MINESEC
LYCEE D'EBEBDA
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE : 2017-2018
SEQUENCE N^0 : 1
CLASSE : PD
DUREE : 3 H
COEF : 4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 **4 points**

1. Résoudre dans IR^2 le système suivant : $\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\frac{1}{y-1} = 5 \\ 3\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-1} = 5 \end{cases}$. 2 pts

2. Résoudre dans IR^3 par la méthode de pivot de GAUSS le système suivant : $\begin{cases} 3x + y + z = 8 \\ x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$. 2pts

EXERCICE 2 **4,5 points**

Soit m un nombre réel. On considère l'équation (E_m): $(2-m)x^2 - 3x + 1 - 2m = 0$.
1. Résoudre (E_2). 0,5pt

2. Pour $m \neq 2$. On pose Δ_m le discriminant du polynome $P_m(x) = (2-m)x^2 - 3x + 1 - 2m$.

a) Déterminer suivant les valeurs de m le nombre de solutions de (E_m). 2pts

b) Exprimer en fonction de m le produit P et la somme S des racines lorsqu'elles existent. 1pt

c) Déterminer les valeurs de m pour que (E_m) admette deux solutions de signes contraires. 0,5pt

d) Déterminer les valeurs de m pour que (E_m) admette deux solutions positives. 0,5 pt

EXERCICE 3 **5,5 points**

Soit f la fonction polynôme définie par : $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels.
1. Déterminer a, b et c sachant que -1 et 2 sont des racines de $f(x)$ et que la courbe de f passe par le point $A(0; 4)$.
2. Montrer que $f(x) = 2(x+1)(-2x^2 + 3x + 2)$. 1pt
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ puis l'inéquation $f(x) < 0$. (1,5+1)pts

EXERCICE 4 **6 points**

On donne trois points A, B et C fixes non alignés du plan et un point M variable du plan.

1. Montrer que le $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est un vecteur indépendant du point M. 0,5pt

2. Montrer que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ où G est le centre de gravité du triangle ABC. 0,5pt

3. a) Montrer que l'ensemble $(\mathcal{C}')$ des points M du plan tel que $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MA} = 0$ est un cercle que l'on caractérisera. 1pt

b) Montrer que l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. 1pt

4. Dans cette question, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On suppose $A(1; 2)$, $B(1; 3)$ et $C(2; 2)$.

a) Montrer que les points A, B et C sont non alignés. 1pt

b) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC. 0,5pt

c) Donner une équation cartésienne et une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$. 1pt

d) Déterminer une équation du cercle $(\mathcal{C})$. 0,5pt