

MINESEC

Lycée Classique de TOUBORO

Département de Mathématiques

Examinateur : M. TIZE DELI Patrick, PCEG Mathématiques

Année scolaire : 2018-2019

Classe de Première D

Durée : 3 Heures

Coefficient : 4

Épreuve de Mathématiques

1^{ère} séquence

L'épreuve comporte trois exercices et un problème, tous obligatoires. La qualité de la rédaction et la clarté des raisonnements seront prises en compte par le correcteur.

Exercice 1 :

[2.5 points]

Soit m un nombre réel. On considère l'équation $(E) : mx^2 + (m + 1)x + 2m + 2 = 0$

1. Résoudre cette équation pour $m = 0$ 0,5 pt
2. On suppose que $m \neq 0$. Déterminer les valeurs du nombre réel m pour lesquelles :
 - a) L'équation n'a pas de solution. 1 pt
 - b) L'équation a deux solutions de signes contraires. 0,5 pt
 - c) L'équation a deux solutions négatives. 0,5 pt

Exercice 2 :

[4.5 points]

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 5x - 6$.

1. Calculer $P(2)$ et conclure. 0,5 pt
2. Écrire $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer. 1 pt
3. Écrire $P(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré. 1,25 pt
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$. 0,5 pt
5. Dresser le tableau de signe de $P(x)$. 0,75 pt
6. En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'inéquation $P(x) < 0$ 0,5 pt

Exercice 3 :

[4 points]

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 par la méthode du pivot de Gauss le système

$$(S) \begin{cases} x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \\ 6x + 3y + 4z = 340 \end{cases}$$

2,25 pts

2. Des hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux buffles, aux pigeons et aux oies. A leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit une somme de 170 000 FCFA à raison de 3 000 FCFA par buffle, 1 500 FCFA par pigeon et 2 000 FCFA par oie. **NB** : Un buffle a 4 pattes, un pigeon a 2 pattes et un oie a aussi 2 pattes.
 - a) En désignant par x, y et z les nombres respectifs de buffles, de pigeons et d'oies, montrer que x, y et z vérifient le système (S) . 1 pt
 - b) Déduire le nombre d'animaux de chaque espèce. 0,75 pt

Problème :**[9 points]**

Le problème comporte trois parties I, II et III indépendantes.

I/ 1. Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $\sqrt{2x-3} = x-3$; b) $\sqrt{4x+1} \leq x-1$

1×2=2 pts

2. Déterminer les valeurs des réels x et y tels que
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 0 \\ xy = -1 \end{cases}$$

1,5 pt

III/ 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 + 102x - 880 = 0$

1 pt

2. Mme PRISCILLE a placé une somme de 45 000 Frs dans une banque au taux de $x\%$ pendant un an. La banque ayant connu des problèmes, elle a retiré son capital ainsi que les intérêts annuels et a placé toute la somme ainsi obtenue dans une autre banque au taux d'intérêt de $y\%$ pendant un an. Elle a alors obtenu un intérêt de 4 860 Frs dans cette dernière banque.

a) Exprimer le capital total C obtenu après la première année en fonction de x . **0,5 pt**

b) Exprimer l'intérêt I obtenu à la deuxième année en fonction de x et y . **0,5 pt**

c) Sachant que $y - x = 2$, montrer que x vérifie l'équation $x^2 + 102x - 880 = 0$. **1 pt**

d) En déduire les valeurs de x et y . **0,5 pt**

III/ 1. Soient $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}$ et $\vec{w} = 6\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}$ deux vecteurs.

a) Montrer que le vecteur \vec{u} est indépendant du point M . **0,5 pt**

b) On pose $G = \text{bar}\{(A, 6), (B, 4), (C, -7)\}$. Réduire le vecteur \vec{w} . **0,5 pt**

2. Soient A , B et I trois points du plan tels que $AB = 4\text{ cm}$ et I est le milieu de $[AB]$.

a) Construire le point G barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, -1)$. **0,5 pt**

b) Écrire A comme barycentre de (G, α) et (I, β) où α et β sont à déterminer. **0,5 pt**

Bonus questions :

• Traduire en Anglais : "On peut utiliser le barycentre pour démontrer que deux droites sont concourantes" **0,5 pt**

• Translate in French : "You can define a line by two points or a point and a direction vector of the line" **0,5 pt**