

Epreuve de Mathématiques

L'épreuve est constituée de deux exercices et d'un problème tous indépendants. La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 / (08 points)

I. On considère le polynôme défini par : $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$.

1. Déterminer trois réels a, b, c tels que $f(x) = (2x + 1)(ax^2 + bx + c)$. 1pt
2. Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ et en déduire une factorisation de $f(x)$. 1pt
3. Etudier le signe de $f(x)$ et en déduire la solution de l'inéquation $f(x) \leq 0$. 1pt
4. Déduire les solutions de l'inéquation $2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 - 4 \ln x - 3 \leq 0$ 1pt
5. Déduire les solutions de l'inéquation $2e^{3x} + 5e^{2x} - 4e^x - 3 \leq 0$ 1pt

II. Système pivot de Gauss

1. En utilisant la méthode du pivot de Gauss, résoudre dans \mathbb{R}^3 le système

$$\text{suivant : } \begin{cases} x - y - z = -2 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x + y + 2z = 10 \end{cases} \quad \text{1pt}$$

2. Déduire de 1) la résolution dans \mathbb{R}^3 des systèmes : 2pts

$$\text{a. } (S_1): \begin{cases} \sqrt{x} - \frac{1}{y} - z^2 = -2 \\ \sqrt{x} + \frac{2}{y} + z^2 = 3 \\ 3\sqrt{x} + \frac{1}{y} + 2z^2 = 10 \end{cases} \quad \text{b. } (S_2): \begin{cases} \sqrt{x} - e^y - \ln z = -2 \\ \sqrt{x} + 2e^y + \ln z = 3 \\ 3\sqrt{x} + e^y + 2\ln z = 10 \end{cases}$$

Exercice 2 / (06 points)

Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

Age	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[[70 ; 80[[80 ; 90[
Effectifs	27	45	48	39	42	36	33	24	6

1. Quelle est la population puis donner l'individu. 0,5pt
2. De quel caractère s'agit-il puis donner sa nature? 0,5pt

3. Construire le polygone des effectifs cumulés de cette série. **1pt**
4. Calculer par interpolation linéaire la valeur de la médiane de cette série. **1pt**
5. Calculer la moyenne \bar{x} , l'écart moyen e_m et l'écart type σ de cette série. **2pts**
6. Déterminer le nombre puis le pourcentage de skieurs dont l'âge est compris dans la classe $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ **1pt**

Problème / **(06 points)**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x$ et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormal (O, I, J) . L'unité de longueur est 2cm.

1. Déterminer l'ensemble D_f de définition de f **0,5pt**
2. Calculer les limites aux bornes de l'ensemble D_f de définition de f **1pt**
3. Vérifier que pour tout nombre réel x de D_f , $f'(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x-2)^2}$. **1pt**
4. En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation **1,5pt**
5. Tracer (Cf) . **1pt**
6. Soit $h(x) = x \ln x - x$
 - a. Calculer la dérivée $h'(x)$ de h **0,5pt**
 - b. Déduire la primitive de f sur D_f . **0,5pt**