier par le calcul.

3°) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) > g(x)$. Vérifier par le calcul.

7 Un club informatique propose trois tarifs d'abonnement pour la location de CD-ROM.

• Tarif A : 3 euros pour la location de chaque CD-ROM.

• Tarif B : 50 euros d'abonnement annuel plus 2 euros pour la location de chaque CD-ROM.

• Tarif C : un abonnement fixe de 170 euros pour l'année et location gratuite de chaque CD-ROM.

On désigne par x le nombre de CD-ROM loués en un an. On admettra que $0 \leq x \leq 100$. Soient f(x) le prix payé en euros avec le tarif A, g(x) le prix payé en euros avec le tarif B et h(x) le prix payé en euros avec le tarif C.

1°)Calculer le prix à payer pour la location de 54 CD-ROM avec chacun des trois tarifs.

2°) Exprimer en fonction de x, f(x), g(x) et h(x).

3°) Construire dans un même repère, les représentations graphiques de f, g et h.

On prendra 1 cm pour représenter 5 CD-ROM sur l'axe des abscisses et 1 cm pour représenter 10 euros sur l'axe des ordonnées.

4°) Par lecture graphique, déterminer le prix à payer pour la location de 40 CD-ROM avec chacun des trois tarifs.

5°) Par lecture graphique, déterminer le nombre de CD-ROM que l'on peut louer avec 100 euros pour chacun des trois tarifs.

6°) Résoudre les équations f(x)=g(x) et g(x)=h(x).

Vérifier graphiquement le résultat.

7°) Déterminerpar le calcul à partir de combien de CD-ROM le tarif B devient plus avantageux que le tarif A.

8°) Déterminer par le calcul à partir de combien de CD-ROM le tarif C devient plus avantageux que le tarif B.

8 Soit un rectangle ABCD tel que AB=40 m et BC=20 m. Soient E le point de [AD] et F le point de [CD] tels que AE=CF=x où x désigne un nombre compris entre 0 et 20.

1°) Calculer en fonction de x, l'aire A(x) du triangle ABE, l'aire B(x) du triangle BCF et l'aire C(x) du quadrilatère EBFD.

2°) Dans un repère orthogonal, représenter graphiquement les trois fonctions affines A, B et C avec $0 \leq x \leq 20$. Unité : sur l'axe des abscisses 1cm représente 2 m, sur l'axe des ordonnées 1cm représente 50 m^2.

3°) A l'aide des graphiques précédents, répondre aux questions suivantes :

a) Peut-on avoir l'aire du triangle ABE égale à celle du quadrilatère EBFD. Si oui, pour quelle valeur de x et quelle sera la valeur de leur aire ?

b) Peut-on avoir l'aire du triangle BCF égale à celle du quadrilatère EBFD. Si oui, pour quelle valeur de x et quelle sera la valeur de leur aire ?

c) Peut-on avoir l'aire du triangle ABE égale à celle du triangle BCF ?

9 Des élèves décident de vendre des croissants à domicile pour financer leur voyage de fin d'année.

Le montant facturé comprend le prix des croissants auquel s'ajoute une somme fixe pour la livraison. Le prix facturé est fonction affine f du nombre de croissants.

On sait que 4 croissants livrés coûtent 19 francs et 10 croissants livrés coûtent 37 francs.

1°) Dessiner la représentation graphique de la fonction f. En abscisse, on prendra 1 cm pour 1 croissant, en ordonnée 1 cm pour 5 francs.

2°) Par lecture graphique, déterminer le prix de 12 croissants livrés.

3°) Déterminer a et b tels que f(x)=ax+b.

4°) Retrouver par le calcul, le prix de 12 croissants.

5°) Quel est le montant de la livraison ?

10

I Bruno dispose d'un plan de son studio à l'échelle $\frac{1}{100}$. C'est un rectangle de longueur 4,9 cm et de largeur 4 cm.

1) Calculer les dimensions réelles en m^2 du studio.

2) Calculer l'aire réelle du studio en m^2.

II

Pour recouvrir le sol de son studio, Bruno cherche à se procurer 20 m^2 de moquette.

Il s'informe des tarifs dans deux magasins, Toumoquette et Beautapis.

Comme on est en fin de saison, chaque magasin propose des conditions exceptionnelles :

• chez Toumoquette, la pose de la moquette est gratuite ;

• chez Beautapis, on accorde un rabais de 20 % sur le prix de la moquette, mais il faudra payer la pose qui coûte 520 F.

1°) a) Bruno choisit chez Toumoquette une moquette qui coûte 90 F le m^2.

Calculer la dépense de Bruno.

b) Bruno choisit chez Beautapis une moquette qui coûte également 90 F le m^2, mais avant rabais.

Calculer la dépense de Bruno, pose comprise.

2°) Soit x le prix du m^2 de moquette, T(x) le prix payé chez Toumoquette, B(x) le prix payé chez Beautapis.

a) Écrire T(x) en fonction de x.

b) Vérifier que chez Beautapis, le prix pour une moquette à x F le m^2, est égal, après la réduction de 20 %, à 16 x.

c) En conclure que $B(x) = 16x + 520$.

3) Le plan est rapporté à un repère orthonormal.

Sur une feuille de papier millimétré, construire ce repère de manière que :

• l'origine soit placée en bas à gauche ;

• en abscisse, 1 cm représente 10 F ;

• en ordonnée, 1 cm représente 200 F.

Soient d_1 et d_2 les droites d'équations :

$d_1 : y = 20x$

$d_2 : y = 16x + 520$

Tracer d_1 et d_2 dans ce repère.

4) Déterminer, par lecture graphique, le magasin le plus avantageux en fonction du prix du m^2 de moquette.

5) Retrouver, par calcul, pour quelles valeurs de x le prix T(x) est inférieur ou égal au prix B(x).

11

Le gérant d'une salle de cinéma propose deux options à ses clients :

• option 1 : Le client paie 45 F par séance.

• option 2 : Le client paie un abonnement annuel de 250 F puis seulement 20 F par séance.

I 1°) a) Quelle est l'option la plus avantageuse pour un client assistant à 12 séances par an ? Justifier votre réponse.

b) Quelle est l'option la plus avantageuse pour un client assistant à 5 séances par an ? Justifier votre réponse.

2°) On désigne par x le nombre de séances auxquelles assiste un spectateur dans l'année, par f(x) sa dépense annuelle en francs s'il a choisi l'option 1 et par g(x) sa dépense annuelle en francs s'il a choisi l'option 2.

Exprimer f(x) et g(x) en fonction de x .

II Dans un repère orthogonal, on choisit les unités graphiques suivantes :

• sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 séance ;

• sur l'axe des ordonnées : 2 cm pour 50 F.

On utilisera une feuille de papier millimétré.

1) Tracer dans ce repère les droites :

• D_1, d'équation $y = 45x$;

• D_2 d'équation $y = 20x + 250$.

2) Calculer les coordonnées du point d'intersection K de ces deux droites.

III 1) Résoudre l'inéquation $45x \leq 20x + 250$.

2) Utiliser le résultat précédent pour déterminer l'option la plus avantageuse pour un spectateur, suivant le nombre de séances auxquelles il assiste dans l'année.

IV Le gérant propose une option 3 à ses meilleurs clients : un abonnement forfaitaire de 550 F, chaque séance devenant alors gratuite.

1) Cette option est-elle avantageuse pour 12 séances ?

2) Déterminer graphiquement le nombre de séances à partir duquel cette option devient la plus avantageuse.

(On laissera apparents les traits de construction.)

12

I La géode

Dans le parc de la Cité des Sciences se trouve la géode, salle de cinéma qui a, extérieurement, la forme d'une calotte sphérique posée sur le sol, de rayon 18 m.

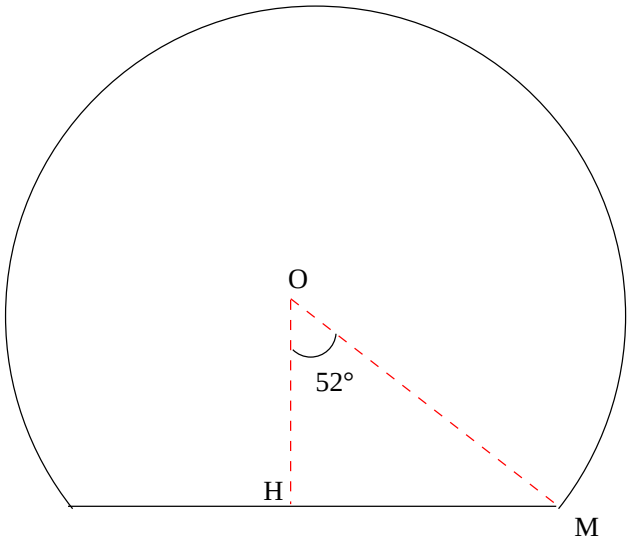
1°) Calculer OH (on trouvera 11 mètres à un mètre près).

2°) Calculer HM (donner le résultat arrondi à 1 m près).

3°) Calculer la hauteur totale de la géode.

4°) a) Quelle est la forme de la surface au sol occupée par la géode ?

b) Calculer l'aire de cette surface (valeur approchée par défaut à 1 m^2 près).



5°) On veut représenter le triangle OMH à l'échelle $\frac{1}{300}$.

a) Quelle est la longueur DM sur cette représentation ?

b) Construire le triangle OMH à l'échelle.

II Deux compagnies de transport proposent aux établissements scolaires un tarif pour le transport de 20 élèves.

La compagnie C_1 : 800 F à la réservation plus 4 F par kilomètre parcouru.

La compagnie C_2 : 500 F à la réservation plus 6 F par kilomètre parcouru.

1) On désigne par x le nombre de kilomètres séparant un établissement scolaire et la Cité des Sciences. On note :

• $f(x)$ le coût du transport des élèves de cet établissement par la compagnie C1 ;

• $g(x)$ le coût du transport des élèves de cet établissement par la compagnie C2.

Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

2) Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,J), tracer les représentations graphiques des fonctions $f(x)$ et $g(x)$.

On prendra, sur l'axe des abscisses, 4 cm pour représenter 100 km ; sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour représenter 100 F.

3) En utilisant le graphique, peut-on savoir à quelle distance de Paris sont situés les établissements qui ont intérêt à utiliser la compagnie C_1 ? Expliquer.

4) Trouver, par le calcul, à quelle distance de Paris sont situés les établissements qui ont intérêt à utiliser la compagnie C_1.

Pourcentages

1 1°) Un objet coûtait 620 euros. Après augmentation, il coûte 713 euros.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

2°) Un objet coûtait 500 euros. Il est soldé à 350 euros.

Quel est le pourcentage de diminution ?

3°) Un objet coûtait 120 euros. Son prix est augmenté de 5 %.

Quel est le nouveau prix ?

4°) Après une augmentation de 3 %, un objet coûte 149,35 euros.

Quel était son prix avant augmentation ?

5°) On a droit à un rabais de 20 % sur un objet coûtant 300 euros.

Combien paie-t-on cet objet ?

6°) Après une réduction de 15 %, un objet coûte 153 euros.

Combien coûtait-t-il avant réduction ?

2 Dans une classe, seuls 20 %, c'est à dire 5 élèves, ont eu la moyenne à un devoir.

Quel est le nombre d'élèves de cette classe ?

3 Un commerçant calcule ses prix de vente en prenant un bénéfice de 30 % sur ses prix d'achat.

a) Quel est le prix de vente d'un article qu'il a acheté 175 euros.

b) Quel est le prix d'achat d'un article qu'il a vendu 113,10 euros.

c) Le commerçant achète un article 145 euros. En fin de saison, il le solde 159,5 euros.

Exprimer en pourcentage, le bénéfice encore réalisé sur cet article.

4 Sur une route dangeruse, la vitesse est limitée.

Marie décide de rouler à une vitese inférieure de 10 % à la vitesse maximale autorisée.

L'aiguille du compteur indique alors 72 km/h.

1°) Quelle est la vitese maximale autorisée sur cette route ?

2°) La visibilité étant particulièrement mauvaise, Marie décide de réduire encore sa vitesse afin de rouler à 54 km/h.

De quel pourcentage doit-elle diminuer sa vitesse ?

5 En classe de quatrième, les élèves d'un collège doivent choisir entre trois options de langue : allemand, anglais renforcé et espagnol. Le résultat du choix est :

- $\frac{4}{7}$ des élèves ont choisi l'espagnol.
- 20 % des élèves ont choisi l'anglais renforcé
- 56 élèves ont opté pour l'allemand.

1°) Déterminer le nombre d'élèves de Quatrième.

2°) A la rentrée scolaire suivante, le collège comptera le même nombre d'élèves en Quatrième.

L'option Japonais sera proposé aux élèves.

Elle sera ouverte si au moins 15 élèves choisissent cette option.

Quel pourcentage minimum d'élèves devra choisir l'enseignement du Japonais pour que cette ouverture ait lieu ?

6 Une compagnie d'assurances propose à Monsieur Durand d'assurer son véhicule.
Le montant de la prime annuelle d'assurances est de 3 250 F.
Comme Monsieur Durand utilise son véhicule dans le cadre professionnel, son employeur participe aux frais d'assurances en lui versant une indemnité annuelle de 1 170 F.

1°) Quel pourcentage de la prime annuelle d'assurances, la participation de l'employeur représente-t-elle ?

2°) La compagnie d'assurances accorde à Monsieur Durand un «bonus», c'est-à-dire une réduction de 35 % sur la prime annuelle d'assurances.
Quel est le montant de cette réduction ?

3°) Quel est le montant restant à la charge de Monsieur Durand ?

Statistiques

7 Voici les 25 notes d'un contrôle : 12 - 12 - 11 - 7 - 8 - 13 - 15 - 15 - 7 - 10 - 12 - 14 - 8 - 9 - 14 - 15 - 15 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 14 - 14 - 15.

1°) Compléter le tableau suivant.

Notes	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total
Effectifs										
Effectifs cumulés										
Fréquences en %										
Fréquences cumulés en %										

2°) Quelle est la médiane ?

3°) Calculer la moyenne de deux façons.

a) avec la listes des notes.

b) avec le tableau.

4°) Tracer le diagramme en bâton des effectifs.

5°) Tracer la courbe des fréquences cumulés.

Retrouver la médiane à l'aide de cette courbe.

8 Trois candidats à une élection ont obtenu les résultats donnés dans le tableau suivant.

1°) Compléter ce tableau.

2°) Tracer le diagramme circulaire des résultats.

Candidats	X	Y	Z	Total
Suffrages	8350	6221	831	
Pourcentages				
Angle au centre				

9 Les 750 élèves d'un collège sont répartis de la façon suivante :

- 255 élèves sont en sixième.
- 26 % des élèves sont en cinquième
- $\frac{6}{25}$ des élèves sont en quatrième.

Compléter le tableau suivant puis tracer le diagramme semi-circulaire des effectifs.

Niveau	Sixième	Cinquième	Quatrième	Troisième	Total
Nombre d'élèves					
Pourcentage					
Angle					

10 Une enquête auprès des 48 élèves de deux classes portait sur la durée du trajet pour se rendre au collège.

1°) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.

Temps en min	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$	$30 \leq t < 45$	$t > 45$	Total
Effectifs	6	24		3	48
Effectifs cumulés					
Fréquences en %					

2°) Tracer l'histogramme des effectifs.

3°) Quel est le nombre d'élèves dont la durée du trajet est inférieure à 45 min ?

4°) Quel est le nombre d'élèves dont la durée du trajet est supérieur ou égale à 30 min ?

5°) Quel est le pourcentage d'élèves dont la durée du trajet est inférieure à 30 min ?

11 Dans une classe de Troisième, on a relevé l'âge des élèves. Les résultats obtenus ont été placés dans un tableau mais certains ont été effacés.

Compléter le tableau

Age	Pourcentage	Nb d'élèves	Nb de filles	Nb de garçons
14 ans	10 %			1
15 ans				12
16 ans	20 %		3	
Totaux	100 %	30		

12 On a relevé pour 100 véhicules, la distance parcourue en un an.

Distance parcourue en milliers de km	0 à 10	10 à 20	20 à 30	30 à 40	40 à 50
Effectifs	10	18	40	20	12
Effectifs cumulés					

1°) Construire l'histogramme correspondant.

2°) Remplir la ligne des effectifs cumulés.

3°) Dans quelle classe se trouve la médiane ?

4°) Déterminer la distance moyenne parcourue par un véhicule en un an.

1 Ecrire l'ensemble des diviseurs des nombres suivants. Sont-ils premiers ?
260 320 127 97 358 51 96.

2 a) Ecrire l'ensemble des diviseurs des nombres 360 et 480.

b) En déduire leur PGCD puis leur PPCM.

c) Simplifier la fraction $\frac{360}{480}$.

d) Calculer $\frac{7}{360}+\frac{11}{480}$.

e) Simplifier $\sqrt{360}$ et $\sqrt{480}$.

3 a) Décomposer en nombres premiers 1176 et 1260.

b) En déduire leur PGCD et leur PPCM.

c) Simplifier $\frac{1260}{1176}$.

d) Calculer $\frac{125}{1176}-\frac{7}{1260}$.

e) Simplifier $\sqrt{1176}$ et $\sqrt{1260}$.

4 Calculer PGCD(2205 ;1470) et PGCD(3465 ;2704).

Ces couples de nombres sont-ils premiers entre eux ?

5 1°) Calculer PGCD(325 ;1053).

2°) Ecrire sous forme de fraction irréductibles le nombre $\frac{325}{1053}$.

3°) Calculer $A=\sqrt{1053}-3\sqrt{325}+2\sqrt{52}$. On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{13}$ où a est un nombre entier.

6 Un philatéliste possède 1631 timbres français et 932 timbres étrangers.

Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques comportant le même nombre de timbres français et étrangers.

1°) Calculer le nombre maximal de lots qu'il pourra réaliser.

2°) Combien y aura-t-il de timbres français et étrangers par lot ?

7 1°) Calculer le PGCD de 110 et de 88.

2°) Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur.

Il a reçu la consigne suivante : découper dans ces plaques des carrés identiques, les plus grands possible, de façon à ne pas avoir de pertes.

Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

3°) Combien obtiendra-t-on de carés par plaque ?

8 On pose M=$\frac{20755}{9488}-\frac{3}{8}$.

1°) Calculer le PGCD de 20755 et 9488.

2°) Ecrire M sous forme d'une fraction irréductible.

3°) Le nombre M est-il décimal, est-il rationnel ?

9 1°) Soient les deux nombres entiers 1309 et 1001.

a) Calculer leur PGCD.

b) Ecrire l'ensemble de leurs diviseurs communs.

2°)Un paysan possède un champ rectangulaire de longueur 1309 m et de largeur 1001 m. Il souhaite entourer son champ de peupliers.

• Les arbres doivent être régulièrement espacés.

• La distance entre deux arbres consécutifs doit être un nombre entier de mètres compris entre 3 et 8.

• Il doit y avoir un peuplier à chaque sommet du rectangle.

Calculer le nombre de peupliers nécessaires pour entourer ce champ.

10 1°) Calculer le PGCD de 1 756 et 1 317 (on détaillera les calculs nécessaires).

2°) Un fleuriste a reçu 1 756 roses blanches et 1 317 roses rouges.

Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est-à-dire comprenant un même nombre de roses et la même répartition entre les roses blanches et les rouges) en utilisant toutes les fleurs.)

a) Quel sera nombre maximal de bouquets identiques ?

b) Quelle sera alors la composition de chaque bouquet

11 1°) Calculer le plus grand diviseur commun de 540 et 300.

2°) Une pièce rectangulaire de 5,40 m de long et de 3 m de large est recouverte, sans découpe, par des dalles de moquette carrées toutes identiques de côté un nombre entier de centimètres.

a) Quelle est la mesure du côté de chacune de ces dalles, sachant que l'on veut le moins de dalles possibles ?

b) Calculer alors le nombre de dalles utilisées ?

12 1°) Déterminer le PGCD des nombres 108 et 135.

2°) Marc a 108 billes rouges et 135 noires. Il veut faire des paquets de sorte que :

• Tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges .

• Tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires .

• Toutes les billes rouges et toutes les billes noires sont utilisées.

a) Quel nombre maximal de paquets pourra-il réaliser ?

b) Combien y aura-t-il de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

13 Les dimensions d'une caisse sont 105 cm, 165 cm et 105 cm.

On veut réaliser des boîtes cubiques, les plus grandes possibles, qui permettent de remplir entièrement la caisse.

Quelle doit être l'arête de ces boites et combien de telles boites peut-on placer dans la caisse ?

14 Disposant de peu de moyens, deux clubs de football ont décider de fusionner.

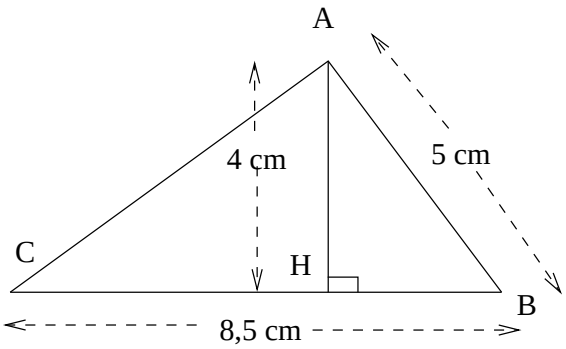
Le premier compte 120 membres et le second 144. Pour définir les modalités de la fusion, une commision est formée.

Le nombre de représentants de chaque club doit être proportionnel au nombres de licenciés.

On voudrait que la commission soit la plus restreinte possible.

Combien chaque club doit-il désigner de représentants ?

1 Sachant que AB=5 cm ; AH=4 cm et BC=8,5 cm, et en utilisant deux fois le théorème de pythagore puis sa réciproque, montrer que ABC n'est pas un triangle rectangle.



2 Tracer un triangle ABC. Soit I le milieu du segment [AB]. Soient J et K les points du segment[AC] tels que AJ=JK=KC.

1°) Citer les "théorèmes du milieu dans un triangle".

2°) Montrer que les droites (IJ) et (BK) sont parallèles.

3°) La droite (IJ) rencontre la droite (BC) en D. Montrer que B est le milieu de [CD].

4°) Montrer que $IJ = \frac{1}{4}DJ$.

3 Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4,5 cm.

Soit O' un point tel que OO'=6 cm. Tracer le cercle $\mathcal{C}$' de centre O' et de rayon 3 cm.

Ces deux cercles se coupent aux points A et B.

Tracer le diamètre [AM] du cercle $\mathcal{C}$ et le diamètre [AN] du cercle $\mathcal{C}$'.

1°) Citer les propriétés relatives au cercle circonscrit à un triangle rectangle et à sa médiane.

2°) Montrer que $(MB)\perp(BA)$ et $(BN)\perp(BA)$.

Que peut-on en déduire pour les points M, B et N ?

4 Soit ABC un triangle isocèle en C. Soit D le symétrique de B par rapport à C.

Montrer que le triangle ABD est rectangle en A.

5 Citer la formule du cosinus.

1°) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que BC=5 cm et $\widehat{ABC} = 35^\circ$

a) Calculer BA et en donner une valeur approchée au dixième.

b) Calculer $\widehat{ACB}$.

c) Calculer AC et en donner une valeur approchée au dixième.

2°) Soit EFG un triangle rectangle en E tel que EG=5 cm et FG=6 cm.

Calculer les angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{EFG}$.

6 Soit ABC un triangle tel que AB=7 cm, AC=6 cm et BC=5 cm.

Soit I le point du segment [AB] tel que AI=3 cm. La parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J.

En utilisant le théorème de Thalès, calculer les longueurs AJ et IJ.

7 Soit ABC un triangle. Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [AC].

Les droites (IC) et (BJ) se coupent au point G.

a)Montrer que (AG) coupe le segment [BC] en son milieu.

b) Compléter BG=.....BJ et GC= ..... GI.

8 Soit IAN un triangle rectangle en A.

Soit K un point intérieur au triangle IAN.

Soit P le point d'intersection de (AI) et de la parallèle à (AN) passant par K.

Soit L le point d'intersection de (AN) et de la parallèle à (AI) passant par K.

Montrer que APKL est un rectangle.

9 Soit ABC un triangle et D un point de la droite (AC).

Soit E le symétrique de C par rapport à la droite (AB).

Soit F le symétrique de D par rapport à la droite (AB).

a) Montrer que CAE est un triangle isocèle.

b) Montrer que A, F et E sont alignés.

c) Montrer que CDFE est un trapèze.

10 a) Tracer un triangle ABC rectangle en B tel que AC=4,5 cm et BC=3,2 cm.

b) Calculer la longueur AB.

c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ puis de l'angle $\widehat{BAC}$.

d) Tracer le cercle circonscrit au triangle ABC et énoncer la propriété utilisée.

11 Tracer un triangle EFG tel que EF=4,5 cm, FG=7,5 cm et EG=6 cm.

a) Montrer que ce triangle est rectangle.

b) Soit I le milieu du segment [FG], calculer la longueur EI.

c) Soit J le milieu du segment [EG], calculer la longueur IJ.

d) Calculer le mesure des angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{EFG}$.

e) Quelle est la nature du triangle EIG.

f) En déduire la mesure des angles $\widehat{IEG}$, $\widehat{EIG}$ et $\widehat{JIG}$.

12 Tracer en utilisant son cercle circonscrit, le triangle KLM rectangle en K et tel que LM=8,4 cm et $\widehat{LMK}$=60°

a) Calculer les longueurs des côtés [KM] et [KL].

b) Soit I le point du segment [LM] tel que MI=3 cm. La parallèle à (LK) passant par I coupe (KM) en J.

Calculer les longueurs MJ et IJ.

13 Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre AB=7 cm. Soit C le point du cercle $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{BAC}$=50°.

a) Quelle est la nature du triangle ABC ?

b) Calculer les longueurs AC et BC.

c) Soit D le symétrique du point C par rapport au milieu O du segment [AB].

Montrer que ACBD est un rectangle.

14 Soit ABC un triangle tel que AB=8 cm, AC=6 cm et BC=3 cm.

a) Montrer que ABC n'est pas un triangle rectangle.

b) Tracer la hauteur [CH] issue de C dans ce triangle.

c) Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB]. Ce cercle $\mathcal{C}$ coupe la droite (BC) au point K.

d) Montrer que (AK)⊥(BC).

e) Les droites (AK) et (CH) se coupent en M.

Comment se nomme le point M pour le triangle ABC ?

f) En déduire que (MB)⊥(AC).

15 Le triangle ABC est équilatéral de côté 8 cm. Ses hauteurs (AH) et (BK) sont sécantes en I

a) Montrer que H est le milieu de [BC] et K le milieu de [AC].

b) Calculer AH et AI.

c) Montrer que H et K sont sur le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB].

d) Montrer que (HK)//(AB) et calculer la longueur HK.

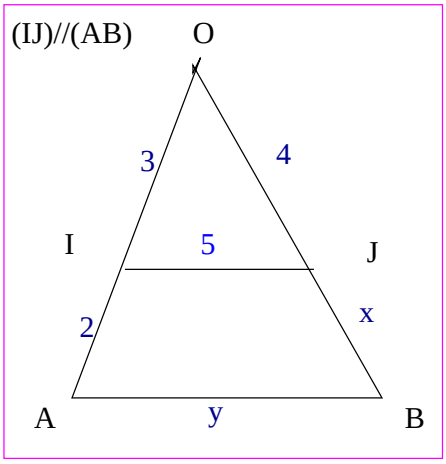
e) Un point M est défini par AM=7cm et BM=4 cm. Est-ce un point du cercle de diamètre [AB] ?

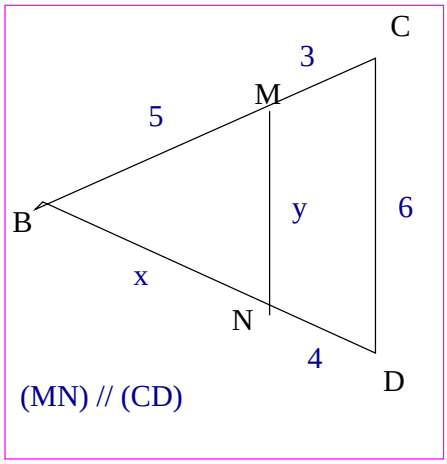
1 Résoudre les équations :

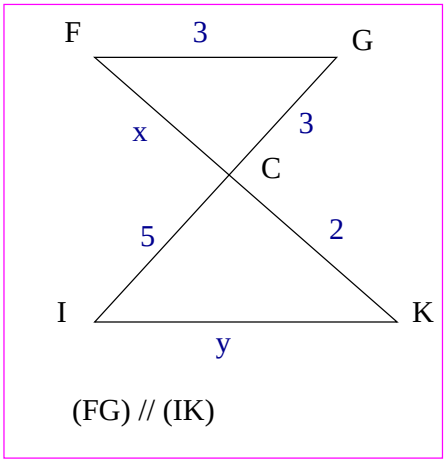
$$\frac{x}{8} = \frac{9}{4} \qquad \frac{6}{5} = \frac{15}{x} \qquad \frac{x+1}{2} = \frac{2}{4}$$

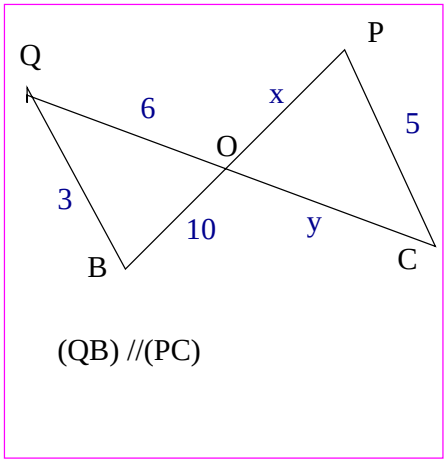
$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{5} \qquad \frac{x-5}{2} = \frac{x+2}{3}$$

2 Dans les figures suivantes, calculer x et y :









3 Soit EFG un triangle tel que EF=6 cm, EG=5 cm et FG=8 cm.

Soit I le point du segment [EF] tel que EI=2,4 cm. La parallèle à (FG) passant par I coupe (EG) en H.

Calculer le périmètre du triangle EIH.

4 Soit ABC un triangle isocèle en A. Soit D un point de [AB].

La parallèle à (AC) passant par D coupe (BC) en E.

Montrer que BDE est un triangle isocèle.

5 Soit un rectangle ABCD tel que AB=8 cm et BC=4 cm.

1°) Placer sur [AB] le point I tel que AI=6 cm.

Placer le point J milieu de [BC].

Tracer la parallèle à (IJ) passant par A. Cette droite coupe (DC) en K et (BC) en H.

2°) Calculer BH.

3°) Calculer CH et en déduire que K est le milieu de [DC].

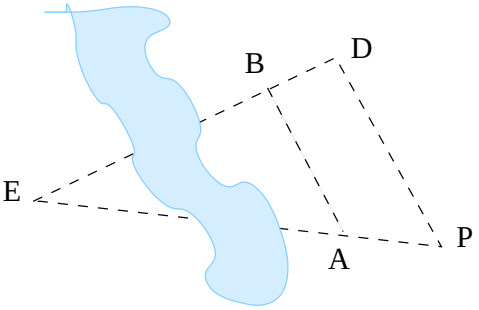
4°) Montrer que (KJ)//(DB).

6 On cherche à déterminer la distance du dolmen D à l'église E qui sont séparés par un plan d'eau.

Par un système de visée, on place les piquets A et B alignés respectivement avec P, E et D, E de façon que (AB) soit parallèle à (DP).

On mesure en hm DB=3 AB=3 DP=5.

Calculer la distance ED du dolmen à l'église.



7 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=2 cm et AC=4 cm.

a) Construire le triangle ABC.

b) Calculer la longueur du côté [BC].

c) Construire le point D symétrique du point B par rapport à A et le point E symétrique de C par rapport à A.

Quelle est la nature du quadrilatère BCDE ?

d) Placer le point F sur la demi-droite [AB] tel que AF=6 cm.

Tracer la droite parallèle à la droite (FC) passant par B. Elle coupe (AC) en G.

Calculer la longueur AG.

8 Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A.

La hauteur issue de A coupe [BC] en H.

On donne BC=6 cm et AH= 4 cm.

Soit M un point du segment [BH]. On pose BM=x.

La parallèle à (AH) menée par M coupe la droite (AB) en P et la droite (AC) en Q.

1°) a) Calculer BH et donner un encadrement de x.

b) Montrer que $\frac{MP}{AH} = \frac{x}{3}$.

c) En déduire MP en fonction de x.

2°) a) Exprimer MC en fonction de x.

b) Montrer que $MQ = \frac{4}{3}(6 - x)$.

c) Pour quelle valeur de x, a-t-on MQ=3MP ?

d) Quelle est alors la position de P sur le segment [AB] ?

9 *Dans tout le problème, l'unité de longueur est le centimètre*

1°) Placer quatre points A, O, F, C alignés dans cet ordre tels que AC=15, AO=OF=3.

Placer le point B tel que$(OB)\perp(AC)$ et OB=6.

2°) Prouver que $AB = 3\sqrt{5}$ et que $BC = 6\sqrt{5}$.

3°) Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

4°) a) Construire le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [FC] qui recoupe la droite (BC) en H.

b) Démontrer que le triangle FHC est rectangle.

c) Démontrer que les droites (AB) et (FH) sont parallèles.

d) Calculer CF et CH.

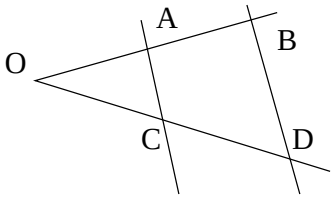
5°) Démontrer que le triangle BAF est isocèle.

6°) a) Tracer par A la parallèle à la droite (BF) ; elle coupe la droite (HF) en G.

b) Démontrer que le quadrilatère ABFG est un losange et préciser son périmètre.

7°) Montrer que le triangle OBC a la même aire que le losange ABFG.

10 Sachant que OA=5 cm, OC=8 cm, AB=6 cm et CD=9,6 cm, montrer que (AC) // (BD).



11 Soit ABC un triangle tel que AB=5 cm ; AC=10 cm et BC=8 cm.

1°) Soit R le point de [AB] tel que AR=2 cm. Soit S le point de [AC] tel que AS=4 cm. Montrer que (RS) et (BC) sont parallèles.

2°) Soit T le point de [BC] tel que BT=3 cm. Montrer que (RT) et (AC) ne sont pas parallèles.

12 Soit ABC un triangle.

Soit I un point du segment [AB] tel que $AI = \frac{2}{3}AB$ et J un point du segment [AC] tel que $AJ = \frac{2}{3}AC$.

Montrer que (BC) // (IJ).

13

1°) Construire le triangle TLI tel que TI=10 cm, TL =8 cm et LI=6 cm.

Ce triangle est-il rectangle ? Pourquoi ?

2°) O est le milieu de [TL] et M est le milieu de [TO]. Calculer LM.

3°) La parallèle à (TI) passant par M coupe [LI] en N. Calculer LN.

4°) R est le milieu de [LI].
a) Placer sur la demi-droite [RL) le point F tel que LF=4,8 cm.

b) Placer sur la demi-droite [OL) le point D tel que LD=6,4 cm.

c) Les droites (OR) et (FD) sont-elles parallèles ?

5°) S est le milieu de [TI]. Que vaut la longueur SL ?

14 a) Tracer un triangle ABC tel que AB=8 cm ; BC=10 cm et AC=6 cm.

b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

c) On appelle O le milieu du segment [BC] et $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre [BC]. Démontrer que A est un point du cercle $\mathcal{C}$.

d) On appelle I le milieu du segment [AC]. Démontrer que la droite (OI) est perpendiculaire à la droite (AC).

e) Calculer la distance OI.

f) La droite (OI) coupe le cercle $\mathcal{C}$ aux points T et T' avec T, T, O et T alignés dans cet ordre. On appelle Δ la tangente au cercle $\mathcal{C}$ passant par le point T.
Démontrer que (AC) // Δ.

La droite Δ coupe la droite (BC) au point E.
Calculer la valeur du rapport $\frac{OE}{OC}$.

En déduire la longueur OE.

15 1°) Tracer un triangle ABC tel que AB=6 cm, AC= 4,8 cm et BC=8,4 cm.

Sur la demi-droite [BA), placer le point E tel que BE=11 cm.

Sur la demi-droite [CA), placer le point F tel que CF= 8,8 cm.

2°) Calculer AE et AF.

3°) Prouver que (EF) est parallèle à (BC).

4°) Calculer la longueur du segment [EF].

16 Soit un triangle ABC. Placer le point M sur le segment [AB] tel que $AM = \frac{1}{4}AB$ et le point N sur le segment [AC] tel que $AN = \frac{1}{4}AC$.

1°) Démontrer que la droite (MN) est parallèle à la droite (BC).

2°) Tracer la droite passant par N et parallèle à la droite (AB). Elle coupe le segment [BC] en P. Calculer $\frac{BP}{BC}$.

3°) I est le milieu de [BC]. Démontrer que P est le milieu de [BI].

Les figures suivantes seront utilisées dans les exercices 17 à 22.

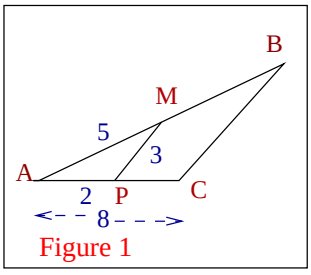


Figure 1

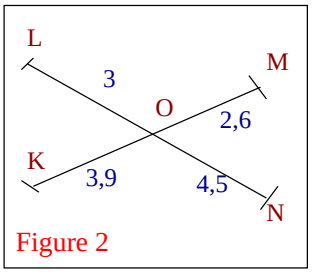


Figure 2

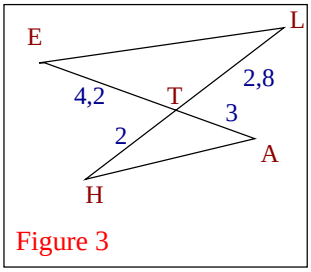


Figure 3

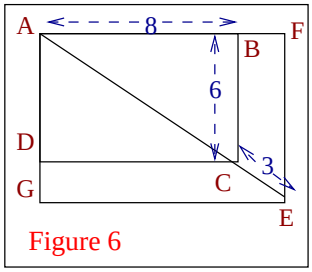


Figure 6

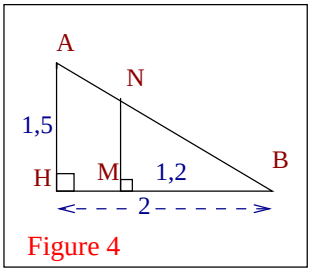


Figure 4

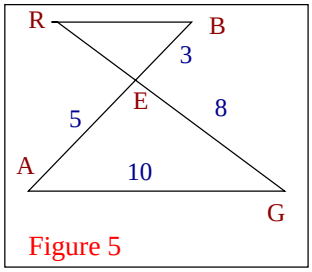


Figure 5

17

Sachant que dans la figure 1, les droites (MP) et (BC) sont parallèles, calculer le périmètre du triangle ABC.

18 Dans la figure 2, est-ce que KLMN est un trapèze ?

19 Dans la figure 3, les droites (LE) et (HA) sont-elles parallèles ?

20 Dans la figure 4, les droites (AH) et (NM) sont perpendiculaires à la droite (BH).

1°) Démontrer que les droites (MN) et (AH) sont parallèles.

2°) Calculer la longueur MN.

21 Sur la figure 5, le rectangle AFEG est un agrandissement du rectangle ABCD.

1°) Calculer la longueur de la diagonale [AC].

2°) Calculer les longueurs AF et AG.

3°) Calculer l'échelle de l'agrandissement.

22

Sur la figure 6 :

1°) Calculer les distances RB et RE.

2°) Placer le point K sur le segment [EG] tel que GK=6,4. Placer le point Z sur le segment [AG] tel que GZ=8.

3°) Montrer que les droites (ZK) et (AE) sont parallèles.

1 Tracer un triangle EFG rectangle en E.

Compléter : sin $\widehat{EFG}$ = — cos $\widehat{EFG}$ = —
tan $\widehat{EFG}$ = — sin $\widehat{EGF}$ = —

cos $\widehat{EGF}$ = — tan $\widehat{EGF}$ = —

2 Compléter : sin 35°= — cos 28°= —

tan 69°= —

Si sin $\widehat{A} = 0,143$ alors $\widehat{A}$ = ...

Si cos $\widehat{BEC} = 0,821$ alors $\widehat{BEC}$ = ...

Si tan x=3,542 alors x= .....

3 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=6 cm et BC=8 cm.

Calculer $cos\widehat{ABC}$ puis $\widehat{ABC}$.

4 BMC est un triangle rectangle en M tel que BM=3 cm et $\widehat{CBM} = 49°$.

Calculer BC et MC.

5 EBF est un triangle rectangle en E tel que EB=7 cm et EF=4 cm.

Calculer $\widehat{EFB}$, $\widehat{EBF}$ et BF.

6 NPQ est un triangle rectangle en N tel que $\widehat{NPQ} = 55°$ et PQ=8 cm.

Calculer NP et NQ.

7 BEG est un triangle rectangle en B tel que $\widehat{BEG} = 20°$ et EB=10 cm.

Calculer EG et BG.

8 Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AB=8 cm et $\widehat{BAC}$=30°. Placer le point O, milieu du segment [AB].

1°) Calculer la longueur BC.

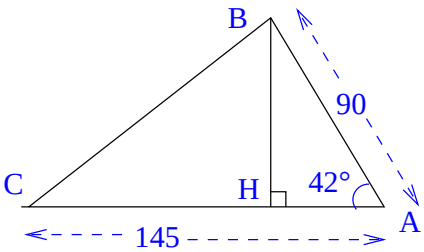
2°) Démontrer que le triangle OBC est équilatéral.

3°) Soit E le point du segment [AB] tel que BE=3 cm. La parallèle à la droite (AC) passant par E coupe la droite (BC) en F.

Calculer BF puis la valeur exacte de EF.

9 On désire connaître l'aire du triangle ABC de la figure.

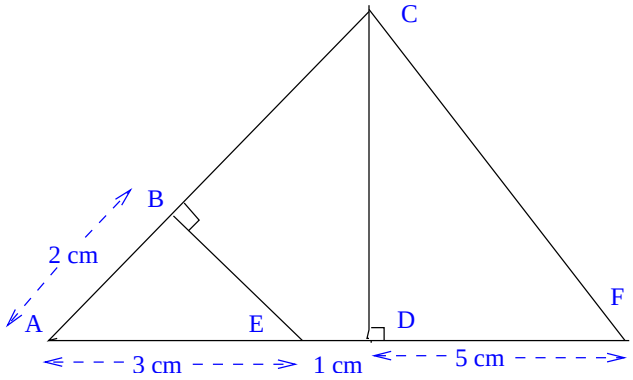
$\widehat{BAC} = 42°$; CA=145 m et BA=90 m.



1°) Soit H le pied de la hauteur issue de B. Déterminer BH. (On donnera la valeur approchée arrondie à 10^{-3} près.)

2°) En déduire l'aire du triangle en m^2.

10 On a AB=2 cm ; AE=3 cm ; ED=1 cm ; DF=5 cm ;$(BE)\perp(AB)$ et $(CD)\perp(AF)$.



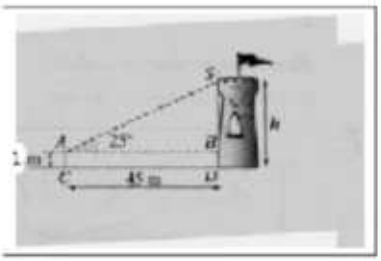
a) Reproduire la figure.

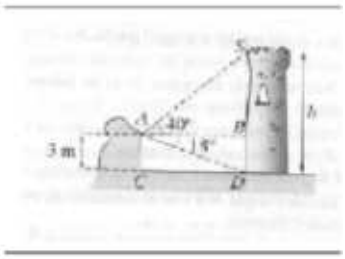
b) En précisant dans quels triangles on opère, calculer cos $\widehat{BAE}$ de deux façons et en déduire que AC=6 cm.

c) Démontrer que (BE) est parallèle à (CF).

11

EXERCICE 1 Calculer la hauteur de chaque tour



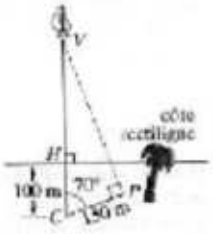


EXERCICE 2

Quelle est la distance séparant les deux bateaux ?

EXERCICE 3

Calculer CV.



12 ABCD est un trapèze rectangle, le côté AB est perpendiculaire aux bases BC et AD.

On a AB=7 cm, $\widehat{ABD}$=60°, BC=CD, le point H est le pied de la perpendiculaire abaissée de C sur la droite (BD).

1°) Construire la figure.

2°) Calculer AD, BD, BH puis BC.

Donner une valeur exacte du périmètre de ABCD, puis une valeur approchée à 0,01 cm près.

3°) Calculer l'aire du trapèze rectangle ABCD, puis donner une valeur approchée à 0,01 cm^2 près.

13 1°) Dessiner le triangle ABC rectangle en B tel que AC=10 cm et $\widehat{CAB}$=38°.

Calculer AB et CB et l'aire du triangle ABC.

2°) Sur la même figure, de l'autre côté de la droite (AC) par rapport au point B, dessiner le triangle ACD rectangle en A et tel que $\widehat{DCA}$=27°.

Calculer CD et AD et l'aire du triangle ACD.

3°) Donner une valeur approchée à 0,01 près du périmètre du polygone ABCD et de l'aire de la figure.

1 Dans la figure 1, donner tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FD}$ et $\overrightarrow{CE}$.

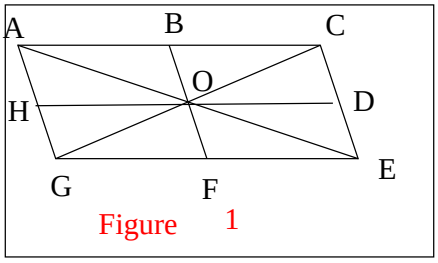


Figure 1

2 Dans le figure 2, en utilisant la règle non graduée et le compas, placer le point R, image du point P par la translation de vecteur $\vec{u}$ et le point S, image du point P par la translation de vecteur $\vec{v}$.

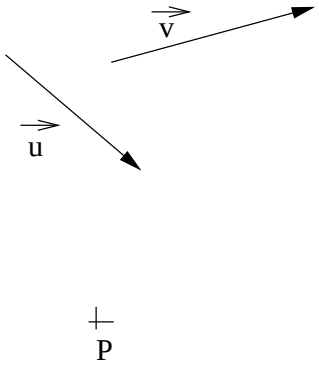


Figure 2

3 Dans le figure 3, en utilisant le quadrillage, tracer le triangle L'M'N', image du triangle LMN par la translation de vecteur $\vec{w}$.

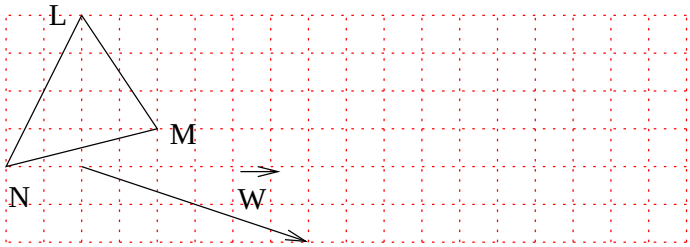


Figure 3

4 Soit ABC un triangle.

Placer les points D, E et F tels que $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}$.

Citer des parallélogrammes de la figure.

5 On considère un parallélogramme ABCD.

I est le symétrique de B par rapport à A et J est le symétrique de D par rapport à C.

1°) Ecrire les égalités de vecteurs relatives aux trois hypothèses.

2°) Montrer que IAJC est un parallélogramme.

6 Soit ABC un triangle, I le milieu de [BC].

Tracer l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$.

7 Soit un parallélogramme ABCD.

a) Construire le point I, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

b) Construire le point J, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$

c) Montrer que C est le milieu de [ID].

d) Montrer que D est le milieu de [JC].

8 Tracer un parallélogramme ABCD de centre I.

a) Construire le point K tel que $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{DA}$

b) Démontrer que $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{IB}$.

9 Tracer un triangle ABC. Soit F le symétrique de B par rapport à C.

Construire le point G tel que $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{CB}$.

a) Quelle est la nature du quadrilarère AGCF ?

b) Les droites (AC) et (GF) se coupent en I.

Démontrer que $\overrightarrow{GI}=\overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IC}$.

10 Soit un triangle ABC. Soit M le milieu de [AC].

1°) Construire le point D symétrique de A par rapport à B et le point E image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

2°) Montrer que AMEB est un parallélogramme.

3°) En déduire que $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BE}$ puis que $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{EC}$

4°) Montrer que BMED est un paralléogramme.

5°) En déduire que $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{EC}$.

6°) Quelle est la position de E par rapport à D et C ?

11 Soit ABC un triangle.

a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

b) Construire le point E tel que $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}$

c) Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$

d) Construire le point G tel que $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{EF}$

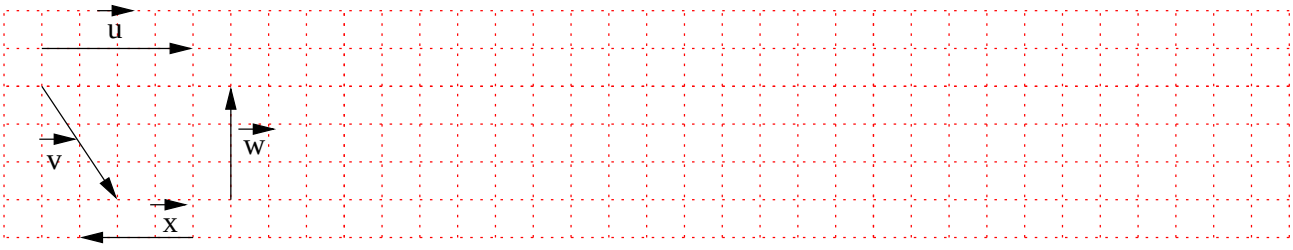
12 Compléter en utilisant la relation de Chasles :

$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\ldots$ $\quad$ $\overrightarrow{B.}+\overrightarrow{HN}=\ldots$

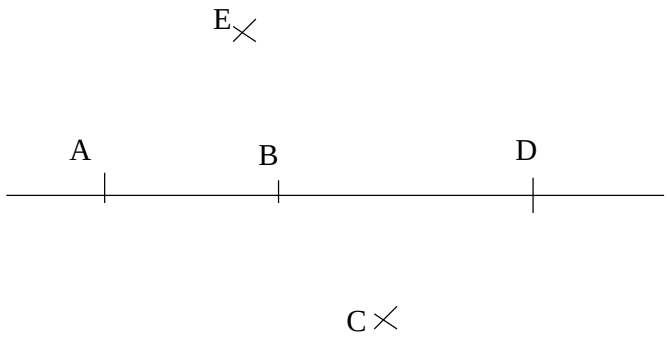
$\overrightarrow{FK}+\ldots=\overrightarrow{.M}$ $\quad$ $\overrightarrow{CB}+\ldots+\overrightarrow{A.}=\overrightarrow{CP}$

13 En utilisant la figure ci-dessous, tracer les vecteurs :

$\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}$ $\quad$ $\vec{b}=\vec{w}+\vec{x}+\vec{v}$ $\quad$ $\vec{c}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}+\vec{x}$ $\quad$ $\vec{d}=\vec{u}+\vec{u}+\vec{x}$.



Devoir n° 1



I Sur la figure ci-dessus : A, B, C, D et E sont cinq points tels que A, B et D sont alignés.

Construire les points F, G, H, I et J tels que :

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CA}$ $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE}$ $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CB}$

II A, B, C, D et E sont cinq points du plan. Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{...A} = \overrightarrow{...A}$ $\overrightarrow{AB} + ... = \overrightarrow{...C}$

$\overrightarrow{...C} + \overrightarrow{...A} = \overrightarrow{B...}$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{B...} = ...$

III Soit ABCD un parallélogramme de centre O et E est symétrique de D par rapport à C.

$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DC} =$ $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BA} =$

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CE} =$ $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OE} =$

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OA} =$

IV SBD est un triangle. On note I le milieu de [SD].

1°) a) Construire le point H, symétrique du point B par rapport à I.

b) Démontrer que $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$.

2°) Construire le point R tel que $\overrightarrow{DR} = \overrightarrow{SB}$.

Démontrer que le point D est le milieu de [HR].

V Soit l'expression A =
$(3x-2)^2 - (2x+1)(3x-2)$.

1°) Factoriser A.

2°) Résoudre l'équation $(3x-2)(x-3) = 0$.

3°) Résoudre l'inéquation $3x - 2 \leq x - 3$

Représenter les solutions sur une droite graduée.

Au brevet

14 Tracer un parallélogramme ABCD.
1°) Identifier les points M, N, P et Q définis par :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{DQ} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$

2°) Soit I le milieu du segment [AB]. Construire les points J et K tels que

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IC}$

15 Construire un parallélogramme ABCD et le point I tel que $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

Montrer que B est le milieu du segment [AI].

16 1°) Tracer un triangle ABD tel que AB=4,5 cm ; AD=3,5 cm et $\widehat{BAD}$=40°.

2°) Construire le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

3°) Construire le point E, image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$

4°) Montrer que D est le milieu de [EC].

17 Construire un triangle ABC puis les points D, E et F tels que :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC}$

a) Quelle est la nature des quadrilatères ABDC, ADEB et AEFC.
b) Montrer que D est le milieu de [EC].

c) En déduire que D est le milieu de [AF].

18 Tracer un parallélogramme ABCD.

a) Quels sont les points P et Q tels que $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$

b) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$. Construire l'image E du point C par la translation t.

c) Tracer en rouge, l'image du triangle ABC par la translation t.

d) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$.

1 Dans un repère (O ;I ;J), placer les points A(1 ;4) ; B(−1 ;8) et D(9 ;8).

1°) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$?

2°) Calculer la longueur des segments [AB], [AD] et [BD].

3°) En déduire que ABD est un triangle rectangle.

3°) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABD.

2 Dans un repère orthonormé (O ;I ;J), placer les points A(4 ;2) ; B(6 ;−4) ; C(0 ;−2) et E(−2 ;4).

1°) Montrer que ABCE est un parallélogramme.

2°) Calculer les longueurs AB et BC. Que peut-on en déduire pour ABCE ?

3°) Déterminer les coordonnées du point M milieu de [AC].

3 Dans un repère orthonormal (O ;I ;J), placer les points A(−4; 2) ; B(2 ;4) et C(5 ;−2).

1°) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

2°) Soit E l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Calculer les coordonnées du point E.

3°) Soit F le symétrique de C par rapport à B. Calculer les coordonnées du point F.

4 Soient les points A(2 ;3) ; B(4 ;−1) et M(3 ;−2) dans un repère (O ;I ;J).

Calculer les coordonnées des points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre M.

5 Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ;I ;J), on considère les points A(1 ;−1) ; B(3 ;1) et C(−1 ;3).

1°) Placer les points A, B et C.

2°) Déterminer la nature du triangle ABC.

3°) Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment [BC].

4°) Calculer les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à M.

5°) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

6 Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ;I ;J)

1°) Placer les points A(1 ;5) ; B(2 ;2) et C(3 ;3).

2°) Calculer les distances AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC.

3°) Calculer la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$.

4°) Déterminer les coordonnées du point D tel que ACBD soit un rectangle.

5°) Calculer l'aire de ce rectangle.

6°) Quels sont les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC ? Quel est son rayon ?

7°) Tracer l'image A'B'C' du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$.

7 (Brevet 2003)

Dans un repère orthonormé (O ;I ;J), on considère les points A(−2 ;1) ; B(−1 ;3) et C(5 ;0).

Placer ces points.

2°) Démontrer que la valeur exacte de AB est $\sqrt{5}$.

3°) On admet dans la suite de l'exercice que AC=$5\sqrt{2}$ et BC=$3\sqrt{5}$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

4°) On appelle K le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées de K.

5°) On appelle D le point tel que ABCD soit un rectangle. Placer le point D dans le repère puis calculer ses coordonnées.

8 Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I ; J) d'unité 1 cm.

1. Placer les points suivants : M$(-5;-2)$, N$(5\,;\,2)$ et P$(3\,;\,7)$.

2. Calculer les longueurs MN, NP et PM (on donnera uniquement les valeurs exactes).

3. Quelle est la nature du triangle MNP ? Justifier.

4. Calculer les coordonnées du milieu de [MN]. Que constate-t-on ?

5. La droite parallèle à (NP) passant par O coupe la droite (MP) en un point K.

a) Que représente le point K pour le segment [MP] ? Justifier.

b) En déduire un calcul des coordonnées de K.

6. Placer le point Q tel que $\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{NP}$.

Calculer les coordonnées de Q.

7. Quelle est la nature exacte du quadrilatère MNPQ ? Justifier.

8. Les droites (KN) et (PO) se coupent en S.

a) Que représente le point S pour le triangle MNP ?

b) Soit L le point d'intersection des droites (MS) et (PN).

Que représente le point L pour le segment [PN] ? Justifier.

9 Dans le repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre.

1. a. Placer les points R $(-7;-2)$ F $(-5;2)$ et V $(-3;-4)$.

b. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RF}$.

c. Vérifier que RF $= 2\sqrt{5}$.

d. On donne RV $=\sqrt{20}$ et VF $= 2\sqrt{10}$.

Prouver que le triangle RFV est rectangle isocèle.

2. Calculer les coordonnées du point K milieu de [FV].

3. a. Déterminer par son centre et son rayon le cercle (C) circonscrit au triangle RFV. Justifier puis tracer (C).

b. Placer le point N symétrique de R par rapport à K.
Calculer les coordonnées du point N.

Démontrer que le quadrilatère RFNV est un carré.

c. Donner les valeurs exactes du périmètre et de l'aire de RFNV.

10 Le plan est muni d'un repère (O, I ,J). L'unité est le centimètre.

On considère les points A $(6\,;\,5\,)$; B $(\,2\,;-3)$; C $(-4;0)$.

1°) Placer les points dans le repère.

2°) Calculer en cm les distances AB, BC et CA, et vérifier que ces distances peuvent s'écrire : AB $= 4\sqrt{5}$, BC $= 3\sqrt{5}$ et CA $= 5\sqrt{5}$.

3°) .Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

4°) Calculer le périmètre P du triangle ABC. On donnera le résultats sous la forme a$\sqrt{5}$, où a désigne un nombre entier.

5°) Calculer en cm^2 l'aire S du triangle ABC.

7°) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$.

8°) a. Construire le point D tel que CBOD soit un parallélogramme.

b. Donner les coordonnées du point D par lecture graphique.

9°) a. Construire le cercle (C) circonscrit au triangle ABC.

b. On appelle E le centre du cercle (C). Calculer les coordonnées de E.

c. Le point D est-il situé sur le cercle (C) ? Justifier votre réponse.

1

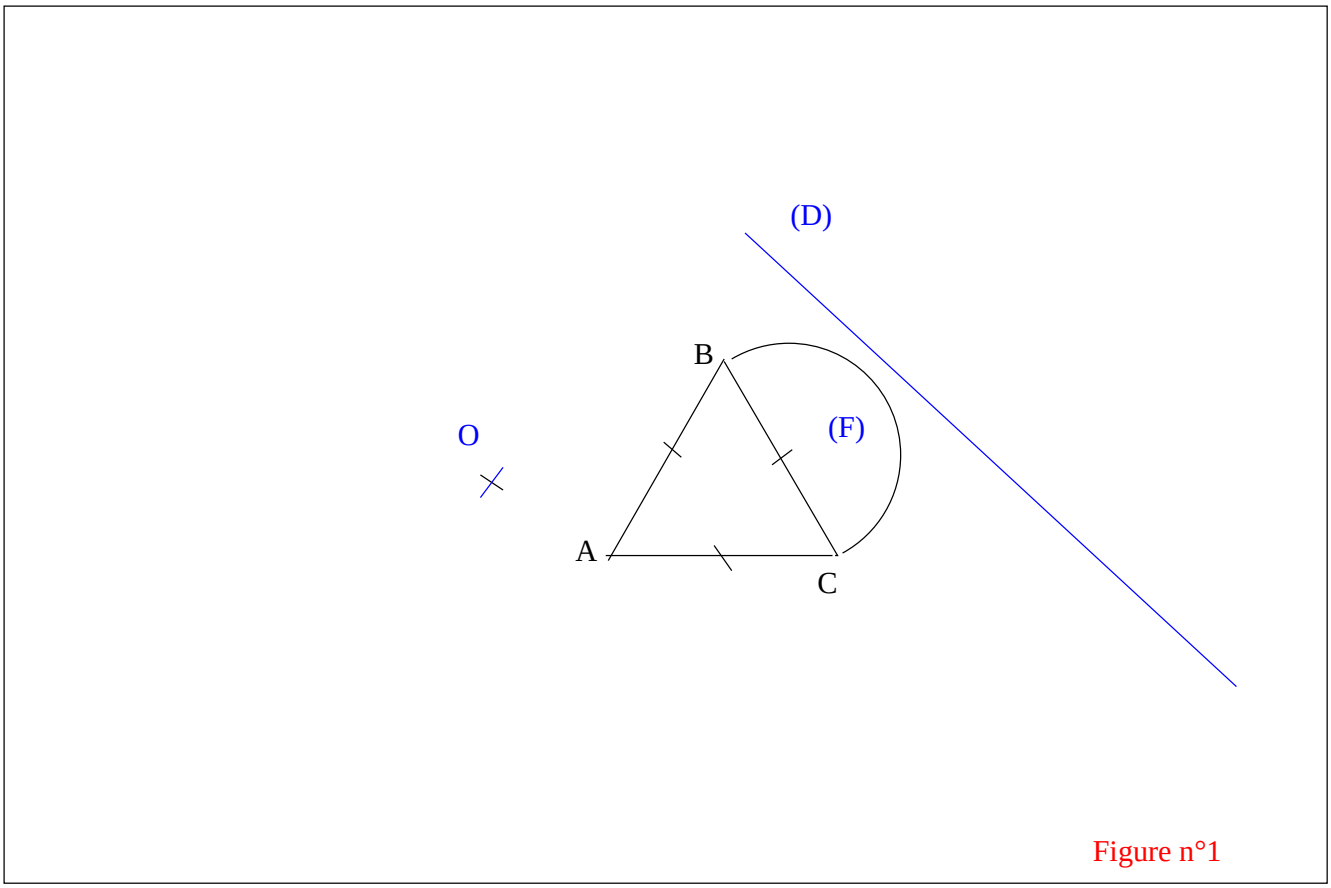


Figure n°1

Sur la Figure n°1 :

a) Construire l'image de (F) par la rotation de centre O et d'angle 45° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

b) Tracer l'image de (F) par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c) Construire l'image de (F) par la symétrie orthogonale d'axe (D).

d) Construire l'image de (F) par la symétrie centrale de centre O.

2

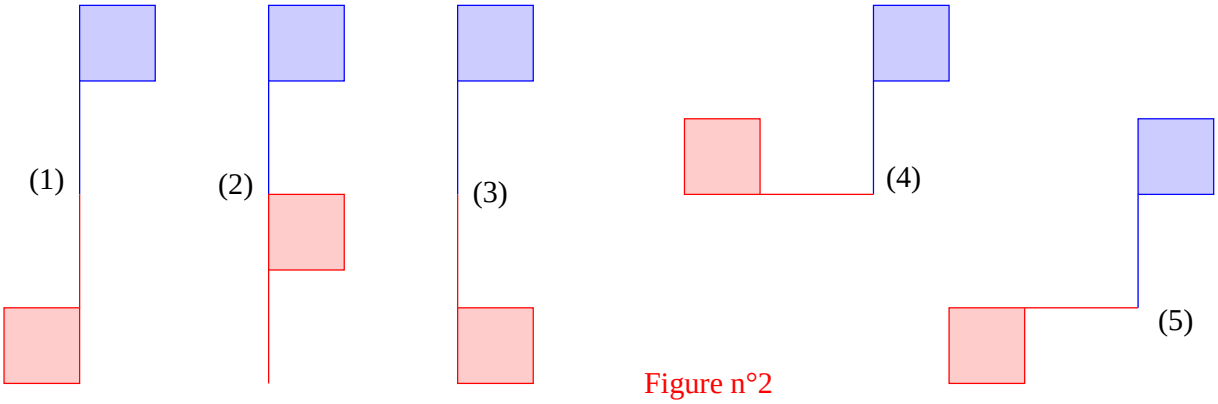


Figure n°2

Chacun des dessins de la Figure n°2 représente un petit drapeau bleu auquel on a fait subir une transformation géométrique (translation, rotation, symétrie centrale ou symétrie orthogonale) pour obtenir un petit drapeau rouge.

Indiquer de quelle transformation il s'agit et tracer les éléments qui la caractérise.

3

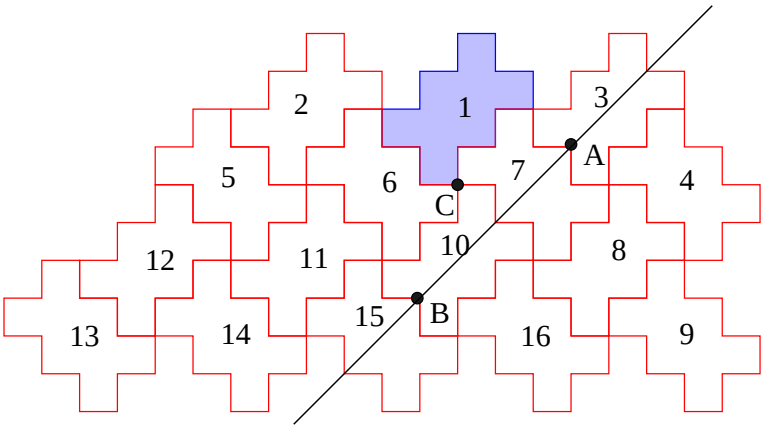


Figure n°3

Le plan de la Figure n°3 est pavé à l'aide de motifs superposables.
Compléter :

- Le transformé du motif 1 par la symétrie orthogonale d'axe (AB) est le motif portant le numéro .....
- Le transformé du motif 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le motif portant le numéro .....
- Le transformé du motif 1 par la symétrie centrale de centre C est le motif portant le numéro .....

4

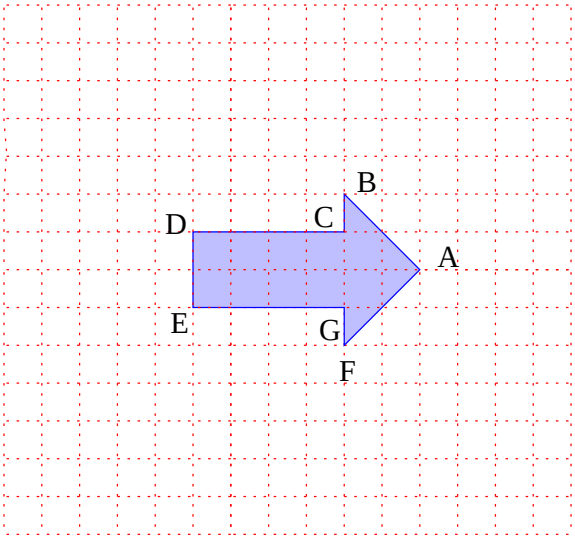


Figure n°4

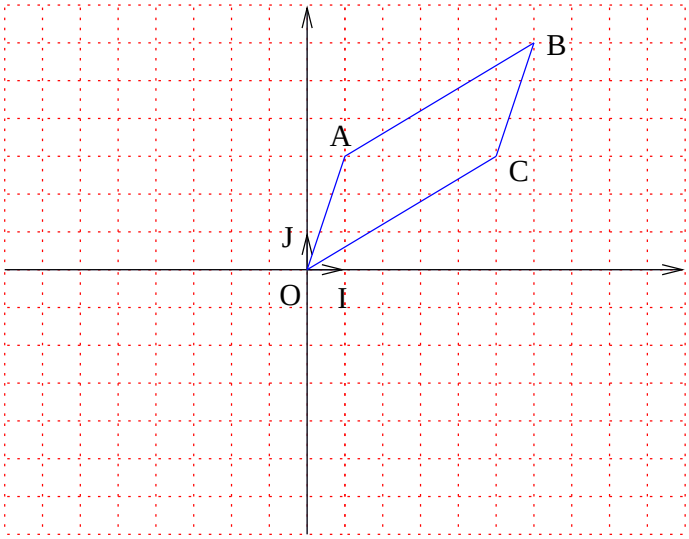


Figure n°5

On appelle (F) le polygone ABCDEFG de la Figure n°4

1°) Construire :

a) l'image (F') de (F) par la symétrie centrale de centre B.

b) l'image (F") de (F) par la rotation de centre E, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) l'image (F"') de (F) par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2°) Placer le point O tel que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$.

5

Dans le repère orthonormé de la Figure n°5 , on a placé trois points A, B et C.

1°) a) Par lecture graphique, donner les coordonnées des points A, B et C.

b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OC}$.

c) En déduire la nature du quadrilatère ABCO.

2°) Construire l'image de OABC par la symétrie orthogonale d'axe (OJ).

3°) Construire l'image de OABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{BO}$.

4°) Construire l'image de OABC par la rotation de centre O, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

6

Soit ABCD un carré de centre O et un point E extérieur au carré.

1°) Construire le point G symétrique du point E par rapport au point O.

2°) On considère la rotation de centre O et d'angle 90° transformant B en A. Cette rotation transforme le point E en F et le point G en H.

Construire F et G.

3°) Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?

1 Sur la Figure n° 1, SABCD est une pyramide régulière à base carrée, de sommet S et de hauteur [SO] avec AB=4 cm et SO=5 cm.

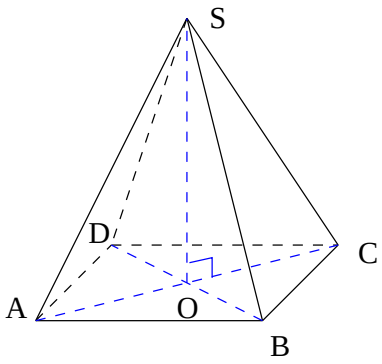
Représenter en grandeur réelle :

a) La base ABCD de la pyramide et son centre O.

b) Le triangle rectangle SAO.

c) La face SAB de la pyramide.

Figure n°1



2 Les dimensions du parallélépipède rectangle de la Figure n° 2 sont AB=7,5 cm ; BC=6 cm et AE=8 cm.

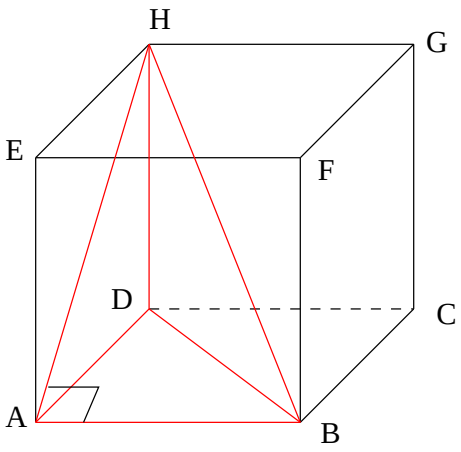
1°) Montrer que la longueur AH est de 10 cm.

2°) Calculer cos $\widehat{HAD}$. En déduire la mesure à 1 degré près de $\widehat{HAD}$.

3°) On admet que le triangle AHB est rectangle en A. Calculer la longueur HB puis la mesure à 1 degré près de $\widehat{HAB}$.

4°) Calculer le volume de la pyramide de sommet H et de base le triangle DAB.

Figure n°2



3 Sur la Figure n° 3, SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un rectangle de centre O et dont la hauteur est le segment [SO].

On donne AB=32 cm ; BC=22 cm et SO=36 cm.

1°) Calculer le volume V_1 en cm^3 de cette pyramide.

2°) On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base. Ce plan coupe la hauteur [SO] en H tel que SH= $\frac{1}{4}$SO.

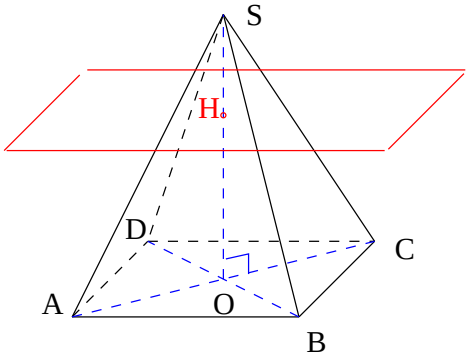
a) Quelle est la nature de l'intersection de ce plan et de la pyramide ?

b) Dessiner cette intersection en vraie grandeur.

c) Calculer le volume V_2 de la pyramide tronquée.

d) Vérifier que $V_1=\frac{1}{8}V_2$.

Figure n°3



4

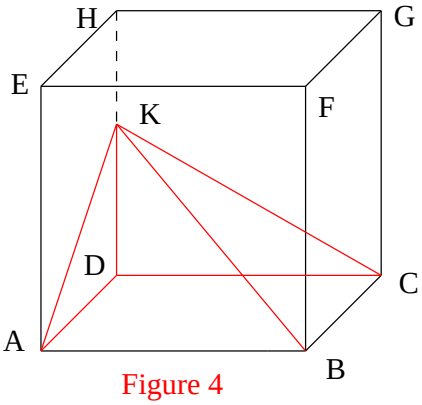


Figure 4

Sur la Figure n° 4, ABCDEFGH est un cube dont l'arête a pour longueur 3 cm. K est un point de l'arête [DH].

On considère la pyramide de sommet K et de base ABCD. Sa hauteur est le segment [KD].

Première Partie .

Dans cette partie, K est le milieu de l'aire [DH].

1°) a) Quelle est la nature du triangle ABD ?

b) Démontrer que DH=$3\sqrt{2}$. Déterminer l'arrondi de DB à 0,1 près.

2°) On considère le triangle HDB rectangle en D.

a) Calculer la valeur exacte de HB.

b) Le point I est le centre du carré ABCD. Que représente I pour le segment [BD] ?

c) Démontrer que les droites (KI) et (HB) sont parallèles.

Deuxième partie .

Dans cette partie, le point K a une position quelconque sur l'arête [DH].

x désigne la longueur, en cm, de DK. f(x) est le volume, en cm^3, de la partie du cube qui n'est pas occupé par la pyramide KABCD.

1°) a) Quelles sont les valeurs possibles de x ?

b) Exprimer le volume de la pyramide KABCD en fonction de x.

c) En déduire que f(x) 27−3x.

2°) Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

Représenter graphiquement le volume f(x) en fonction de la longueur x. (unités : 4 cm pour 1 cm en abscisse ; 1 cm pour 1 cm^3 en ordonnée.)

3°) Par lecture du graphique, répondre aux questions suivantes :

a) Quelle est la valeur de x pour laquelle le volume f(x) est égal à 22,3 cm^3 ?

b) Quel est le volume corespondant à DK=1,5 cm ?

5

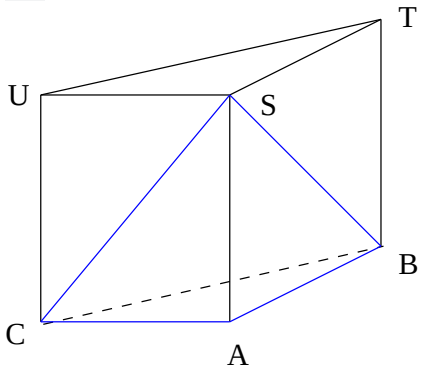


Figure 5

Dans une très large mesure, les questions de ce problème sont indépendantes.

Sur la Figure N°5, STUABC est un prisme droit, et SABC est une pyramide à base triangulaire.

Les longueurs, en centimètres, sont données par : AC = 4,5 ; AB = 6 ; BC = 7,5 ; SB = 7.

1) Dessiner un patron de la pyramide SABC. Vous laisserez en évidence les lignes de construction.

2°) Les calculs doivent être justifiés et les justifications soigneusement rédigées.

a) Calculer la hauteur SA de la pyramide. Donner la valeur exacte.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ASB}$. On donnera la valeur arrondie à 1° prés.

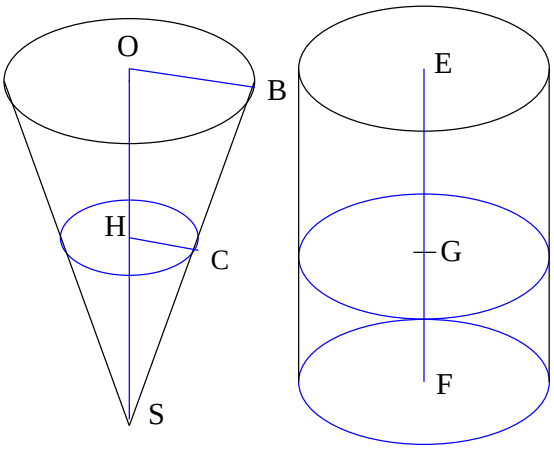
c) Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

d) Calculer l'aire de la base ABC, puis le volume V de la pyramide SABC. On donnera la valeur arrondie du résultat à 1 cm^3 prés.

e) On a placé un point M sur l'arête [SB] et un point N sur l'arête [SC] de façon que la droite (MN) soit parallèle à la droite (BC), et que SM = 4,2. (La figure ci-après indique seulement la position des points, mais ne respecte pas les dimensions.)

Calculer la longueur du segment [MN].

6



Première partie

La partie supérieure d'un verre a la forme d'un cône de 6 cm de diamètre de base et de hauteur AS = 9cm.
1°)Montrer que le volume du cône est 27 cm^3.

2°). On verse un liquide dans ce verre (comme indiqué ci-contre), le liquide arrive à la hauteur du point H.

a) On suppose que HS = 4,5 cm. La surface du liquide est un disque. Calculer le rayon HC de ce disque (on justifiera les calculs).

b) Exprimer en fonction de π le volume correspondant du liquide en cm^3.

c) On pose maintenant HS = x (en centimètres). Montrer que le rayon HC de la surface du liquide est égal à : $\frac{x}{3}$. Montrer alors par le calcul que le volume , V, de liquide est donné par la formule : V=$\frac{\pi}{27}$ cm^3.

d) En utilisant la formule précédente, calculer le volume de liquide lorsque : HS = 3 cm puis lorsque HS = 6 cm.

Deuxième partie .

On verse ensuite le liquide contenu dans ce cône dans un verre cylindrique de même section de 6 cm de diamètre et de même hauteur 9 cm (figure ci-contre).

1°) Montrer que le volume total du cylindre est 81 π cm^3. Combien de cônes remplis à ras bord faudra-t-il ainsi vider pour remplir le cylindre ?

2°) On désigne par y la hauteur en cm de liquide contenu dans le cylindre (y = GF sur le dessin).

3°) a) Montrer que le volume , en cm^3, du liquide contenu dans le cylindre est 9 π y.

b) Montrer que lorsqu'on verse, dans le cylindre , le volume V=$\frac{\pi}{27}$ cm^3 du liquide contenu dans le cône, la hauteur y obtenue est reliée à x par la relation $x^3 = 243y$.

c) Recopier et remplir le tableau suivant où x et y sont reliés par la relation précédente (on donnera les valeurs décimales approchées de y, avec trois décimales exactes.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

d) Représenter graphiquement les huit points obtenus dans le tableau (on prendra 1 cm comme unité sur l'axe des abscisses et 10 cm comme unité sur l'axe des ordonnées, l'origine du repère sera placée sur le bord inférieur gauche de la feuille).

7

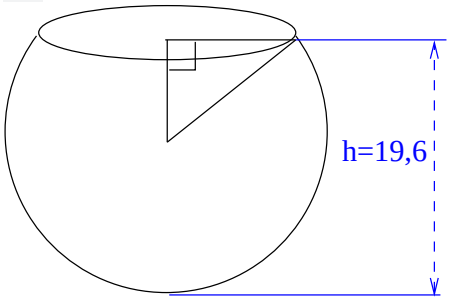


Figure n°7

Un aquarium a la forme d'une calotte sphérique de centre O (voir schéma figure n°7), qui a pour rayon R = 12 et pour hauteur h = 19,2 (en centimètres).

1°) Calculer la longueur OI puis la longueur IA.

2°) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :[0.3cm] V =$\frac{\pi h^2}{3}$ (3R− h).

où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.

Calculer une valeur approchée du volume de cet aquarium au cm3 près.

3°) On verse six litres d'eau dans l'aquarium. Au moment de changer l'eau de l'aquarium, on transvase son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.

Déterminer la hauteur x d'eau dans le récipient ; arrondir le résultat au mm.

8 L'unité est le centimètre.

Un jouet a la forme d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure n°8.

Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base.
On donne AB = 7 et BC = 6 .

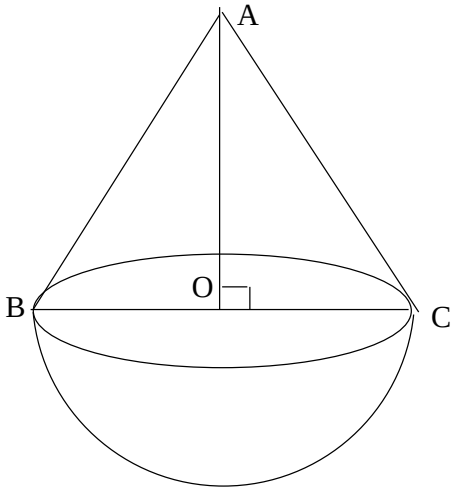


Figure n°8

1°) a) Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.

b) Calculer la valeur exacte de AO.

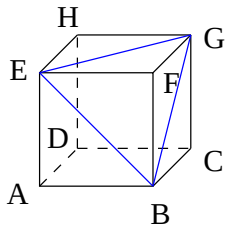
c) Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{BAO}$.

En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ (on donnera le résultat arrondi au degré près).

2°) Calculer le volume de ce jouet, cône et demi-boule réunis (on donnera le résultat arrondi au cm^3 près.

9 Sur la Figure n° 9 , ABCDEFGH est un cube d'arête a.

Figure n°9



2°) Quelles est la nature du triagle EFG ?

2°) Exprimer en fonction de a :

a) l'aire du triangle EFG.

b) Le volume de la pyramide EBGF. (On prendra pour base le triangle EGF).

Révisions n°1 pour le premier brevet blanc

1 Soit A= $\frac{2}{7} - \frac{3}{5} \times \frac{15}{7}$

B= $\dfrac{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}}$

C=$0,00037$

D=34 000

E=$25 \times 10^2 + 4,5 \times 10^3$

F=$3,5 \times 10^{-5} \times 12 \times 10^7$

G= $\dfrac{\left(2 \times 10^3\right)^3 \times \left(10^{-6}\right)^2}{4 \times 10^{-3}}$

1°) Ecrire A et B sous forme de fraction simplifiée.

2°) Ecrire C et D

a) en écriture scientifique

b) Sous forme $a \times 10^n$ où a est un entier le plus petit possible.

3°) Montrer que E, F et G sont des entiers.

2 Factoriser :

$A = (2x-5)^2 - (4-x)(2x-5)$

$B = 25x^2 - 40x + 16$

$C = 49 - 4x^2$

$D = (3x-2)^2 - (2+5x)^2$

$E = 25 - 4(x+3)^2$

$F = (3x-1)(2-5x) - (2-5x)$

3 Soit A=$9x^2 - 25 - (3x+5)(7x-1)$

1°) Factoriser $9x^2 - 25$

2°) En déduire une factorisation de A.

3°) Développer A.

4°) Calculer A pour x=-1 puis pour x=$\frac{1}{2}$.

5°) Résoudre l'équation A=0.

4 On considère l'expression E=$(x-3)^2-(x-1)(x-2)$.

a) Développer et réduire E.

b) En déduire, sans calculatrice, le résultat de : $9997^2 - 9999 \times 9998$.

5 Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

Tracer le diamètre [MN]. Soit P le point du cercle tel que $\widehat{MNP}$=50°.

1°) Quelle est la nature du triangle MNP ?

2°) Calculer une valeur approchée de la longueur du segment [PN].

3°) Tracer le triangle M'N'P', image du triangle MNP par la translation de vecteur $\overrightarrow{PO}$.

4°) Placer les points Q et R tels que $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{NM}$.

5°) Montrer que P est le milieu de [QR].

6 Pour la figure ci-contre, l'unité est le centimètre.

Les droites (EF) et (MP) sont parallèles.

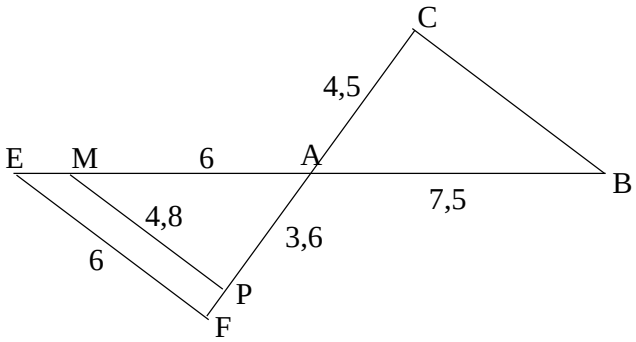
1°) Démontrer que le triangle AMP est un triangle rectangle.

2°) Calculer AE et en déduire la longueur ME.

3°) Démontrer que les droites (MP) et (BC sont parallèles.

4°)Démontrer que les angles $\widehat{AMP}$ et $\widehat{CBA}$ sont égaux.

5°) Tracer le cercle circonscrit au triangle AMP en indiquant la position de son centre et de son rayon.



Révisions n°2 pour le premier brevet blanc

7 Ecrire le plus simplement possible :

A=$\sqrt{50}$

B=$2\sqrt{50} \times 3\sqrt{18}$

C=$5\sqrt{3} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27}$

D=$(\sqrt{2}+3)^2 - 11$

E=$(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$

P= $\dfrac{\left(2 \times 10^4\right)^3 \times \left(3 \times 10^{-2}\right)^2}{10^5}$

8 Factoriser :

F=$(3x-2)(x+4) - 2(3x-2)^2$

G=$(7x-1)^2 - (3x+1)^2$

H=$16 - (2x+1)^2$

I=$25x^2 - 10x + 1$

9 Soit un parallélogramme ABCD. Placer un point M sur [BD].

Construire les points E et F vérifiant :

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF}$

a) Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AD}$. En déduire que MBCE est un parallélogramme.

b) Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$. En déduire que MDCF est un parallélogramme.

c) En déduire que les points E, C et F sont alignés.

Problème

Dans ce problème, l'unité de mesure est le centimètre

1°) Construire un triangle ABC tel que AB=10 ; BC=8 et AC=12.

2°) On note I le milieu du segment [BC], J le milieu du segment [AI] et K le point d'intersection des droites (AC) et (BJ). On note G le symétrique du point K par rapport au point J.

Quelle est la nature du quadrilatère AKIG ?

3°) On note H le point d'intersection des droites (IG) et (AB).

a) Montrer que le point H est le milieu du segment [AB].

b) Que représente le point G pour le triangle ABI ?

c) En déduire la valeur exacte du rapport $\dfrac{IG}{IH}$.

4°) a)Démontrer que HI=6.

b) En déduire la longueur du segment [IG] puis celle du segment [AK].

c) En déduire que le symétrique L du point A par rapport au point K est le milieu du segment [KC].

d) Quelle est la nature du quadrilatère GKLI ?

Révisions n°3 pour le premier brevet blanc

10 Calculer A, B et C et donner les résultats sous forme d'une fraction irréductible.

A=$\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}$ B=$\frac{\frac{3}{5}-\frac{1}{4}}{1+\frac{2}{5}}$ C=$\frac{4\times\left(10^{-2}\right)^3\times10^2}{12\times10^{-3}}$

11 Calculer :

A=$5\sqrt{45}$ B= $5\sqrt{3}-2\sqrt{48}+4\sqrt{27}$ C=$(3\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$ D=$\sqrt{13^2-12^2}$

12 Soit A=$25x^2-4-(2x+3)(5x+2)$

a) Factoriser $25x^2-4$

b) Utiliser ce résultat pour factoriser A.

c) Résoudre l'équation (5x+2)(3x-5)=0

d) Développer et réduire A.

e) Calculer A pour $x=-1$ et pour $x=\sqrt{2}$

13 Soit C un cercle de centre O et de diamètre [AB]. Soit M un point de ce cercle.

1°) Quelle est la nature du quadrilatère AMB ?

2°) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OM}$. Construire les points A', B' et M', images des points A, B et M par la translation t.
Quelle est l'image du point O ?

3°) Quelle est la nature du quadrilatère ABB'A' ?

4°) Démontrer que A'M'B' est un triangle rectangle.

14 1°) Construire le triangle TLI tel que TI=10 cm, TL=8 cm et LI=6 cm. Ce triangle est-il rectangle ?

2°) O est le milieu de [TL] et M est le milieu de [TO]. Calculer LM.

3°) La parallèle à (TI passant par M coupe (LI) en N. Calculer LN.

4°) R est le milieu de [LI].

a) Placer sur la demi-droite [RL) le point F tel que LF=4,8 cm.

b) Placer sur la demi-droite [OL) le point D tel que LD=6,4 cm.

c) Les droites (OR) et (FD) sont-elles parallèles ?

5°) Soit S le milieu de [TI]. Calculer SL.

Révisions n°4 pour le premier brevet blanc

I Calculer :

$a = 5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{8}$

$b = 98 \times 10^{3}$

$c = 5,56 \times 10^{-2}$

$d = 11,52 \times 10^{5}$

$e = \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{4}$

$f = \dfrac{3}{7} - \dfrac{10}{21}$

$g = \dfrac{15}{28} \times \dfrac{7}{25} \times \dfrac{1}{6}$

$h = \dfrac{24}{7} : (-12)$

$i = 4\sqrt{3} \times 7\sqrt{6} \times 2\sqrt{8}$

$j = 7\sqrt{6} - 3\sqrt{96} + 2\sqrt{24}$

$k = (2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2$

II Soit A=$(x-1)^2 - 1$

a) Développer A.

b) Factoriser A.

c) Résoudre l'équation A=0.

d) Calculer A pour x=$-\dfrac{3}{4}$ et x=$2\sqrt{3}$.

III ABCD est un rectangle de longueur AB=13 cm et de largeur BC=6 cm. Soit M un point du côté [AB]. On pose AM=x.

1°) a) Calculer en fonction de x, les aires des triangles ADM, BCM et CDM.

b) Pour quelles valeurs de M :

• les aires des triangles ADM et BCM sont-elles égales ?

• les aires des triangles ADM et CDM sont-elles égales ?

• les aires des triangles DCM et CBM sont-elles égales ?

2°) a) Calculer DM^2 et CM^2 en fonction de x.

b) Montrer que si $DM^2 + CM^2 = CD^2$ alors $2x^2 - 26x + 72 = 0$.

c) Montrer que $2x^2 - 26x + 72 = 2(x-9)(x-4)$.

d) En déduire les valeurs de x pour lesquelles le triangle CDM est rectangle en M.

IV Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O,I ;J) tel que OI=OJ=1 cm.

1°) Placer les points A(5 ;0) ; B=$(-1;-2)$ et C(1 ;4).

2°) a) Construire le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.

b) Calculer les coordonnées du point D.

c) Calculer les distances BC et AB.

d) En déduire que ABCD est un losange.

e) Calculer les coordonnées de son centre K.

3°) a) Quelle est la nature du triangle AKD ?.

b) Tracer le cercle (C) circonscrit au triangle AKD. Ce cercle coupe la droite (BA) en M.

c) Citer deux hauteurs du triangle ABD puis à l'aide de la règle non graduée, placer le point H orthocentre du triangle ABD.

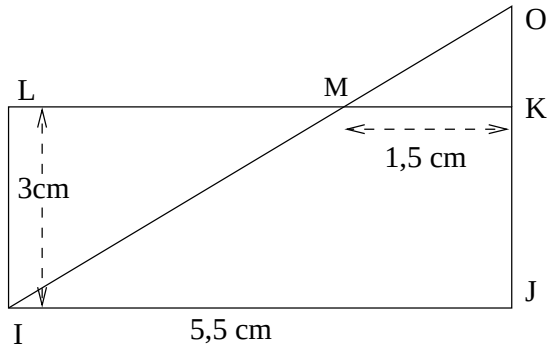
d) Tracer la troisième hauteur du triangle ABD.

V Dans la figure ci-contre, IJKL est un rectangle.

a) Calculer la longueur OK.

b) Calculer la longueur OM.

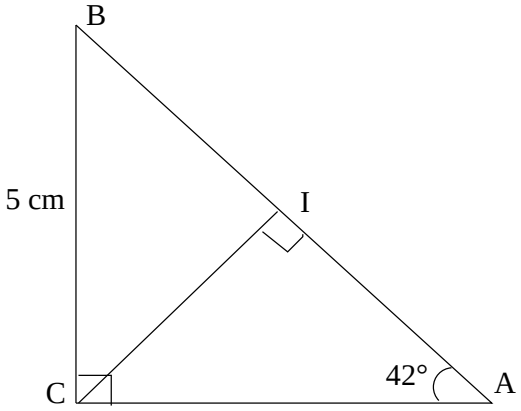
c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OMK}$.



VI a) Dans le triangle ci-contre, calculer les longueurs AB et AC.

b) Soit I le milieu de [AB].
Quelle est la mesure de la longueur CI.

c) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CIA}$?



1 Ecrire en notation scientifique :

A=0,000 23

B=35 000 000

C=0,00023 × 35 000 000

D=$\dfrac{35 \times 10^7 \times 5 \times \left(10^{-10}\right)}{14 \times 10^{-2}}$

2 Calculer :

A=$\dfrac{5}{3} - \dfrac{3}{2} \times \dfrac{7}{9}$

B=$\dfrac{\left(1 - \dfrac{2}{3}\right)}{\left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4}\right)}$

3 Calculer :

G=$2x^2 - 5x + 3$ pour :

$x = -2$; $x = \dfrac{3}{2}$; $x = \sqrt{3}$ et $x = 2\sqrt{3} - 1$

4 Développer :

H=$(2x - 5)^2 - 3(x + 1)(2x - 3)$

5 Factoriser :

A=$(2x - 3)^2 - 3(2x - 3)(4x + 1)$

B=$25 - (3x + 5)^2$

C=$(x - 2)^2 - (3x + 5)^2$

D=$16x^2 - 25$

E=$4x^2 - 20x + 25$

6 Ecrire plus simplement :

A=$(\sqrt{5})^2 \times \sqrt{49} \times \sqrt{8}$

B=$3\sqrt{3} \times 2\sqrt{15}$

C=$2\sqrt{3} - 4\sqrt{12} + \sqrt{48}$

D=$(2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

E=$(5\sqrt{2} - 2)(5\sqrt{2} + 2)$

F=$\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

7 Résoudre les équations suivantes :

$5x - 2) = 2(3x + 1)$

$\dfrac{2x - 1}{3} - \dfrac{2 - x}{4} = 2 - \dfrac{2x + 7}{2}$

$(5x - 1)(2 - 3x) = 0$

$x^2 = 8$

8 Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions :

$5x - 2 \leq 7x + 3$

$\dfrac{3x - 1}{4} - \dfrac{1}{5} \leq 1 - \dfrac{2 - 2x}{10}$

9 Résoudre le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 2x - 3 \leq 7 - 12x \\ x + 5 < 3x - 8 \end{cases}.$$

Donner les solutions de ce système qui sont des éléments de $\mathbb{Z}$.

10 Un fleuriste propose d'emporter gratuitement un bouquet de 5 roses, 4 iris et 6 tulipes, dont le prix est de 35 €, à condition de trouver le prix unitaire de chaque fleur. Il donne les renseignement suivants :

• Le prix d'un iris est la moitié du prix d'une rose.

• Le prix d'une tulipe est le triple du prix d'une rose.

Trouver la solution qui permet de gagner le bouquet.

11 Dans un panier de fruits, les $\frac{3}{7}$ sont des cerises, $\frac{1}{3}$ du panier est composé d'abricots, et il y a 35 noix.
Quel est le nombre total de fruits ?

12 Soit ABCD un rectangle tel que AB=8 cm et AD=5 cm.

Sur le segment [AB], on marque un point M. Soit x=AM.

1°) Calculer l'aire du triangle AMD en fonction de x.

2°) Calculer l'aire du trapèze MBCD en fonction de x.

3°) Pour quelle valeur de x, est-ce que l'aire du trapèze BMDC est le triple de l'aire du triangle AMD ?

13 Résoudre le système suivant par la méthode d'addition (ou combinaison linéaire) puis par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} 2x+3x=4 \\ 3x-y=17 \end{cases}.$$

14 Deux stylos et trois crayons valent 4,85 €. Trois stylos et deux crayons valent 5,40 €.

15 Lors d'une séance de cinéma, on a vendu 420 entrées, les unes à plein tarif soit 5,5 €, les autres à tarif réduit soit 3 €. La recette totale est de 1830 €.

Calculer le nombre de place à plein tarif et le nombre de place à tarif réduit.

16
Soit le repère orthonormal du plan (O ;I ;J).

1°) Placer les points A(4 ;2) ; B(6 ;−4) ; C(0 ;−2) et E(−2 ;4).

2°) Montrer que le quadrilatère ABCE est un parallélogramme.

3°) Calculer les longueurs AB et BC. Quelle est la nature du quadrilatère ABCE ?

4°) Calculer les coordonnées du point F milieu du segment [AB].

5°) Calculer les coordonnées du point G symétrique du point F par rapport au point A.

17 Soit le repère orthonormal du plan (O ;I ;J).

1°) Placer les points A(4 ;2) ; B(5 ;−2) et C(0 ;1).

2°) Déterminer les coordonnées du point E tel que ABCE soit un parallélogramme.

"°) Déterminer les coordonnées du point F, image du point E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

18 Soit (C) un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Soit [AB] un diamètre de ce cercle et C le point du cercle tel que AC=6 cm.

1°) Quelle est la nature du triangle ABC ?

2°) Calculer la longueur BC.

3°) Soit I le milieu du segemnt [AC] et J le milieu du segemnt [BC]. Montrer que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles et calculer la longueur IJ.

4°) Soit D le symétrique de C par rapport à O. Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ?

19

Soit MNP un triangle tel que MN=3,6 cm ; MP=4,8 cm et NP=6 cm.

1°) Montrer que MNP est un triangle rectangle.

2°) Soit I le milieu du segment [NP]. Calculer la longueur MI. Quelle est la nature du triangle MIP ?

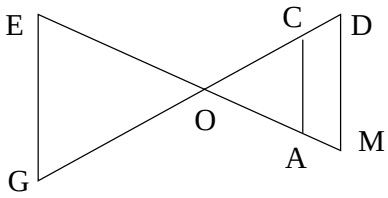
3°) Soit J le symétrique du point I par rapport à la droite (MP). Quelle est la nature du quadrilatère MIPJ ?

4°) Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP.

20 Sur la figure ci-contre,

(DG) // (CA) // (DM).

Sachant que OC=3 ; DC=2 ; OM=7 ; OG=6 et CA=2, calculer OA, DM, EO et EG.



21 Soit ABC un triangle tel que AB=6 ; AC=4,8 et BC=8,4.

1°) Placer le point E sur le segment [AB] tel que AE=4 et le point F sur le segemnt [AC] tel que AF=3,2.

Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2°) Placer le point G sur la demi-droite [BA) tel que BG=8 et le point H sur la demi-droite [CA) tel que CH=6,8.

Démontrer que les droites (HG) et (BC) ne sont pas parallèles.

22

1°) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que BC=8 et AB=6.

Calculer les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

Calculer la longueur AC.

2°) Soit DEF un triangle rectangle en A tel que DE=5 et EF=6.

Calculer $\widehat{DFE}$ et $\widehat{EDF}$.

Calculer la longueur DF.

3°) Soit GHI un triangle rectangle en I tel que GH=5 et $\widehat{GHI}$=40°.

Calculer les longueur GI et HI.

Calculer l'angle $\widehat{IGH}$.

23 Soit ABC un triangle.

1°) Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$.

Quelle est la nature du quadrilatère ADBC ?

2°) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Ecrire deux égalités de vecteurs utilisant le point E.

3°) Construire le point F, image du point E par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Ecrire deux égalités de vecteur utilisant le point F.

4°) Montrer que ADEF est un parallélogramme.

5°) Montrer que B est le milieu du segment [ED]

24 *On commencera le dessin au centre de la feuille.*

On considère un losange ABCD tel que AC = 6 cm et BD = 4 cm.

1) Dessiner le losange ABCD en vraie grandeur. On appelle l_1 ce losange.

2) Construire le symétrique l_2 du losange l_1 par rapport à la droite (AD).

3) Construire l'image l_3 du losange l_1 dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

4) Construire l'image l_4 du losange l_1 dans la rotation de centre B et d'angle 80° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre .

(Les lettres l_2 , l_3 , l_4 seront écrites sur le dessin.)

Devoir de géométrie n°1

1°) Tracer un triangle ABC tel que AB=8 cm., BC=10 cm et AC=6 cm.

2°) Démontrer qua le triangle ABC est rectangle.

3°) On appelle O le milieu du segment [BC] et C le cercle de diamètre [BC].
Démontrer que A est un point du cercle C.

4°) On appelle I le milieu du segment [AC].

Démontrer que la droite (OI) est orthogonale à la droite (AC).

5°) Calculer la distance OI.

6°) La droite (OI) coupe le cercle C aux points T et T' avec T, I, O et T' alignés dans cet ordre.
On appelle Δ la tangente au cercle C passant par le point T.
Démontrer que les droites (AC) et Δ sont parallèles.

7°) La droite Δ coupe la droite (BC) au point E. Calculer la distance OE.

8°) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COI}$.

9°) Les droites (BI) et (AO) se coupent en G.

La droite (CG) coupe la droite (AB) en K.
Comment s'appelle le point G pour le triangle ABC.

10°) En déduire que K est le milieu de [AB].

11°) Placer le point L tel que $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$.
Montrer que K est le milieu du segment [GL].

12°) Tracer l'image du triangle KLB par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$. (Hachurer le triangle KLB et son image.)

Devoir de géométrie n°2

Soit ABC un triangle isocèle de base [BC]. On note O le milieu du segment [BC]. On a BC=4 cm et OA=6 cm.
Sur la demi-droite [OA), on place le point E tel que OE=10cm.

1°) a) Démontrer que la droite (OA) est la médiatrice du segment [BC].

b) Démontrer que AB=$2\sqrt{10}$.

2°) Soit M le milieu du segment [AB] et P le milieu du segemnt [AC].

a) Démontrer que le quadrilatère AMOP est un losange.

b) Démontrer que OM=$\sqrt{10}$.

3°) a) Démonter que MP= 2.

b) Démontrer que l'aire du triangle OMP est égale à 3 cm^2.

c) Démontrer que l'aire du triangle COP est égale à l'aire du triangle OMP.

4°) La droite parallèle à la droite (AB) et contenant le point E coupe la droite (BC) en H.

a) Démontrer que OH=$\dfrac{10}{3}$.

b) Calculer la valeur exacte de la longueur CH.

5°) La droite (AC) coupe la droite (EH) en K.

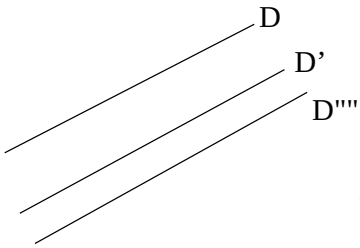
a) Le triangle CHK est un agrandissement du triangle COP.
Par quelle fraction faut-il multiplier les dimensions du triangle COP pour obtenir celles du triangle CHK ?

b) Calculer l'aire du triangle CHK en utilisant celle du triangle COP.

Parallèles et perpendiculaires :

• Si deux droites sont parallèles, toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Si D // D' et D' // D" alors D // D".

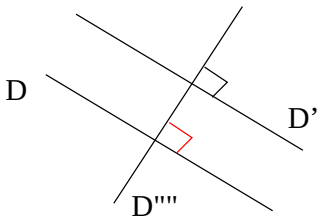


• Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si D // D' et D' ⊥ D" alors D ⊥ D".

• Si deux droites sont perpendiculaires, toute parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si D ⊥ D' et D' // D" alors D ⊥ D".

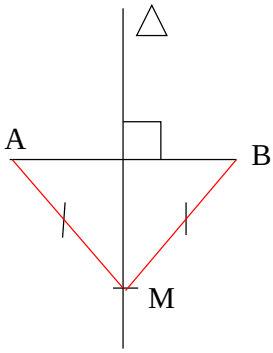


Médiatrice, cercle :

• La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et qui lui est perpendiculaire.

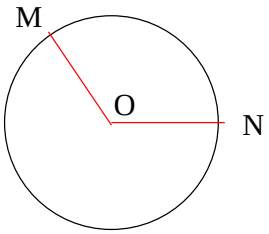
• La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points situés à égale distance des extrémités de ce segment.

• Si MA=MB alors M est un point de la médiatrice du segment [AB].



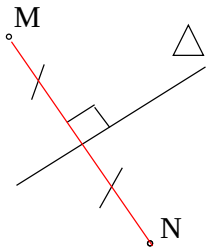
• Le cercle de centre O est de rayon R est l'ensemble des points M tels qui OM=R.

• SI OM=R alors M est un point du cercle de centre O et de rayon R.

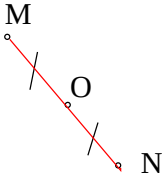


Symétrie :

• Si le point N est le symétrique du point M par rapport à la droite Δ, alors Δ est la médiatrice du segment [MN].



• Si le point N est le symétrique du point M par rapport au point O alors O est le milieu de [MN].



• Les symétries conservent l'alignement, les longueurs, les milieux, les angles, le parallélisme, l'orthogonalité.

Les angles :

• Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

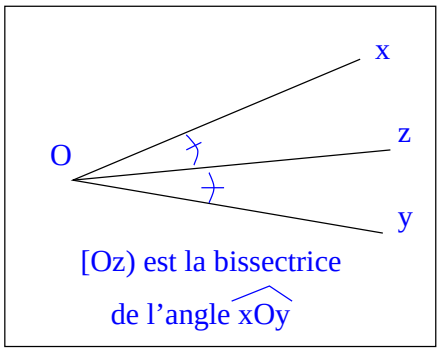
• Si D // D', deux angles alternes internes sont égaux.

• Si D // D', deux angles correspondants sont égaux.

• On dit que deux angles sont supplémentaires si leur somme est égale à 180°.

• On dit que deux angles sont complémentaires si leur somme est égale à 90°.

• La bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles égaux.



Les triangles :

• La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

• Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

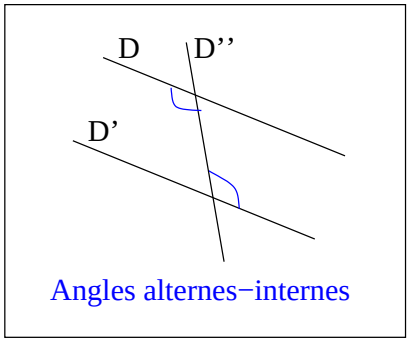
• Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé.

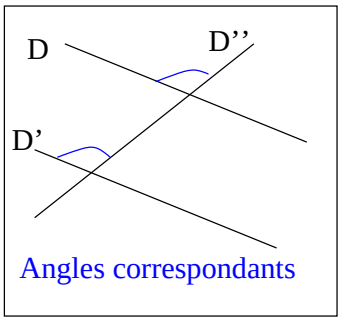
• Si un triangle a un angle droit, c'est un triangle rectangle.

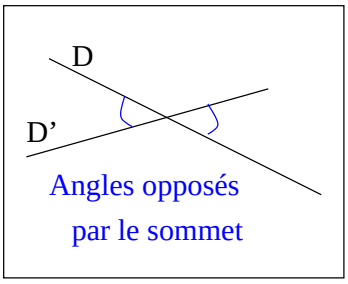
• Si un triangle a deux côtés égaux alors c'est un triangle isocèle.

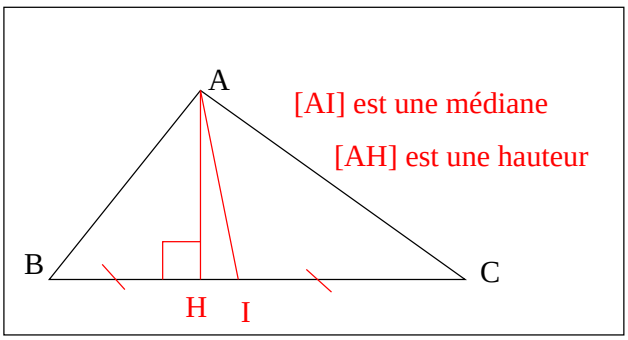
• Si un triangle a deux angles égaux, alors c'est un triangle isocèle.

• Si un triangle a trois côtés égaux alors c'est un triangle équilatéral.









Les quadrilatères :

Un **parallélogramme** est un quadrilatère non croisé :

- dont les côtés opposés sont parallèles.
- dont les côtés opposés sont égaux deux à deux.
- dont les angles opposés sont égaux.
- dont deux angles adjacents sont supplémentaires. (leur somme est égale à 180°.)
- dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Un **rectangle** est :

- un parallélogramme. Il a toutes les propriétés du parallélogramme.
- a quatre angles droits.
- a des diagonales de même longueur.

Un **losange** est :

- un parallélogramme. Il a toutes les propriétés du parallélogramme.
- a quatre côtés égaux.
- a des diagonales perpendiculaires.

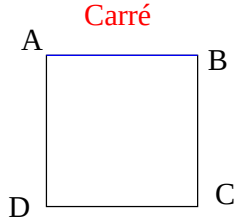
Un **carré** est :

- un parallélogramme.
- un rectangle.
- Un carré.

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un paralléogramme, un rectangle, un losange ou un carré, voir le schéma.

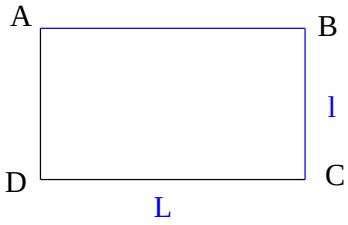
Calcul d'aires :

Carré



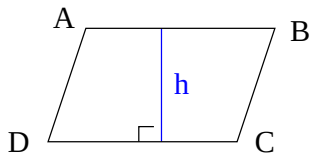
Aire=coté x coté = AB x AB

rectangle



Aire=L x l =AB xBC

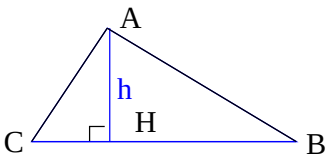
parallélogramme



Aire= base x hauteur

=AB x h

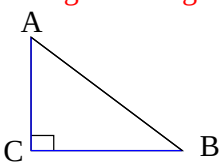
triangle



$$\text{Aire}=\frac{\text{base x hauteur}}{2}$$

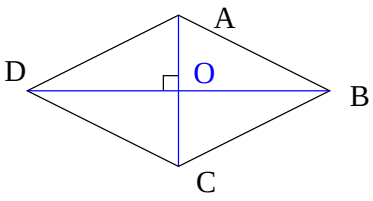
$$=\frac{AH \times BC}{2}$$

triangle rectangle



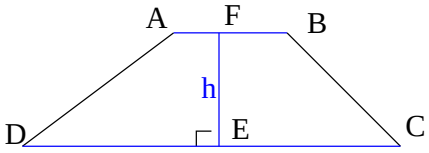
$$\text{Aire}=\frac{AC \times CB}{2}$$

losange



$$\text{Aire}=\frac{AC \times BD}{2}$$

Trapèze

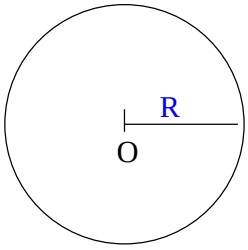


$$\text{Aire}=\frac{(AB+CD) \times EF}{2}$$

cercle

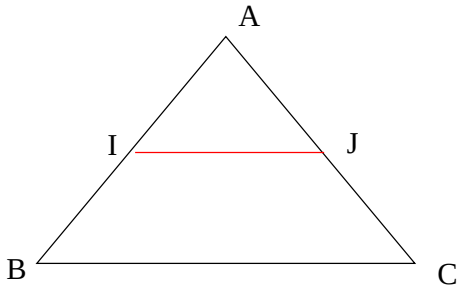
périmètre=2 x R x Π

Aire= Π x R x R



Théorème des milieux

• **Propriété 1**
La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.



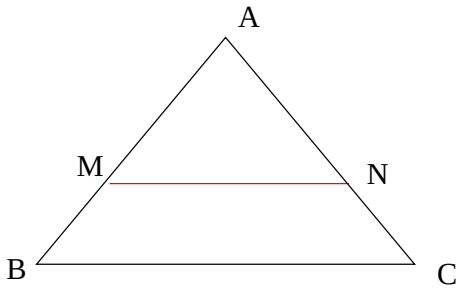
Dans le triangle ABC }
I milieu de [AB] } alors (IJ)//(BC)
J milieu de [AC] }

• **Propriété 2**
La droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle est parallèle à autre côté coupe le troisième côté en son milieu.

Dans le triangle ABC }
I milieu de [AB] }
(IJ)//(BC) } alors J milieu de [AC]
J ∈[AC] }

• **Propriété 3**
Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle a pour longueur la moitié du troisième côté.

Dans le triangle ABC }
I milieu de [AB] } alors IJ=$\frac{1}{2}$BC
J milieu de [AC] }



Théorème de thalès

Dans le triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et (MN)//(BC) alors d'après le théorème de thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Réciproque du Théorème de Thalès

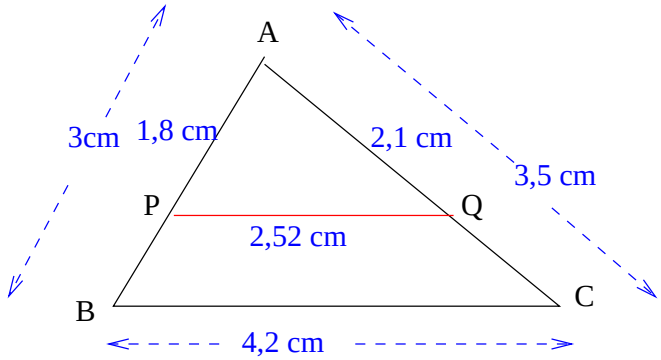
Dans le triangle ABC :

$$\frac{AP}{AB} = \frac{1,8}{3} = \frac{3}{5}$$

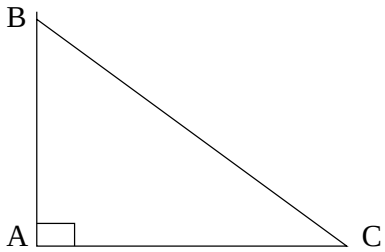
$$\frac{AQ}{AC} = \frac{2,1}{3,5} = \frac{3}{5}$$

On a donc $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PQ) et (BC) sont parallèles.



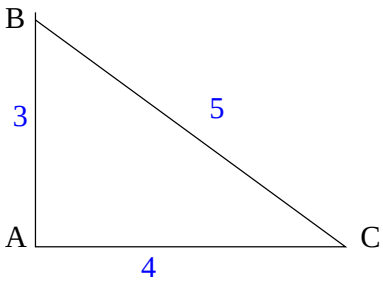
Théorème de Pythagore



Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de pythagore, on a :

$BC^2=AB^2+AC^2$.

Réciproque du théorème de pythagore



Dans le triangle ABC, on a AB=3 cm, AC=4 cm et BC=5cm.

$AB^2+AC^2=3^2+4^2=9+16=25$.

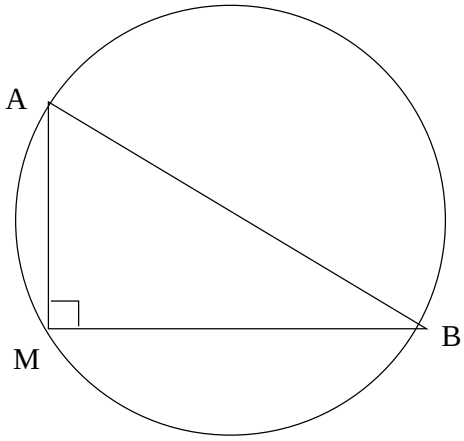
$BC^2=5^2=25$.

On a donc $BC^2=AB^2+AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Triangles rectangles et cercles

Propriété 1

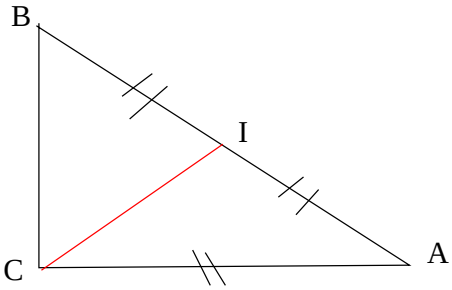


Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypothénuse du triangle.

Propriété 2

Le point M est sur le cercle de diamètre [AB] alors :
ABM est un triangle rectangle en M.

Propriété 3



Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypothénuse.

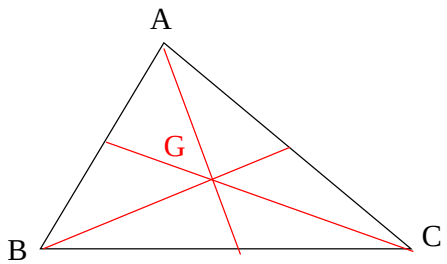
Propriété 4

Dans le triangle ABC }
I milieu de [AB] } alors ABC est un triangle
$CI=\frac{1}{2}$ AC } rectangle en C.

Droites remarquables dans un triangle

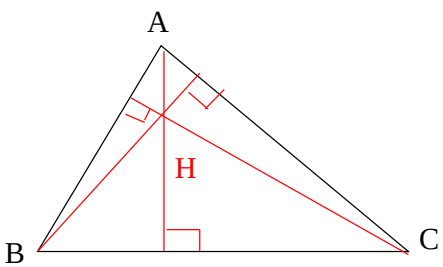
Dans un triangle, les médianes, les hauteurs, les bissectrices et les médiatrices sont concourantes.

Les médianes



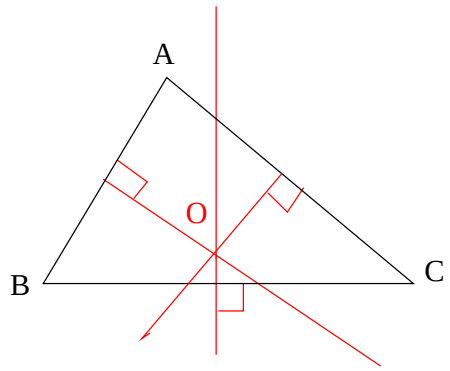
G est le centre de gravité

Les hauteurs



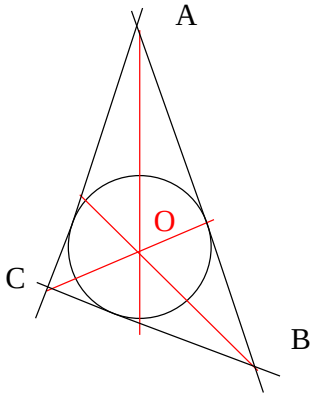
H est l'orthocentre

Les médiatrices



O est le centre du cercle circonscrit

Les bissectrices



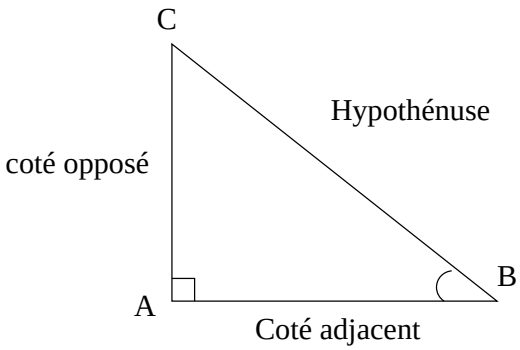
O est le centre du cercle inscrit

Trigonométrie

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{côté\ adjacent}{Hypothénuse} = \frac{AB}{BC}$$

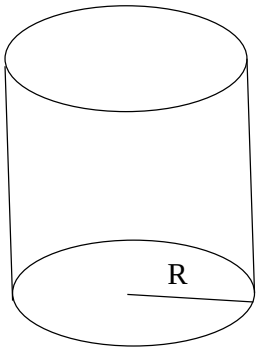
$$\sin \widehat{ABC} = \frac{côté\ opposé}{Hypothénuse} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{Tan } \widehat{ABC} = \frac{côté\ opposé}{côté\ adjacent} = \frac{AC}{AB}$$

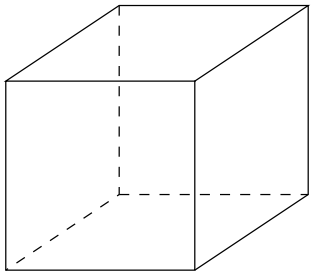


Calcul de volumes

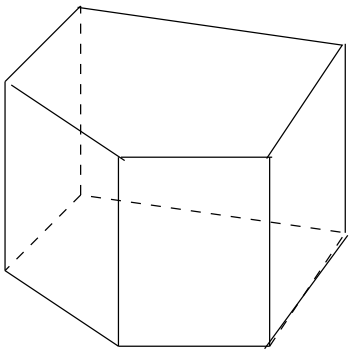
Volume de prismes droit



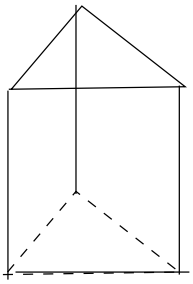
$\Pi \times R^2 \times h$



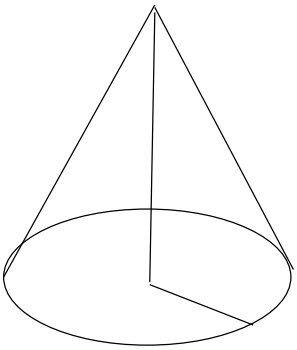
$L \times l \times h$



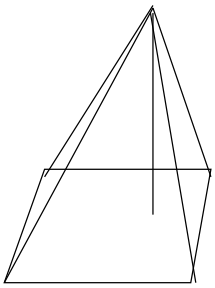
Aire de la base $\times$ hauteur



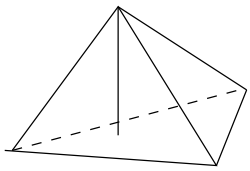
Volume de pyramides et de cones

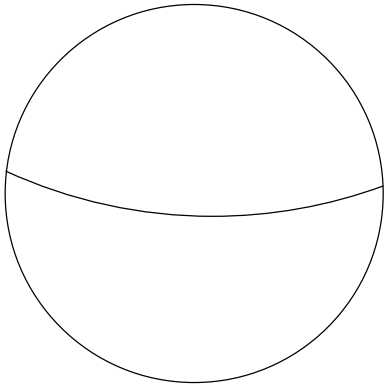


$$\frac{\Pi \times R^2 \times h}{3}$$



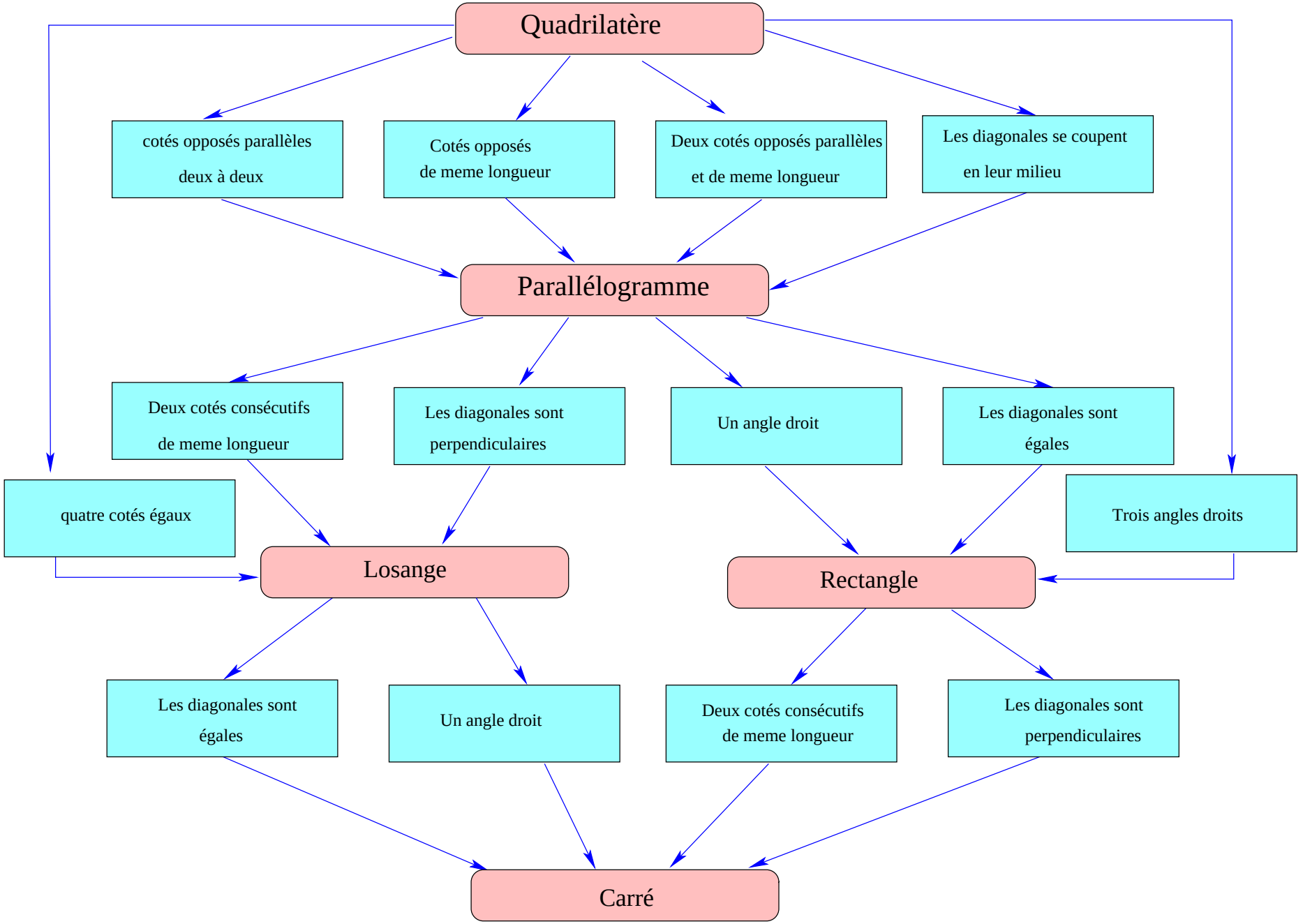
$$\frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$





Volume d'une boule : $\frac{4 \times \Pi \times R^3}{3}$

Aire d'une sphère: $4 \times \Pi \times R^2$


Quadrilatère
cotés opposés parallèles deux à deux
Cotés opposés de meme longueur
Deux cotés opposés parallèles et de meme longueur
Les diagonales se coupent en leur milieu
Parallélogramme
Deux cotés consécutifs de meme longueur
Les diagonales sont perpendiculaires
Un angle droit
Les diagonales sont égales
quatre cotés égaux
Trois angles droits
Losange
Rectangle
Les diagonales sont égales
Un angle droit
Deux cotés consécutifs de meme longueur
Les diagonales sont perpendiculaires
Carré