

| COURS DE REPETITION INTELLIGENCE PLUS (CRIP) |                                   |
|----------------------------------------------|-----------------------------------|
| Année scolaire 2020-2021                     | Tél : 671-83-92-27 / 691 22 83 34 |
| EPREUVE DE MATHEMATIQUES<br>PROPOSEE PAR SJB | CLASSE : T C D                    |

## L'EPREUVE COMPORTE 02 PARTIES A et B indépendants

### Partie A : Evaluation des ressources

#### Exercice1 : 5Pts

A/. Pour chacun des cas suivants, plusieurs affirmations vous sont proposées. Choisissez la bonne réponse en justifiant :

1 Soit  $n$  un entier naturel, le nombre complexe  $(1 + i\sqrt{3})^n$  est un réel si et seulement si  $n$  s'écrit sous la forme ( $k \in \mathbb{N}$ )

- a)  $3k + 1$  ; b)  $3k + 2$  ; c)  $3k$  ; d)  $6k$  ;

1pt

2. On pose  $z = -\sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}}$  la forme exponentielle de  $Z^2$  est :

- a)  $4e^{i\frac{\pi}{4}}$  ; b)  $4e^{-i\frac{\pi}{4}}$  ; c)  $4e^{i\frac{3\pi}{4}}$  ; d)  $4e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

1 pt

3) Soient deux points A et B d'affixes respectives :

$Z_A = i$  et  $Z_B = \sqrt{3}$ . L'affixe  $Z_C$  du point C tel que ABC soit un triangle équilatéral

avec mes  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$  est :

- a)  $-i$  ; b)  $2i$  ; c)  $\sqrt{3} + i$  ; d)  $\sqrt{3} + 2i$

1pt

B/. 1- Exprimer  $\cos 4x$  en fonction de  $\cos x$

1pt

2- Soit  $p$  un polynôme dans  $\mathbb{C}$  tel que pour tout nombre complexe  $Z$

$$p(Z) = a_n Z^n + a_{n-1} Z^{n-1} + \dots + a_1 Z + a_0 \quad \text{avec } a_0, a_1, a_{n-1}, a_n \text{ des réels.}$$

- a) Démontrer que  $\overline{p(Z_0)} = p(\overline{Z_0})$

0,5 pt

- b) En déduire que si  $Z_0$  est une racine de  $p$  alors  $\overline{Z_0}$  est aussi une racine de  $p$

0,5 pt

#### Exercice 2 : 5 pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(o, \vec{u}, \vec{v})$

- I. a) Calculer  $((1 - i))^2$

0,25 pt

- b) En déduire les racines carrées de  $-2i$

0,5 pt

II.  $(U_n)$  est une suite géométrique telle que  $U_2 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  et  $U_4 = \sqrt{3} - i$ .

1- Déterminer toutes les suites  $(U_n)$

1 pt

2- On considère celle de ces suites dont la raison a une partie réelle positive.

- a) Ecrire  $U_{19}$  sous la forme trigonométrique

1,5 pt

- b) Montrer que  $U_0 = \frac{1}{4}(-\sqrt{3} + i)$

0,75 pt

- c) Calculer la somme  $S = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5$

0,75pts

3. soit A, B et C les points d'affixes respectives  $U_0$ ,  $U_2$  et  $U_4$

- a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B 0,5pts

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe  $Z$  tel que  $\left|Z - \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right| = |iZ - 1 - \sqrt{3}i|$

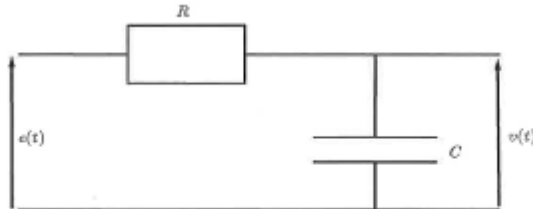
0,75pts

### EXERCICE 3 : 5pts

- A- Soient 2 nombres complexes  $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$  et  $Z_2 = 1 + i$
- a- Ecrire sous la forme trigonométrique  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $\frac{Z_1}{Z_2}$  et  $Z_1 \times Z_2$  1,5pts
  - b- Ecrire sous la forme algébrique  $Z_1 \times Z_2$  et  $\frac{Z_1}{Z_2}$  0,5pts
  - c- En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$
  - d- Calculer  $Z = \left( \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^{30}$  0,75pts
- B- On pose  $P(Z) = 2Z^3 + 4Z^2 + 5Z + 3$  ou  $Z$  est un nombre complexe
- a) Démontrer que l'équation  $P(-1) = 0$  0,5pts
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(Z) = 0$  0,75pts

### PARTIE B : Evaluation des compétences 4,5pts

Un circuit électrique comporte, en série une résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C$



Le circuit est alimenté par une tension « source » représentée par une fonction  $e$ . La tension aux bornes du condensateur est représentée par une fonction  $v$ . Si on considère cette tension comme signal de « sortie », le circuit joue le rôle de filtre passe-bas.

Dans toute la suite  $j$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\pi/2$ . Pour une pulsation  $\omega$  de la tension d'entrée  $e$ , le gain  $G_{db}(\omega)$  du circuit, exprimé en décibels est donné par la formule :

$$G_{db} = 20 \log |T(\omega)|$$

La transmittance isochrone  $T$  du circuit est définie par :

$$T(\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

**Tâche 1** : on pose  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ , écrire  $T(\omega)$  sous la forme algébrique, en déduire sa partie réelle et sa partie imaginaire 1,5pts

**Tâche 2** : Calculer  $T(\omega_0)$  et Déterminer son module et son argument 1,5pts

**Tâche 3** : Calculer, à une unité près, le gain correspondant à la pulsation  $\omega_0$  1,5pts