COLLEGE PASCAL TOHOUA KAMGA BP : 4291 Douala					
EPREUVE	TRAVAUX DIR	COEFFICIENT	CLASSE	DUREE	A/S
MATHS	SEANCE 2	05	Tle C	02H	2019/2020

Proposé par : MBEI Emmanuel 1er « le peintre »

Exercice 1 : 5pts www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2}$). Soit M un point du plan d'affixe z. on considère les points P, Q et R du plan d'affixes respectives z^4 , z^2 et 1. On pose G = bar $\{(P,4),(Q,3),(R,1)\}$.

1. Montrer que si les points G et O sont confondus, alors il existe quatre positions du point M que l'on déterminera. 2pts
2. Écrire le polynôme P(z) = $4z^4 + 3z^2 + 1$ sous la forme de produit de deux trinômes de second degré à coefficient réels. 1pt
3. (a) En déduire que dans tout système de numération de base b$\geq$ 5, le nombre $\overline{40301}$ est multiple de $\overline{211}$. 0,75pt

   (b) On suppose que b = 9. Écrire dans cette base le quotient de $\overline{40301}$ par $\overline{211}$. 0,75pt
4. Déterminer la forme algébrique de $z_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{2017}$ 0,5pt

Exercice 2 : 5pts www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

Soit f la fonction définie sur R par : $f(x) = 2 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$

1. Étudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter les résultats trouvés. 0,75pt
2. Étudier les variations de f. 0,75pt
3. Montrer que l'équation f(x) = x admet dans]0; +∞[une unique solution λ et $1 < \lambda < 2$. 0,5pt
4. Montrons que $\forall x \in [1;+\infty[$, on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$. 0,5pt
5. Soit (U_n) la suite définie sur N par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in N, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
   a. Montrer par récurrence que $\forall n \in N$, $1 \leq u_n \leq 2$, 0,5pt
   b. Montrer que $\forall n \in N$, $|u_{n+1} - \lambda| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}|u_n - \lambda|$. 0,5pt
   c. En déduire que $\forall n \in N$, $|u_n - \lambda| \leq \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^n |u_0 - \lambda|$. 0,5pt
   d. En déduire que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite. 1pt

EXERCICE 3 : 10pts www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n, on a : $\sum_{k=1}^{n} k(n-k)(n+k) = \frac{n^2(n-1)(n+1)}{4}$. 1,5pt
2. Déterminer les entiers naturels n tels que le $\frac{2n+1}{n-3}$ soit un nombre premier. 1pt.
3. Emmanuel 1er est né en $\overline{19\alpha\beta}^{10}$. En 2004, son âge était curieusement égal à la somme des chiffres de son année de naissance. Quel était son âge en 2004. 1,5pt
4. Déterminer les couples d'entiers naturels (x;y) tels que le nombre A = $\overline{2x3y}$ dans le système décimal soit divisible par 28. 1,5pt
5. (a) Démontrer, en utilisant l'algorithme d'Euclide, que 20 et 47 sont premiers entre eux. 1pt

   (b) En déduire les entiers relatifs u et v tel que 47u + 20v = 1. 1pt

   (c) Résoudre dans Z^2, l'équation 47x – 20y = 3. 1,5pt

   (d) Un nombre k a pour reste 2 dans la division euclidienne par 47, a pour reste 5 dans la division euclidienne par 20. Quel est son reste dans la division euclidienne par 940. 1pt

www.doualamaths.net ou www.doualamaths.com

« *Je crois beaucoup en la chance ; et je constate que plus je travaille, plus la chance me sourit……* » **Thomas Jefferson**

Proposée par : MBEI Emmanuel 1er (le peintre)