Bassin Pédagogique de Douala 3e B — Année scolaire **2019 - 2020**

Evaluation harmonisée du 2e trimestre — Classe : **Tles** Série : **D**

Durée : **4 heures** Coef : **4**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB : L'épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème repartis sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction, le soin apporté à construction des courbes et la présentation entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 : /04points (Nombres complexes)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points A d'affixe 1, B d'affixe z et C d'affixez^2.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $2z^2-4z+8=0$. **(0,5pt)**
2. Sachant que le point B a une affixe positive, déterminer cette affixe pour que O soit le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients respectifs $4,-2$ et 1. **(0,5pt)**
3. On considère l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe $z=x+iy$ associe le point M' d'affixe $z'=x'+iy'$ tel que $z'=\left(1+i\sqrt{3}\right)z$.
   a. Déterminer les images par f des points d'affixes respectives 1 et $(1+i\sqrt{3})$. **(0,5pt)**
   b. Donner la nature et les éléments caractéristiques de f. **(0,75pt)**
4. Reconnaitre et construire l'ensemble (C) des point M du plan tels que $|z-1|=3$. **(0,5pt)**
5. Déterminer et construire l'image (C') de (C) par f. **(0,75pt)**
6. Déterminer une équation cartésienne de l'image de la droite (D) : $y=x+1$ par f. **(0,5pt)**

Exercice 2 : /05 points (Suites numériques)

On considère la suite u_n définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{4u_n-3}{u_n}\end{cases}$.

1. Représenter sur $[0;+\infty[$, les fonctions t et l définies par $t(x)=\frac{4x-3}{x}$ et $l(x)=x$ (on précisera les abscisses des points d'intersection des deux courbes) unité graphique sur les axes :2cm **(1,5pt)**
2. Construire sur l'axe des ordonnées du graphique précédant, les quatre premiers termes de u_n. **(0,75pt)**
3. Faire une conjecture sur la convergence et les variations de la suite u_n. **(0,5pt)**
4. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n-3}$.
   a. Montrer que v_n est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme. **(0,75pt)**
   b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. **(0,5pt)**
   c. Déterminer la limite de la suite u_n. **(0,25pt)**
5. On pose $s_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n+1}$
   Exprimer s_n en fonction de n et calculer sa limite. **(0,75pt)**

Problème : /11 points

Le problème comporte trois parties A, B et C. La partie C est indépendante du reste

Partie A : /2.75 pts (Fonctions logarithmes népérien)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

1.

   a. Déterminer D_f et montrer que f est dérivable sur D_f. **(0,25pt)**
   b. Calculer la dérivée de f, étudier son signe puis en déduire le tableau de variation de f. . **(1,25pt)**

2. Calculer $f(0)$ et montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une que l'on désigne par α appartenant à $[-0{,}72; -0{,}71]$, et l'autre solution notée β. Déduire la valeur de β. **(0,75pt)**

3. Donner le signe de $f(x)$ sur D_f. **(0,5pt)**

<u>Partie B</u> : /4.75 pts (Fonctions et primitives)

Soit g la fonction définie sur D_g par : $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$

1.
   a. Déterminer D_g. **(0,25pt)**
   b. Déterminer les limites de $g(x)$ aux bornes de son ensemble de définition. **(0,5pt)**
2.
   a. Calculer $g'(x)$ et en déduire à l'aide de la partie A son signe. **(0,75pt)**
   b. Montrer que $g(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$. En déduire une valeur approchée de $g(\alpha)$. **(0,5pt)**
3.
   a. Dresser le tableau de variation de la fonction g. **(0,5pt)**
   b. Représenter la courbe (C_g) de g dans un repère orthonormé d'unité graphique $2\ cm$. . . **(0,75pt)**
4. Soit h la fonction définie par : $h(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2} - \frac{1}{x(x+1)}$
   a. Déterminer les fonctions p et s telles que l'on puisse écrire $h(x) = p'(x)s(x) + p(x)s'(x)$. **(0,5pt)**
   b. Après avoir vérifié que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$,Déterminer une primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction qui à x on associe $\frac{1}{x(x+1)}$. **(0,5pt)**
   c. En déduire des questions a) et b) une primitive de g sur $]0\,;+\infty[$. **(0,5pt)**

<u>Partie C</u> : /3.5 pts (Probabilités)

Les faces d'un dé cubique et parfait sont numérotées respectivement 6, 6, 6, 5, 4, 3. On suppose que, lors d'un lancer la probabilité d'apparition de chaque face est kx, où x est le numéro de la face et k un nombre réel.

1. Déterminer k **(0,5pt)**
2. Une épreuve consiste à lancer le dé une fois. On considère la variable aléatoire X qui à chaque épreuve, associe le nombre inscrit sur la face supérieure du dé.
   a. Quelle est la loi de probabilité de X ? **(0,75pt)**
   b. Déterminer la fonction de répartition F de X. Représenter F **(1pt)**
   c. Calculer l'espérance mathématique de X. **(0,5pt)**
   d. Calculer la variance et l'écart – type de X **(0,75pt)**