COLLÈGE F.X. VOGT
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Examen :BAC BLANC 2017
Séries : D et TI
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

EXERCICE 1 : (5,25 points)

I et II sont indépendants.

I- Le tableau ci-dessous donne la répartition de 35 élèves d'une classe de terminale D selon leurs âges en années.

Ages	17	18	19	20
Nombres d'élèves	3	12	18	2

1. Calculer la moyenne des âges des élèves de la classe,(on arrondira le résultat à l'unité la plus proche). 0,5 pt
2. On représente le nom de chacun des élèves par un numéro de 1 à 35. On inscrit les 35 numéros sur les jetons indiscernables au toucher que l'on met dans un sac. On tire successivement trois jetons en remettant chaque fois le jetons tiré dans le sac.
Soit X la variable aléatoire réelle qui associe à chaque triplet de jetons tirés le nombre d'élèves âgés de 19 ans.
a) Déterminer la loi de probabilité de X. 1,5 pt
b) Calculer l'espérance mathématique ainsi que l'écart-type de X. 1pt

II- Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population d'une localité du Cameroun.

Année	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang x_i de l'année	0	5	10	15	20	25	30	35
Population y_i	540	560	700	800	875	1120	1390	1500

Le plan est rapporté au repère orthogonal. Unités sur les axes : 2 cm pour 5 années sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées placer 500 à l'origine et prendre 1 cm pour 100 habitants.
1. Représenter le nuage de points associé à la série statique double $(x_i; y_i)$. 0,75 pt
2. En utilisant la méthode de Mayer, déterminer une équation cartésienne de la droite d'ajustement de cette série. 1,25 pt
3. Donner une estimation de la population de cette chefferie en 2010. 0,25 pt

EXERCICE 2 : (3,75 points)

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A d'affixe 1, B d'affixe z et C d'affixe z^2.
1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $2z^2 - 4z + 8 = 0$. 0,75 pt
2. Sachant que le point B a une ordonnée strictement positive, déterminer z pour que O soit le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients respectifs 4, -2 et 1. 0,75 pt
3. On considère f l'application de P dans P qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ avec x et y réels associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ avec x' et y' réels tels que $z' = (1 + i\sqrt{3})z$.
a) Déterminer les images par f des points d'affixes respectives 1 et $(1 + i\sqrt{3})$. 0,5 pt
b) Quelle est la nature de f ? Donner ses éléments caractéristiques. 0,75 pt
c) Déterminer (C') l'image par f du cercle de centre A(1) et de rayon 3, puis donner une équation cartésienne de (C'). 0,75 pt
d) Donner l'expression analytique de f. 0,25 pt

PROBLÈME :Les parties A et B sont indépendantes (11 points)

PARTIE A :

On considère l'équation différentielle : (E_1) : $y'' - 2y' + y = 4e^x$

1. On pose : $u(x) = 2x^2e^x$ pour tout réel x. Vérifier que la fonction u est solution de l'équation (E_1). 0,5 pt

2. On pose $g = f - u$;

a) Montrer que f est solution de (E_1) si et seulement si g est solution de l'équation : (E_2) : $y'' - 2y' + y = 0$ 0,5 pt

b) Résoudre l'équation (E_2) 0,75 pt

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équations (E_1). 0,25 pt

d) Déterminer la solution particulière de (E_1) telle que sa courbe représentative passe par le point O(0 ;0) et la tangente à cette courbe au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur -3. 0,5 pt

PARTIE B :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 1cm) (C) est la courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1)$

1. Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$

Étudier le sens de variation de g et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x. 1,5 pt

2. a) Montrer pour tout réel x, $f'(x) = e^{-2x}g(x)$. 0,25 pt

b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation. 0,75 pt

3.a) Déterminer la limite en $-\infty$ de $\dfrac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique du résultats. 0,5 pt

b) Démontrer que la droite (T) d'équations $y = x + 1$ est asymptote a la courbe (C). 0,5 pt

c) Étudier les positions relatives de (T) et de (C). 0,5 pt

4. Construire (C) et (T). 1 pt

5. On désigne par h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; 0[$.

a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty; 0[$ sur un intervalle que l'on précisera. 0,5 pt

b) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h, puis tracer sa courbe représentative dans le même repère que (C). 0,75 pt

6. On pose pour tout réel $\alpha \geqslant -1$, $I_\alpha = \int_{-1}^{\alpha}(x+1)e^{-2x}\,dx$

A l'aide d'une intégration par parties, déterminer I_α en fonction de α. 0,75 pt

7. Soit D_α le domaine du plan délimité par la courbe (C), les droites (T) et celles d'équations $x = -1$ et $x = \alpha$

a) Déduire de la question 6 l'aire notée A_α du domaine D_α. 0,5 pt

b) Déterminer la limite de A_α quand α tend vers $+\infty$ 0,5 pt

c) Donner l'encadrement d'amplitude 10^{-3} de cette limite sachant que $2,718 < \alpha < 2,719$ 0,5 pt