

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EVALUATION DES RESSOURCES

PARTIE A

5,25 POINTS

I- Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$ et $v_n = u_n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. Représenter les quatre premiers termes de la suite (u_n) dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1cm. Conjecturer sur la variation de la suite (u_n) . (0,75pt)
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (0,75pt)
3. a. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . (0,5pt)
 b. Calculer la limite de v_n et déduire celle de u_n . (0,5pt)
 c. La suite (v_n) est-elle convergente ou divergente ? (0,25pt)
4. Exprimer $t_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n . (0,75pt)

II- L'entraîneur sélectionneur des lionceaux, pour son prochain match du CHAN contre le ZIMBABWE doit choisir 11 premiers entrants parmi les 23 joueurs qu'il dispose et titularisé 8.

1. De combien de façons peut-il constituer une équipe ? (0,5pt)
2. De combien de façons peut-il choisir 8 titulaires parmi les 11 entrants ? (0,5pt)
3. Sachant qu'à l'avance 6 joueurs sont titulaires, de combien de façons peut-il choisir les 11 entrants ? (0,75pt)

2,5 POINTS

PARTIE B

I- On considère l'expression $A(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$.

1. Montrer que $A(x) = -\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$. (0,5pt)
2. Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation $A(x) = 1$. (0,75pt)

II- ABC est un triangle, I et G sont définis par : $\vec{AI} = -2\vec{AB}$ et $\vec{CG} = \frac{1}{5}\vec{CI}$.

1. Exprimer G comme barycentre des points A, B et C. (0,5pt)
2. Déterminer et tracer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|3\vec{MA} - 2\vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MI}\|$. (0,75pt)

7,75 POINTS

PARTIE C

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x - 3}$ et (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1cm.

1. Déterminer le domaine de définition de f sous la forme d'une réunion d'intervalles. (0,5pt)
2. Calculer la dérivée $f'(x)$ de f et en déduire les variations de f . (1,25pt)
3. Calculer les limites aux bornes du domaine de définition et dresser le tableau de variation de f . (1,5pt)
4. Déterminer trois réels a, b et c vérifiant la relation : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$. (0,75pt)
5. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 3x + 8$ est une asymptote à la courbe (C_f) . Préciser le(s) autre(s) asymptote(s). (0,75pt)

6. Etudier la position de la droite (D) par rapport à la courbe (C_f). (0,75pt)
7. Déterminer l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 2. (0,5pt)
8. Construire (T), (D), (C_f) ainsi que les autres asymptotes dans le repère ($O; \vec{i}; \vec{j}$). (1,75pt)

EVALUATION DES COMPETENCES

4,5 POINTS

A un certain arrêt de bus, il a été établi que, pendant les 30 premières secondes de démarrage, la distance d (en mètres) parcourue par le bus et le temps t (en secondes) mis pour effectuer ce parcours, sont liés par la relation : $d = \frac{t^2}{10}$

Tâche 1 : Au moment où le bus démarre, un cycliste apparaît derrière le bus, à 22,5 m de l'arrêt, à la vitesse de 18 km/h. A quelle distance de l'arrêt de bus rattrape-t-il le bus ? Peut-on assurer que le bus dépassera le cycliste à nouveau ? (1,5 Points)

Tâche 2 : Au moment où démarre le bus, apparaît aussi à 22,5 m de l'arrêt un passager potentiel qui se met aussitôt à poursuivre le bus à la vitesse constante $v = 9 \text{ km/h}$. Peut-il rattraper le bus ? Sinon, quelle est la distance minimale qui le séparera du bus pendant la poursuite ? (1,5 Points)

Tâche 3 : Au moment où démarre le bus, apparaît aussi à 22,5 m de l'arrêt un autre passager potentiel qui se met aussitôt à poursuivre le bus à la vitesse constante v . Quelle est la valeur minimale de v pour que ce passager rattrape le bus ? (1,5 Points)

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EVALUATION DES RESSOURCES

PARTIE A

I- Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$ et $v_n = u_n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$. 5,25 POINTS

1. Représenter les quatre premiers termes de la suite (u_n) dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1cm. Conjecturer sur la variation de la suite (u_n) . (0,75pt)
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (0,75pt)
3. a. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . (0,5pt)
 b. Calculer la limite de v_n et déduire celle de u_n . (0,5pt)
 c. La suite (v_n) est-elle convergente ou divergente ? (0,25pt)
4. Exprimer $t_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n . (0,75pt)

II- L'entraîneur sélectionneur des lionceaux, pour son prochain match du CHAN contre le ZIMBABWE doit choisir 11 premiers entrants parmi les 23 joueurs qu'il dispose et titularisé 8.

1. De combien de façons peut-il constituer une équipe ? (0,5pt)
2. De combien de façons peut-il choisir 8 titulaires parmi les 11 entrants ? (0,5pt)
3. Sachant qu'à l'avance 6 joueurs sont titulaires, de combien de façons peut-il choisir les 11 entrants ? (0,75pt)

PARTIE B

I- On considère l'expression $A(x) = 2\cos^2x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$. 2,5 POINTS

1. Montrer que $A(x) = -\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$. (0,5pt)
2. Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation $A(x) = 1$. (0,75pt)

II- ABC est un triangle, I et G sont définis par : $\vec{AI} = -2\vec{AB}$ et $\vec{CG} = \frac{1}{5}\vec{CI}$.

1. Exprimer G comme barycentre des points A, B et C. (0,5pt)
2. Déterminer et tracer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|3\vec{MA} - 2\vec{MB}\| = \|\vec{MA} - \vec{MI}\|$. (0,75pt)

PARTIE C

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x - 3}$ et (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1cm. 7,75 POINTS

1. Déterminer le domaine de définition de f sous la forme d'une réunion d'intervalles. (0,5pt)
2. Calculer la dérivée $f'(x)$ de f et en déduire les variations de f . (1,25pt)
3. Calculer les limites aux bornes du domaine de définition et dresser le tableau de variation de f . (1,5pt)
4. Déterminer trois réels a, b et c vérifiant la relation : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$. (0,75pt)
5. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 3x + 8$ est une asymptote à la courbe (C_f) . Préciser le(s) autre(s) asymptote(s). (0,75pt)