

COLLEGE PASCAL TOHOUA KAMGA

BP : 4291 Douala

EPREUVE	EVALUATION	COEFFICIENT	CLASSE	DUREE	A/S
MATHS	SEQUENCE 4	05	Tle C	03H	2018/2019

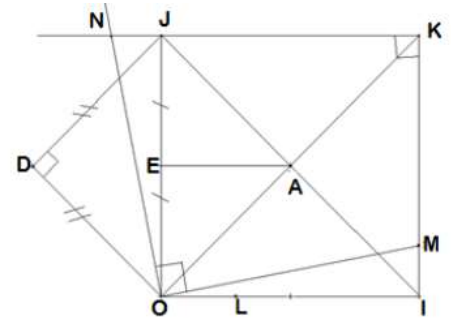
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : 6,25pts

www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

L'unité de longueur est le centimètre. OIKJ est un carré de sens direct de centre A et de côté 2cm. On note L le point du segment [OI] tel que le triangle OLA ait pour aire $\frac{1}{4}$ cm². Soit M un point de la droite (IK), N le point d'intersection de (JK) et de la perpendiculaire à la droite (OM) passant par O. On note B le milieu de [MN], D le point tel que le triangle OJD est rectangle isocèle direct et E le milieu de [OJ]. On pose $\{P\} = (OM) \cap (IA)$ et $\{Q\} = (AE) \cap (OB)$.

- Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - Déterminer r(I) puis r([IK]). 0,5pt
 - Déterminer r([OM]) en déduire r(M). 0,5pt
 - Donner la nature exacte du triangle OMN. 0,25pt
- Soit s la similitude de centre O telle que s(I) = A.
 - Déterminer le rapport et l'angle de s. 0,5pt
 - Déterminer s(M) et s(K). 0,5pt
 - Montrer que les points A,B et J sont alignés. 0,25pt
 - Déterminer le lieu géométrique des points B Lorsque M décrit le segment [IK]. 0,5pt
- Montrer que s(A) = E et déterminer s(P). 0,5pt
- On pose L' = s(L), déterminer l'aire du triangle OEL'. 0,25pt
- On note s' la similitude de centre J de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$
 - Donner la nature de sos'. Justifier votre réponse. 0,5pt
 - Déterminer sos'(J) et en déduire que JKAD est un parallélogramme. 0,75pt
- Déterminer s⁻¹(A). 0,25pt



on munit le plan (OIJ) d'un repère orthonormé $(A, \vec{i}; \vec{j})$ où $\vec{i} = \frac{1}{2}\vec{OI}$ et $\vec{j} = \frac{1}{2}\vec{OJ}$. On admet que le point O a pour affixe $-1 - i$

b) Donner l'écriture complexe de s. 0,5pt

c) En déduire l'ensemble (Γ) des points M tels que $\left| \frac{1}{2}(1+i)z - 1 \right| = \sqrt{2}$. 0,5pt

EXERCICE 2 : 3,25pts www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

- soit N un entier relatif, on considère le système suivant : $(S) : \begin{cases} N \equiv 5 [13] \\ N \equiv 1 [17] \end{cases}$
 - Résoudre dans $N \times N$ l'équation suivante : $17x - 13y = 4$. 1pt
 - En déduire les solutions du système (S) 0,25pt
- Déterminer tous les couples (a;b) de N^2 qui vérifie la relation : $8PPCM(a;b) = 105PGCD(a;b) + 30$
- Le sol d'une pièce rectangulaire a pour dimension 2490cm de long et 210cm de large. Un carrelleur doit le recouvrir de dalles carrées, toutes identiques, de côté un nombre entier de centimètres.
 - Sachant qu'il veut poser le moins de dalles possibles, quelle doit être la mesure du côté de chaque dalle . justifier votre réponse. 0,75pt
 - Combien de dalles seront nécessaires au total. 0,25pt

EXERCICE 3

2,5pts

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,I,J). on considère l'équation différentielle :
(E) : $y'' + 6y' + 25y = 0$.

1. a. Déterminer la solution générale de (E). 0,5pt
b. Déterminer la solution de (E) dont la courbe représentative passe par le point de coordonnées (0;1) et la tangente à ce point a pour coefficient directeur -3. 0,5pt
2. soit h la fonction de la variation réelle x définie sur $[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}]$ tel que : $h(x) = e^{-3x} \cos 4x$ et (C_h) sa courbe représentative.
a) Écrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C_h) au point d'abscisse 0. 0,5pt
b) Donner le signe de h sur son ensemble de définition. 0,25pt
3. Soit (Δ) le domaine du plan délimité par la courbe (C_h), l'axe des abscisses et les droites d'équation : $x = 0$ et $x = -\frac{\pi}{8}$. Calculer l'aire de (Δ). 0,75pt

EXERCICE 4 :

4,5pts

Une urne contient quatre boules noires et deux boules blanches.

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On répète n fois l'épreuve qui consiste à tirer une boule puis la remettre dans l'urne; on suppose que toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées et que les tirages sont indépendants.

On note p_n, la probabilité de tirer exactement une boule blanche lors des n – 1 premiers tirages et une boule blanche lors du n-ième tirage.

1. Calculer les probabilités p₂, p₃ et p₄. 1,5pt
2. On considère les événements suivants : B_n : « on tire une boule blanche lors du n-ième tirage ». U_n : « on tire une boule blanche et une seule lors de n – 1 premiers tirages ».
a. Calculer la probabilité de l'événement B_n. 0,5pt
b. Exprimer la probabilité de l'événement U_n en fonction de n. 0,5pt
c. En déduire l'expression de p_n en fonction de n et vérifier l'égalité $p_n = \frac{n-1}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^n$. 1pt
3. On pose : S_n = p₁ + p₂ + + p_n.
a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on a :
$$S_n = 1 - \left(\frac{n}{2} + 1\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n . \quad 1pt$$

b. Déterminer la limite de la suite (S_n). 0,25pt

www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

EXERCICE 5 : 3,5pts

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1; +\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{x+1}$; on désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

- 1) Étudier la dérivabilité de f à la droite en -1 et interpréter graphiquement le résultat. 0,5pt
- 2) Justifier que f est dérivable sur $]-1; +\infty[$ et calculer f'(x). 0,5pt
- 3) Dresser le tableau de variations de f puis tracer la courbe (C). 1,25pt
- 4) Soit λ un réel supérieur ou égale à -1 et S(λ) le solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses, de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = \lambda$.
a) Calculer à l'aide d'une intégration par parties, le volume V(λ) de ce solide. 0,75pt
b) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} V(\lambda)$. 0,5pt

www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com