

EVALUATION DE FIN DE DEUXIEME SEQUENCE
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : 5pts

Pour chacune des questions suivantes choisir la bonne réponse parmi celles proposées

NB : Bonne réponse 1pt; mauvaise réponse ou pas de réponse : - 0,5pt.

Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i} , \vec{j})

- 1) On donne les points A(-1 ; -3) ; B(-1; 5) et C(6; 4). Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est :
a) $O(\frac{5}{2} ; \frac{9}{2})$ b) O(1;2) c) O (2 :1) d) pas de réponse exacte
- 2) A et B sont deux points du plan euclidien; I est le milieu de [AB]; G le barycentre du système {(A,3);(B;-1)}. L'ensemble des points M tels que :
 $\|3\vec{MA} - \vec{MB}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$ est :
a) Le cercle de diamètre [GI] b) l'ensemble vide c) la médiatrice de [GI]
d) pas de réponse exacte
- 3) Le cercle d'équation $(x- 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$. et la droite (D) d'équation cartésienne $3x + 4y + 11 = 0$ sont :
a) Sécants b) tangents c) disjoints d) pas de réponse exacte
- 4) ABC est un triangle équilatéral; I, J, K sont les milieux respectifs des segments [BC], [CA] et [AB]. $S_{(BC)}$ et $S_{(JK)}$ sont les symétries d'axes (BC) et (JK) respectivement. l'application $S_{(BC)} \circ S_{(JK)}$ est :
a) La translation de vecteur $2\vec{AI}$ b) la rotation de centre A
c) La translation de vecteur \vec{AI} d) pas de réponse exacte
- 5) On donne les points $G(\frac{3}{2} ; -\frac{1}{4})$, A(3, 2) B(3, -1) et C(1; 1). Le couple de nombre réels (n,m) tel que G soit le barycentre des points (A, -1) ; (B, n) et (C,m) est :
a) $(1, \frac{3}{2})$ b) (2, 3) c) (3, 2) d) (2,1) e) pas de réponse exacte

EXERCICE 2 (3,25pts)

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O ; \vec{i} ; \vec{j}). On considère le point K(2 ;1) ; soit (C) le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

- 1) Soit (D_m) la droite passant par K et de coefficient directeur m ; M(x ;y) un point appartenant à (D_m) et à (C).
a) Donner l'équation réduite de la droite (D_m). 0,25pt
b) Montrons que x est solution de l'équation
(E_m) : $(1+m^2)x^2 + (- 4m^2 + 6m - 2)x + 4m^2 - 12m + 5 = 0$. 0,5pt
c) Vérifier que le discriminant de (E_m) est $\Delta_m = 8(2m^2 + 3m - 2)$ 0,5pt
d) Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet-elle une unique solution. 0,5pt
e) En déduire les équations des droites passant par K et tangentes à (C). 0,5p

EXERCICE 3 : 4,25pts

- I- ABCD et AEF G sont des carrés tels que $\widehat{(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AG})} = \widehat{(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})} = \frac{\pi}{2}$. r est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
1. Déterminer en justifiant, les points r(A), r(B), r(E). 0,75pt
 2. Démontrer que : $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BE}$. 0,5pt
 3. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\widehat{(\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{DG})}$. 0,25pt
 4. (C) est l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
 - a) Reconnaître (C). 0,25pt
 - b) Quelle est l'image (C') de (C) par la rotation r. 0,75pt
 - c) Construire (C'). 0,25pt
- II- ABC est un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segment [BC]; [AB] et [AC] ; G désigne le centre du cercle circonscrit à ABC. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de : $f = S_{Jot_{\overrightarrow{BC}}}$; $g = S_{(IK)O}S_{(AC)}$ et $h = t_{\overrightarrow{AC}} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$. 1,5pt

PROBLEME 7,5pts

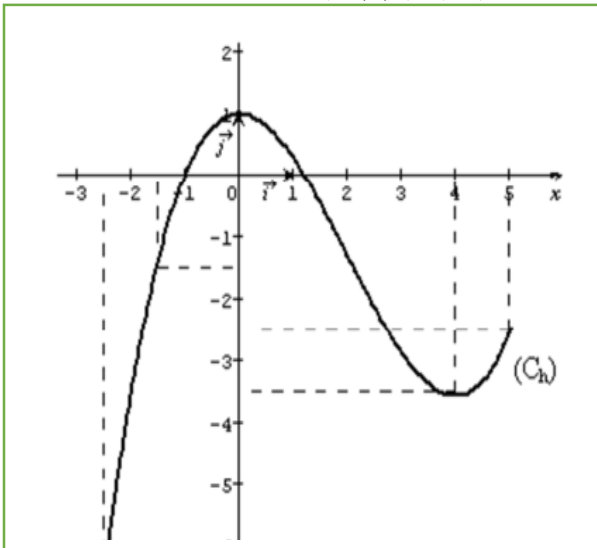
A- On considère la fonction g définie de $]1; +\infty[$ vers $] -4 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

1) Démontrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque g^{-1} . 1pt

2) Soit $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-3}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ et $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 $x \mapsto \frac{x-1}{2x+3}$ et $x \mapsto \frac{-5}{4x}$ deux fonctions.

- a) f et g sont-elles des applications. Justifier votre réponse. 0,5pt
- b) déterminer le domaine de définition de foh et calculer $(f \circ h)(x)$. 0,75pt
- c) montrer que la courbe de f se déduit de la courbe de h par une transformation que l'on précisera. 0,75pt
- d) construire (C_h) et (C_f) dans un même repère. 1pt (Échelle : suivant (OI) : 1 unité correspond à 1cm ; suivant (OJ) : 1 unité correspond à 2cm)

B- la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h dans un repère orthonormé (O,I,J). (C_h)



- 1) Déterminer graphiquement
 - a) le domaine définition D_h de h. 0,5pt
 - b) $h(0)$; $h(4)$ et $h(- 1)$. 0,75pt
 - c) les solutions : $h(x)= 0$; $h(x) \leq 0$; $h(x) > 1$. 0,75pt
 - d) le maximum et le minimum de h sur D_h . 0,5pt
- 2) reproduire la courbe de h. 0,5pt
- 3) sur le même graphique, construire la courbe de la fonction k telle que $k(x)= |h(x)|$. 0,5pt