

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages.

L'examinateur tiendra compte de la clarté et de la concision de la rédaction du candidat.

EXERCICE 1(4 POINTS)

Soit P le polynôme défini par : $p(x) = -x^3 + 7x - 6$.

1. Montrer que 1 est solution de l'équation $p(x) = 0$. (0,5pt)
2. En déduire que $p(x)$ peut s'écrire sous la forme : $P(x) = (x - 1)(-x^2 + ax + b)$, où a et b sont des nombres réels à préciser. (1pt)
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $P(x) = 0$. (1pt)
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) < 0$. (1,5pt)

EXERCICE 2(6 POINTS)

Le plan est muni d'un repère orthogonal tel que :

* 1,5 cm représente 1 unité en abscisse ;

* 1 cm représente 2 unités en ordonnée.

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x + 3$ et (C) sa représentation graphique.

- 1.a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . (0,5pt)
b) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . (1pt)
- 2.a) Justifier que f est dérivable sur son ensemble de définition.
Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. (1,5pt)
b) Dresser le tableau de variations de f . (1pt)
- 3.a) Compléter la table de valeurs suivante : (0,5pt)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

- b) Construire (C) . (1,5pt)

PROBLÈME(10 POINTS)

Partie A(1,5 points)

Soit g la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :

$$g(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de g . (0,75pt)
2. Déterminer les nombres réels a , b et c tels que : pour tout nombre réel x différent de 1, (0,75pt)

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$$

Partie B(8,5 points)

Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :

$$f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}.$$

(C_f) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) tel que 1 cm représente 1 unité sur chaque axe.

1. Démontrer que, pour tout nombre réel x différent de 1, (1pt)

$$f'(x) = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}.$$

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et dresser le tableau de variations de f . (2pts)

3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à (C_f) . (0,5pt)

b) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à la droite (D) . (1pt)

c) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est également une asymptote à (C_f) . (0,5pt)

4. a) Pour tout nombre réel x différent de 0, démontrer que $f(1-x) + f(1+x) = 6$. (1pt)

b) En déduire que le point $K(1; 3)$ est un centre de symétrie pour (C_f) . (0,5pt)

c) Tracer (C_f) . (2pts)

“bonne et heureuse année 2020”

Examineur: Ferdinand Kouoh