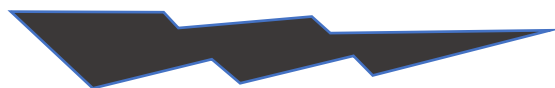


Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4**

**2019/2020**

**COLLECTION LE**



**D'Afrik**

**Niveau : Première D**

## Épreuve de Mathématiques

*L'épreuve est sur deux pages, dont deux grandes parties, toutes obligatoires.*

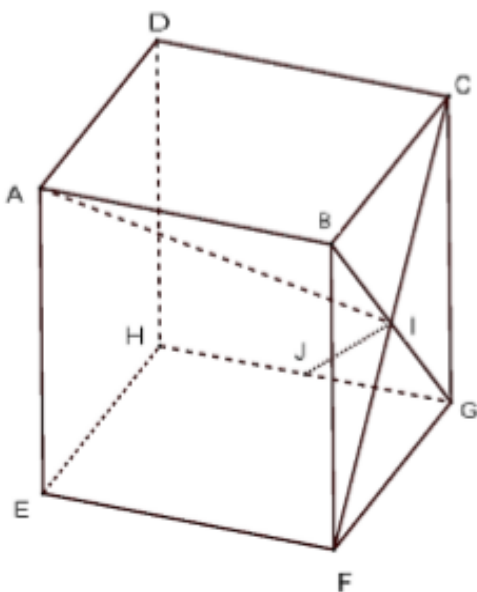
### PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 PTS)

#### Exercice 1 : 06 points

1. (a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :  $(S) \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x - 2y - 7z = 0 \\ 6x - 5y - 11z = 0. \end{cases}$  **1,5pt**
- (b) Hamadou, sa femme et leur enfant ont au total 100 ans. Dans  $n$  années, Hamadou aura la somme des âges de sa femme et de son enfant. Il y'a  $n$  années, la femme avait le quadruple de l'âge de l'enfant et Hamadou était 6 fois plus âgé que son enfant.  
 Déterminer les âges actuels de Hamadou, sa femme et de leur enfant. **1,5pt**
2. (a) Vérifier que  $\sqrt{12 + 8\sqrt{2}} = 2 + 2\sqrt{2}$ . **0,25pt**
- (b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$ . **0,75pt**
- (c) Déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions de l'inéquation  $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} > 0$ . **0,5pt**
- (d) Résoudre dans  $] - \pi; \pi]$  l'équation  $(E) : 4 \cos^2 x + 2(\sqrt{2} - 1) \cos x - \sqrt{2} = 0$ . **1pt**
- (e) Placer les points images solutions de  $(E)$  sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**
- (f) Déduire les solutions de l'inéquation  $4 \cos^2 x + 2(\sqrt{2} - 1) \cos x - \sqrt{2} > 0$ . **1pt**

#### Exercice 2 : 3,5 points

Soit le cube  $ABCDEFGH$  représenté sur la figure ci-contre.  $I$  est le centre du carré  $BCGF$  et  $J$  le milieu du segment  $[GH]$ . On se propose de déterminer la nature du triangle  $AIJ$ .



1. (a) Démontrer que  $(AB) \perp (FBC)$  et déduire que  $(AB) \perp (FC)$ . **0,75pt**
- (b) Démontrer que  $(FC) \perp (BG)$  puis déduire que  $(FC) \perp (ABG)$ . **0,5pt**
- (c) Déduire que  $(FC) \perp (BH)$ . **0,25pt**
2. (a) Sachant que  $(BH) \perp (AC)$ , montrer que  $(BH) \perp (ACF)$ . **0,5pt**
- (b) Déduire que  $(AI) \perp (BH)$ . **0,5pt**
3. Démontrer que le triangle  $AIJ$  est un triangle rectangle en  $I$ . **1pt**

**Exercice 3 : 6 points**

Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan tels que  $AB = 3\text{cm}$ ;  $J = \text{bar}\{(A, 1); (B, -2)\}$  et  $I_m = \text{bar}\{(A, 1 + m); (B, 1 - m^2)\}$

1. Construire le point  $J$ . 0,5pt
2. Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $I_m$  existe. 0,75pt
3. On suppose que  $m \neq -1$  et  $m \neq 2$ .
  - (a) Déterminer  $m$  pour que  $I_m$  soit le milieu du segment  $[AB]$ . 0,5pt
  - (b) Déterminer  $m$  pour que  $I_m$  appartienne au segment  $[AB]$ . 0,5pt
  - (c) Déterminer  $m$  pour que  $I_m$  n'appartienne pas au segment  $[AB]$ . 0,5pt
4. Soit  $K = \text{bar}\{(A, 1); (B, 2)\}$ 
  - (a) Montrer que pour tout point  $M$ ,  $\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MK}$  et  $\vec{MA} - 2\vec{MB} = -\vec{MJ}$ . 1pt
  - (b) En déduire que  $MA^2 - 4MB^2 = -3\vec{MK} \cdot \vec{MJ}$  0,5pt
  - (c) On pose  $G$  le milieu de  $[KJ]$ , montrer que  $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + 12$ . 0,75pt
  - (d) Déterminer puis construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 - 4MB^2 = -63$ . 1pt

**PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5 PTS)**

Dans le plan d'aménagement du Canton Mokong, Il est prévu dans une zone spécifique la construction trois maisons  $A$ ,  $B$  et  $C$  non alignées dont un commissariat, une gendarmerie et un magasin de stockage de coton. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première  $E$  et la seconde  $F$ , aux environs. La société de distribution d'eau **CAMWATER** doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point  $M$ , tel que  $\vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MB}$  et  $\vec{MF} = \vec{MA} - \vec{MB}$ . Le protocole de la société **CAMWATER** exige que la source centrale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. Les ingénieurs ont trois options :

- **Option 1** : " la norme de  $\vec{MA} + \vec{MB}$  est égale à  $6000\text{m}$ ".
- **Option 2** : "la norme de  $\vec{MA} + \vec{MB}$  est égale à la norme de  $\vec{MA} - \vec{MB}$ ".
- **Option 3** : "  $\frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = 1$  et  $\frac{\vec{MA}}{\vec{MC}} = 1$ ".

- Tache 1** : Déterminer une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1. 1,5pt
- Tache 2** : Déterminer une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2. 1,5pt
- Tache 3** : Déterminer une position possible pour la source principale pour l'option 3. 1,5pt

**Partie A : Evaluation des ressources (15, 5 points)**

**Exercice 1 : (3,5 points)**

Pour chacune des 7 questions, 3 (trois) réponses vous sont proposées. Choisir la lettre correspondante à la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponses		
	a	b	c
1. A, B et C sont des points non alignés. Si $G = \text{bar}\{(A; -5), (B; 5), (C; 3)\}$ et si $H = \text{bar}\{(B; 5), (C; 3)\}$ alors $G = \text{bar}\{(A; 1), (H; \alpha)\}$ avec :	$\alpha = 8$	$\alpha = -\frac{8}{5}$	$\alpha = \frac{8}{5}$
2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), la courbe d'une fonction paire est :	Symétrique par rapport à O	Symétrique par rapport à (OJ)	Symétrique par rapport à (OI)
3. Si $x \in [0; \frac{\pi}{2}[$ tel que $\cos x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ alors, $\cos 2x$ est égal à :	$\sqrt{2+\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
4. Les fonctions $f$ et $g$ sont telles que : $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x^2 - 2$ . Alors $g \circ f(1)$ vaut :	-1	-5	7
5. A et B sont deux points distincts. I est le milieu de [AB] et G est le barycentre de (A; -1) et (B; 3). L'ensemble des points M du plan tels que $\ -\vec{MA} + 3\vec{MB}\  = \ \vec{MA} - \vec{MB}\ $ est :	La médiatrice du segment [GI].	Le cercle de rayon $\frac{1}{2}AB$ .	L'ensemble vide $\{\}$ .
6. Soit $f$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que : $f(x) =  x - 2 $ . La fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ suivante est égale à $f$ :	$h(x) = \frac{(x-2)^2}{ x-2 }$	$l(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$	$k(x) = \left  \frac{x^2 + x - 66}{x + 3} \right $
7. La courbe de la fonction $g$ définie par $g(x) = -f(-x)$ , se déduit de celle de $f$ dans un repère orthonormé (O, I, J) par :	la symétrie de centre O	la symétrie d'axe (OI)	la symétrie d'axe (OJ)

**Exercice 2 : (4 points)**

- a- Montrer que  $(\sqrt{3} + 1)^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ . 0,25pt

b- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2x^2 - (\sqrt{3} - 1)x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ . 0,75pt
- Déterminer deux réels  $r$  et  $\theta$  tels que :  $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{3}\cos x + \sin x = r\sin(x + \theta)$ . 0,5pt
- En déduire la résolution dans  $] -\pi; \pi]$  de l'équation :  $(2\cos^2 x - (\sqrt{3} - 1)\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2})(\sqrt{3}\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$  (E). 1,5pt
- Placer les images des solutions de l'équation (E) sur le cercle trigonométrique d'unité 3 cm. 1pt

### Exercice 3 (8 points)

- I. On considère la fonction  $k$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :  $k(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ . On désigne par  $(C)$  sa courbe de représentation graphique dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Déterminer les réels  $a, b$ , et  $c$  sachant que la courbe passe par les points  $A(0 ; -6)$ ,  $B(2 ; 4)$  et admet au point  $B$  une tangente de coefficient directeur  $-3$ . 1,5pt

- II. Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $D = ]1 ; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1}$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative.

1. a- Calculer les limites aux bornes de son domaine d'étude  $D$  et en déduire éventuellement les asymptotes. 0,75pt  
b- Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  et étudier le sens de variation de  $f$  sur  $D$ . 1pt  
c- En déduire le tableau de variation de  $f$  sur  $D$ . 0,75pt
2. a- Vérifier que :  $\forall x \in D, f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$ . 0,5pt  
b- En déduire que  $(C_f)$  admet une asymptote oblique  $(\Delta)$  puis préciser sa position par rapport à  $(C_f)$  sur le domaine d'étude  $D$ . 1pt  
c- Déterminer l'équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 2. 0,5pt
3. Tracer les asymptotes,  $(T)$  et  $(C_f)$ . 1pt
4. On note  $g$ , le prolongement de  $f$  sur  $]-\infty ; 1[ \cup ]1 ; +\infty[$  et  $(C_g)$  sa courbe représentative.  
a- Montrer que le point  $A(1 ; 3)$  est centre de symétrie de  $(C_g)$ . 0,5pt  
b- Construis  $(C_g)$  dans le même repère ci-dessus. 0,5pt

### Partie B : Evaluation des compétences (4, 5 points)

Dans un petit magasin de fabrication et de vente de jouets en bois, le directeur effectue son bilan mensuel. Au mois d'octobre, son chiffre d'affaires est de 200.000 FCFA. Au cours du mois de novembre, le chiffre d'affaires (CA) est en hausse de  $x\%$ . Au mois de décembre, en raison des fêtes de Noël, le chiffre d'affaires (CA) est en hausse de  $(x + 10)\%$ .

La machine qui permet de découper les morceaux de bois utilise plusieurs batteries. La charge d'une batterie dépend de la tension  $U$ , en Volts, qui lui est appliquée et qui est une fonction du temps  $t$ , en secondes. On admet que  $U(t) = 12\sqrt{2}\sin t$  et que la charge n'a lieu que si la tension est supérieure à 12 V.

Chaque jour, cette entreprise fabrique  $t$  jouets avec  $t \in [0 ; 60]$ . Le coût total de production de ces objets exprimés en FCFA, est donné par  $c(t) = 10t^2 - 200t + 2000$ . Chaque objet est vendu au prix unitaire de 500 FCFA.

1. Calculer le CA au mois de novembre sachant que le CA au mois de décembre est de 312.000 FCFA. 1,5pt
2. Déterminer l'intervalle de temps contenu dans  $[0 ; 2\pi]$  durant lequel la charge s'effectue. 1,5pt
3. Calculer le bénéfice maximal de l'entreprise si elle écoule toute sa production journalière. 1,5pt

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES	EPREUVE DE	Année scolaire 2019/2020
LYCÉE DE TOUBORO	MATHÉMATIQUES	TRIMESTRE 2 ÉVALUATION N°2
DÉPARTEMENT DE MATHS	CLASSE : 1 <sup>ère</sup> D	Durée : 3h

**PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 POINTS**

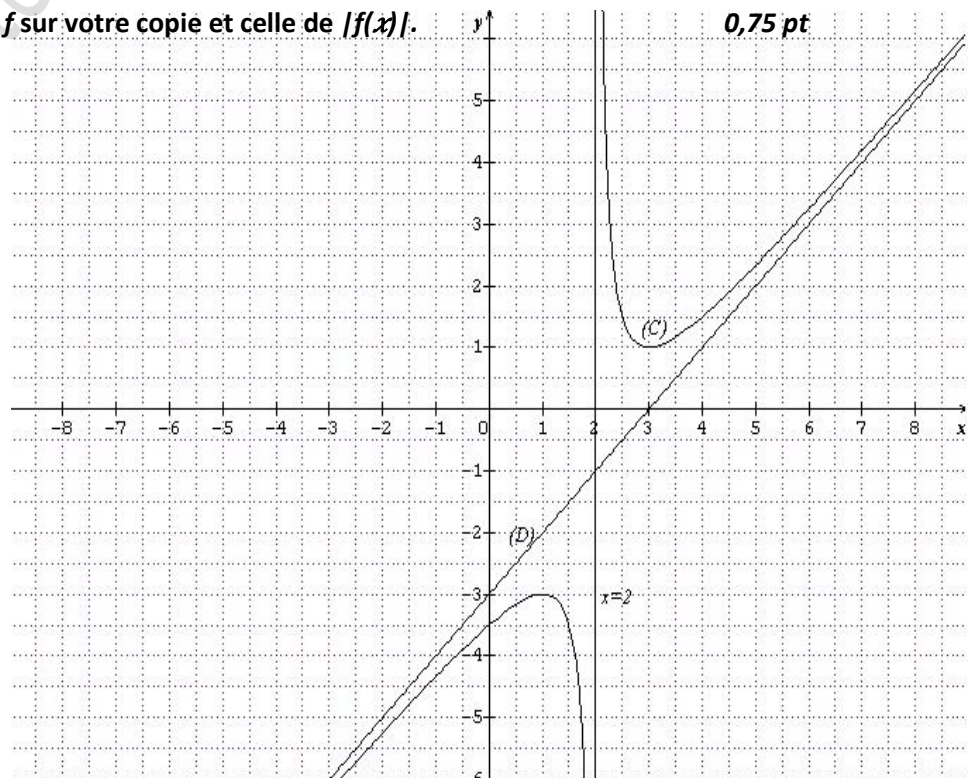
**EXERCICE 1 : 5,5 Pts**

On relève les tailles, en cm, des élèves d'une classe de 1<sup>ère</sup> du lycée, et on les regroupe en 5 classes d'amplitudes respectives  $a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5$  et de densités respectives  $d_1 ; d_2 ; d_3 ; d_4$  et  $d_5$ .

- Sachant que  $a_1 ; a_2 ; \dots ; a_5$  sont les 5 premiers termes d'une suite arithmétique,  $a_1 = 2$  et  $S_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 30$  : Calculer la raison et  $a_2 ; a_3 ; a_4$  et  $a_5$ . 1pt
- $d_1 ; d_2 ; \dots ; d_5$  sont les 5 premiers termes d'une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$  et  $d_5 = \frac{5}{2}$ . Calculer  $d_1 ; d_2 ; d_3$  et  $d_4$ . 1pt
- La plus petite taille relevée est 155 cm. Donner les cinq classes et dresser le tableau des effectifs et des centres des classes. 1,25pt
- Calculer la moyenne  $X$  ; l'écart type. 1pt
- Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et en déduire la médiane. 1,25pt

**EXERCICE 2 : 6,25pts.** Soit la représentation graphique ci-dessous d'une fonction  $f$ .

- Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ . 0,5pt
- Préciser les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. 1pt
- Dresser le tableau de variations de  $f$ . 0,75 pt
- Déduire le signe de  $f$ . 0,5 pt
- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D). 0,5 pt
- On suppose que l'équation de la courbe (C) est de la forme  $ax + b + \frac{c}{x+d}$  avec  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  déterminer les réels  $a, b, c$  et  $d$ . 1 pt
- Démontrer que la droite (D) est asymptote oblique à (C). 0,5 pt
- Démontrer que le point (2,-1) est centre de symétrie à (C). 0,75 pt
- Reproduire la courbe de  $f$  sur votre copie et celle de  $|f(x)|$ . 0,75 pt



**EXERCICE 3 : 3,75 points.** On considère l'équation (E) :  $8t^3 - 4\sqrt{3}t^2 - 2t + \sqrt{3} = 0$

1. Vérifier que  $(4 + 4\sqrt{3})^2 = 64 + 32\sqrt{3}$  0,5 pt
2. Vérifier que  $\frac{1}{2}$  est une solution de (E). 0,5 pt
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E). 1 pt
4. Déduire dans  $]-\pi; \pi]$  les solutions de (E') :  $8(\sin x)^3 - 4\sqrt{3}(\sin x)^2 - 2\sin x + \sqrt{3} = 0$ . 1 pt
5. Représenter sur le cercle trigonométrique les solutions de (E'). 0,75 pt

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / (4,5 POINTS)**

Monsieur ABENA est un jeune entrepreneur camerounais, propriétaire d'une chaîne de télévision dénommée *Atv* dont le chiffre d'affaire en millions de francs CFA est donné par l'expression littérale :  $A(x) = 3x^2 - 24x + 96$  ; où  $x$  désigne la durée (en année) de l'entreprise.

Trois ans après la création de son entreprise, Monsieur ABENA constate que son chiffre d'affaire a considérablement chuté. Il contacte alors Madame BINDY, directrice d'une micro finance de la place dans le souci de contracter un prêt. Cette dernière lui exige de relever son chiffre d'affaire à 60 millions de Francs CFA pour bénéficier de son accompagnement.

Par ailleurs, pour la détente de ses employés à des heures de pause, Monsieur ABENA souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon 5m de sa terrasse une piscine. Le technicien acquis pour la tâche lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation donnée par :

$$(E) : -4(\sin x)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x + 4 - \sqrt{6} = 0.$$

Il souhaite aussi aménager un espace vert autour de la piscine. L'ensemble des points M couverts par le gazon vérifie la relation  $8 \leq \|\vec{MA} - 5\vec{MB} + \vec{MC}\| \leq 12$  où A ; B et C sont des points tels que  $AB=AC=BC= 6m$ .

1. Combien d'années M. ABENA devra-t-il encore attendre pour que ce prêt lui soit accordé ? 1,5pt
2. Quelle est la surface de cette piscine ? 1,5pt
3. Quelle est la surface de l'espace vert autour de la piscine ? 1,5pt

Etablissement de micro finance



Nous garantissons notre accompagnement à toute entreprise dont le chiffre d'affaire atteint 60 millions de francs CFA.

**La Directrice**

Examineur : Clarance Mvouna



**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 points**

**EXERCICE 1 : (3.75pts)**

On considère l'expression trigonométrique  $H(t) = \sqrt{3} \cos(2t) + \sin(2t)$

- 1) a) Montrer que  $H(t) = 2 \cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$ . **0,5 pt**  
b) Résoudre dans  $] -\pi; \pi]$  l'équation  $H(t) = -\sqrt{2}$ . **1 pt**  
c) Résoudre dans  $] -\pi; \pi]$  l'inéquation  $H(t) \geq -\sqrt{2}$ . **0,5 pt**
- 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$ , le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases} \quad \mathbf{1.25pt}$$

**EXERCICE 2 : (3,5pts)**

Aïcha-lingerie est une société qui fabrique des sous-vêtements et des draps. Pour réaliser des bénéfices, la production journalière de  $S$  sous-vêtements et de  $m$  draps de l'usine est donnée par la relation  $S^2 + 4S + 8m \leq 2496$

- 1- Pour  $m = 72$ , résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $S^2 + 4S + 8m \leq 2496$  puis, donner un encadrement des valeurs de  $S$ . **1.25pt**  
2- Etudier le signe de  $10000 - 32m$  **0.75pt**  
3- Montrer que pour  $m \geq 312.5$ , l'inéquation  $S^2 + 4S + 8m \leq 2496$  n'a pas de solution dans  $\mathbb{R}$ . **1pt**  
4- En déduire un encadrement de  $m$  pour que la société Aïcha-lingerie réalise un bénéfice **0.5pt**

**EXERCICE 3 : (3,25 points)**

$ABC$  est un triangle direct, isocèle et rectangle en  $A$ .  $D$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $A$ .  $I$  et  $K$  désignent respectivement les milieux des segments  $[AC]$  et  $[AD]$ . On désigne par  $J$  le point tel que  $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ .

On pose par  $r$  le quart de tour direct de centre  $A$ , par  $s$  la symétrie de centre  $A$  et par  $h$  l'homothétie de centre  $A$  et de rapport  $\frac{1}{2}$ .

- 1) Faire la figure. **0,5 pt**  
2) a) Déterminer  $r(B)$  et  $r(I)$ . **0,5 pt**  
b) En déduire que  $(BI) \perp (CK)$ . **0,5 pt**  
3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation du plan définie par  $v = s \circ r$ . **0,75 pt**  
4) a) Déterminer  $h(C)$  et  $h(D)$ . **0,5 pt**  
b) En déduire que  $2\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{CD}$ . **0,5 pt**



#### **EXERCICE 4 : (5 points )**

Soit  $f$  la fonction numérique d'une variable réelle définie par :  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{1 - x}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$  **0.25pt**
2. a) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition **1pt**  
b) En déduire que la courbe  $(Cf)$  admet une asymptote verticale que l'on déterminera **0.5pt**
3. a) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$  **0.75pt**  
b) Démontrer que la droite d'équation  $y = -x + 3$  est asymptote oblique à la courbe  $(Cf)$  **0.5pt**
- 4°) Calculer la fonction dérivée  $f'$  et étudier son signe **1pt**
- 5) Dresser le tableau de variation de  $f$  **1pt**

#### **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 pts)**

Le village de BOUGOUDOUM est un village régulièrement inondé. En saison de pluie certains villageois sont obligés de quitter leur maison à la recherche des zones qui sont à l'abri de l'inondation. Le village est concentré autour de trois sites suivants : le site A qui est le lycée de NOULDAÏNA, le site B qui est le centre de Santé de BOUGOUDOUM et le site C qui est le LAMIDAT de BOUGOUDOUM. Dans cette zone de forte densité, les villageois manquent d'eau potable. On précise que  $AB = 400m, BC = 400m, AC = 400m$ . Un projet est donc mis sur pied pour créer deux retenus d'eaux aux points E et F, un forage au point M. Plusieurs contraintes ont été émises : le point M doit être placé à égale distance des sites A, B et C ;  $EA = EB$  et  $\vec{EA} \cdot \vec{EB} = 0$  ;  $\vec{FA} = 3\vec{FB} + 3\vec{FC}$

#### **Tâches :**

- 1) Construire le point M du forage. **1,5pt**
- 2) Construire les positions possibles du point E de retenue d'eau. **1,5pt**
- 3) Construire le point F de retenue d'eau. **1,5pt**

## COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE

### EPREUVE DE MATHEMATIQUES

#### Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES

(15,5points)

#### Exercice 1 :

5 points

I) 1) Soit  $(E) : 4x^2 + 2(\sqrt{2} - 5)x - 5\sqrt{2} = 0$

a) Montrer que  $(E)$  admet deux solutions distinctes.

(0,5pt)

b) Montrer que  $\frac{5}{2}$  est une solution de  $(E)$ , puis déduire sans résoudre l'équation l'autre solution.

(0,5pt)

1) On considère sur  $]-\pi; \pi]$  l'équation  $(E') : 2\cos 4x + 2(\sqrt{2} - 5)\cos 2x + 2 - 5\sqrt{2} = 0$

a) En posant  $X = \cos 2x$ , montrer que  $(E)$  et  $(E')$  sont équivalentes.

(0,5pt)

b) Résoudre  $(E')$ , puis placer ses solutions sur le cercle trigonométrique.

(1pt)

II) ABC est un triangle équilatéral de côté 5cm

1) a) construire le point G barycentre de  $(A ; 1)$  ;  $(B ; -1)$  et  $(C ; 1)$ .

(0,75pt)

b) Démontrer que ABCG est un parallélogramme.

(0,5pt)

2) Déterminer l'ensemble  $(F)$  des points M tels que  $\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

(0,5pt)

3) Soit I le milieu de  $[AC]$ , vérifier que I appartient à  $(F)$  puis construire  $(F)$

(0,75pt)

#### Exercice 2 :

4,5 points

On donne la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $u_n = 2^n + 1 + n$

1) On se propose de déterminer la somme  $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

a) Calculer les trois premiers termes de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(0,75pt)

b) Déterminer  $u_1 - u_0$ ,  $u_2 - u_1$ ,  $\frac{u_1}{u_0}$  et  $\frac{u_2}{u_1}$

(0,5pt)

c) En déduire que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  n'est ni géométrique ni arithmétique.

(0,25pt)

2) On pose  $w_n = 2^n$

a) Montrer que  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

(0,75pt)

b) En déduire en fonction de  $n$  la somme  $s'_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

(0,5pt)

3) On pose  $v_n = 1 + n$

a) Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.

(0,75pt)

b) En déduire en fonction de  $n$  la somme  $s''_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(0,5pt)

4) En déduire des deux questions précédentes la somme  $s_n$

(0,5pt)

**Exercice 3 :****6 points**

Soit  $f$  une fonction numérique définie par :  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$  et  $(C_f)$  sa représentation graphique dans un repère  $(O, I, J)$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ . (0,25pt)
- 2) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition, puis en déduire l'asymptote verticale à  $(C_f)$  (1pt)
- 3) Déterminer les nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$  (0,75pt)
- 4) En déduire que  $(C_f)$  admet une asymptote oblique  $(D)$  dont on déterminera son équation. (0,5pt)
- 5) Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  puis dresser le tableau de variation de  $f$  (1,25pt)
- 6) Tracer avec soin dans un repère  $(O, I, J)$  les asymptotes à  $(C_f)$  et la courbe  $(C_f)$  (1,5pt)
- 7) Utiliser la représentation graphique de  $f$  pour trouver selon les valeurs du nombre réel  $m$ , le nombre et le signe des solutions de l'équation :  $f(x) = m$ . (0,75pt)

**Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES****(4,5points)**

**Pallier de compétences :** Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la résolution des équations du second degré.

**Situation :** Madame Marie a placé dans une banque pendant deux ans la somme de 70 000 FCFA à un taux annuel de  $x\%$ , à intérêts composés (c'est-à-dire à la fin de chaque année, les intérêts produits s'ajoutent au capital pour former le nouveau capital). Au bout de deux années, elle retire 78 652 FCFA. Son mari monsieur Martial est tailleur. Il a acheté une certaine quantité de tissu au même prix le mètre pour un montant total de 336 000 FCFA. Il enlève 16 mètre de tissu pour lui-même et revend le reste à 700 FCFA de plus par mètre du prix d'achat. A la fin des ventes il recouvre entièrement son capital. Dans son petit commerce, la mère de Marie madame Jeannette a réalisé un bénéfice de 20 000 Fcfa au mois de janvier 2019. Le bénéfice d'un mois est obtenu en multipliant le bénéfice du mois précédent par 1,04. Elle aimerait à la fin du mois de décembre 2019 utiliser son bénéfice total pour refaire la toiture de sa maison dont le devis est de 300 000 Fcfa.

- 1) Déterminer si le bénéfice total de madame Jeannette lui permettra de refaire sa toiture. (1,5pt)
- 2) Déterminer le taux annuel  $x$  du placement de madame Marie. (1,5pt)
- 3) Déterminer le nombre de mètres de tissus achetés par monsieur Martial. (1,5pt)

## Epreuve de Mathématiques

Compétences évaluées : Trigonométrie, barycentres, fonctions.

### A- EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

#### EXERCICE 1 / 3 points

Soit  $x \in ]0 ; \frac{\pi}{2}[$  tel que  $\sin x = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ .

- Détermine  $\cos 2x$ . 0.5pt
- En déduis la valeur de  $x$ . 0.5pt
- Démontre que pour tout  $x \in ]0 ; \frac{\pi}{2}[$ ,  $\tan x \sin 2x = 1 - \cos 2x$ . 0.75pt
- En déduis la valeur de  $\tan \frac{\pi}{8}$  et  $\tan \frac{\pi}{12}$ . 0.5pt
- Résoudre dans  $]-\pi, \pi]$  de l'équation :  $2\cos^2 x - \cos x \geq 0$ . 0.75pt

#### EXERCICE 2 / 3 points

ABC est un triangle I, J et K sont 3 points tels que  $\vec{IB} = \frac{1}{2}\vec{CI}$ ,  $\vec{JA} = -\frac{2}{3}\vec{AC}$  et  $\vec{KB} = \frac{3}{4}\vec{AK}$ .

P et Q sont deux points tels  $PQ = 4cm$

- Ecris I comme barycentre des points B et C, puis K comme barycentre des points A et B et J comme barycentre des points A et C. 1.5pt
- On pose  $G = \text{bar}\{(A; 3), (B; 4), (K; 2)\}$ , montre que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourante en G. 0.75pt
- Détermine et construis l'ensemble des points N du plan tels que  $NP^2 - NQ^2 = -12$ . 0.75pt

#### EXERCICE 3 / 4,5 points

- Calculer les limites des fonctions suivante. (0.5pt+0.75pt)

a.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{6 - 2x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 3x + 1}}{-x + 3}$

- Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ ,  $f$  Est-elle prolongeable par continuité en 2 ? Si oui définir ce prolongement. 1pt
- Soit la fonction  $h$  définie par  $h(x) = |x^2 - 3x + 2|$  étudie la dérivabilité de  $h$  en 1 et déduis éventuellement les équations des tangentes ou demi-tangente. 1.5pt
- La fonction  $g : \mathbb{R} \setminus \{5\} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $g(x) = \frac{2x-1}{5-x}$  est -elle bijective ? si non que faut-il pour qu'elle soit bijective et dans ce cas définie sa bijection réciproque  $g^{-1}$ . 1pt

#### EXERCICE 4 / 5 points

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 1}$ . Le plan est muni du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  $(D)$  est la droite d'équation  $y = -x + 3$ ,  $\Omega(-1; 4)$ .  $(C_f)$  désigne la courbe de  $f$ .

- Donner les limites aux bornes de l'ensemble de définition de  $f$ . 1pt

2. Justifier que  $(C_f)$  admet une asymptote verticale dont on donnera une équation cartésienne. 0,25pt
3. Montrer que  $(D)$  est asymptote oblique à  $(C_f)$ . 0,5pt
4. Etudier les positions relatives de  $(C_f)$  et  $(D)$ . 0,5pt
5. Montrer que  $\Omega$  est centre de symétrie à  $(C_f)$ . 0,5pt
6. Montrer que  $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{(x+3)(-x+1)}{(x+1)^2}$  puis étudier le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation. 1,25pt
7. Trace  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le même repère ou  $g$  est telle que  $g(x) = |f(x)|$ . 1pt

### B- EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points

*(Résoudre une situation de vie à l'aide du langage mathématiques où interviennent la résolution des équations, la ligne de niveau, le maximum d'une fonction)*

**Situation :** BOUBA a un objet d'art ayant la forme d'un triangle rectangle ABC (voir figure) de périmètre 2m, il aimerait déterminer la longueur AC pour que l'aire de cet objet soit maximale. Pour être en sécurité, il aimerait clôturer sa concession avec du grillage, le technicien lui dit que la longueur du fil à acheter est le périmètre en mètres de l'ensemble des points M du plan tels que  $MA^2 + MB^2 = 1200$ , avec  $AB=10m$  et que sur le marché on vend  $n$  mètres de fils à 7650FCFA où  $n$  est la solution strictement positive de l'équation  $4 + \sqrt{n-2} = n$ . Sa femme a fait le marché pendant 3 jours de la semaine comme suit :

Lundi : elle a acheté 3kg de poissons, 2kg de viande, 1kg de riz à 10000F

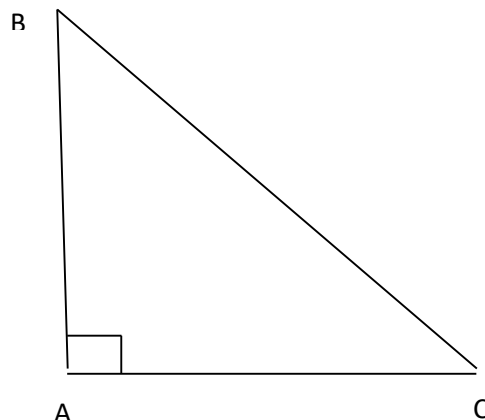
Mercredi : elle a acheté 1kg de poissons, 3kg de viande, 2kg de riz à 10000F

Jeudi : elle a acheté 4kg de poissons, 2kg de viande, 3kg de riz à 12500F.

**Tache 1 :** Détermine la somme que sa femme va dépenser s'il va au marché samedi pour acheter au même prix 3kg de poissons, 1kg de viande, 1,5kg de riz 1.5pt

**Tache 2 :** Aide BOUBA à déterminer la longueur AC de cet objet d'art. 1.5pt

**Tache 3 :** Quelle somme va-t-il dépenser pour clôturer sa concession ? 1.5pt



COMPOSITION DE FIN DU 2<sup>ème</sup> TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

EXERCICE 1 : 4 points

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$ . 1pt
- Déterminer deux nombres réels  $r$  et  $\varphi$  tels que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ , on ait :  
 $\sqrt{3} \cos x + \sin x = r \cos(x - \varphi)$ . 0,5pt
- (a) Utiliser les résultats des questions 1 et 2 pour résoudre dans l'intervalle  $[0; 2\pi[$ ,  
l'équation  $(E) : (2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3)(\sqrt{3} \cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$ . 1,75pt  
(b) Représenter les images des solutions de  $(E)$  sur un cercle trigonométrique. 0,75pt

EXERCICE 2 : 5 points

On considère la fonction numérique définie pour tout réel  $x \neq -1$  par  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ . On note  $(C_f)$  dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative de  $f$ .

- Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. 1pt
- Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \neq -1$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ . 0,5pt
- Montrer que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = x - 1$  est une asymptote à  $(C_f)$ ; puis déterminer une équation de l'autre asymptote. 0,75pt
- Montrer que le point  $\Omega(-1; -2)$  est centre de symétrie de  $(C_f)$ . 0,75pt
- (a) Montrer que pour tout  $x \neq -1$ , on a :  $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ . 0,5pt  
(b) En déduire le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation. 0,75pt
- Construire la courbe  $(C_f)$  ainsi que ses asymptotes. 0,75pt

EXERCICE 3 : 3,5 points

- Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan tels que  $AB = 5$ . On désigne par  $I$  le milieu de  $[AB]$ .  
(a) Déterminer l'ensemble  $\mathcal{E}$  des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 + MB^2 = 25$ . 1pt  
(b) Déterminer l'ensemble  $\mathcal{D}$  des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 - MB^2 = 0$ . 0,75pt
- Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(-2; 3)$  et  $B(4; -1)$ . On note  $I$  le point tel que  $B$  soit le symétrique de  $A$  par rapport  $I$ .  
(a) Déterminer les coordonnées du point  $I$ . 0,5pt  
(b) Montrer que pour tout point  $M$  du plan,  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$ . 0,5pt  
(c) Déterminer l'ensemble  $\mathcal{L}$  des points  $M$  du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -9$ . 0,75pt

## EXERCICE 4 : 3 points

Lors des compositions de fin du 1<sup>er</sup> trimestre, on constate que 25 élèves ont eu au moins 10/20 en **Maths**, 35 en **Physique** et 45 dans **l'une ou l'autre** des deux matières. On désigne par  $x$ ,  $y$  et  $z$  le nombre d'élèves qui ont respectivement eu au moins 10/20 en Maths exclusivement, en Physique exclusivement et dans les deux matières.

1. (a) Justifier que  $x$ ,  $y$  et  $z$  vérifient le système  $(S)$  : 
$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + z = 25 \\ y + z = 35 \end{cases} \quad \mathbf{0,75pt}$$

(b) En déduire les valeurs de  $x$ ,  $y$  et  $z$ . **0,75pt**

2. Cinq élèves de cette classe dont 2 filles sont candidats à l'élection d'un bureau constitué d'un chef, de son adjoint et d'un délégué. **On admet qu'il n'y a pas de cumul de poste.**

(a) Combien peut-on avoir de bureaux ayant une seule fille ? **0,75pt**

(b) Combien peut-on avoir de bureaux ayant un homme comme délégué ? **0,75pt**

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

**Compétence visée : Lecture, écriture, interaction verbale et interprétation des données comportant des chiffres.**

### SITUATION :

Trois usines **A**, **B** et **C** fabriquent des machines agricoles. L'usine **A** peut produire en un mois entre 0 et 40 machines ; L'usine **B** peut produire en un mois entre 0 et 50 machines ; L'usine **C** quant à elle peut produire en un mois entre 40 et 160 machines agricoles. On a modélisé le bénéfice de chaque usine **A**, **B** et **C**, exprimé en milliers de francs, par les fonctions respectives  $f$ ,  $g$  et  $h$ .

- ✓ Le bénéfice réalisé par l'usine **A**, exprimé en milliers de francs, est modélisé par la fonction  $f$  définie pour tout nombre réel  $x \in [0; 40]$  par  $f(x) = -30x^2 + 1200x + 4000$  ;
- ✓ Le bénéfice réalisé par l'usine **B**, exprimé en milliers de francs, est modélisé par la fonction  $g$  définie pour tout nombre réel  $x \in [0; 50]$  par  $g(x) = x^3 - 96x^2 + 2484x - 10000$  ;
- ✓ Le bénéfice réalisé par l'usine **C**, exprimé en milliers de francs, est modélisé par la fonction  $h$  définie pour tout nombre réel  $x \in [40; 160]$  par  $h(x) = -x + 2000 - \frac{6400}{x}$ .

### Tâches :

1. Calculer le bénéfice maximal de l'usine **A**. **1,5pt**
2. Calculer le bénéfice maximal de l'usine **B**. **1,5pt**
3. Calculer le bénéfice maximal de l'usine **C**. **1,5pt**



DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	Classes : PD <sub>1</sub> & PD <sub>2</sub>	Evaluation harmonisée de fin du deuxième trimestre	Février 2020	Coeff : 2	durée : 2 h 00 min
---------------------------------	--	---	-----------------	--------------	-----------------------

**Examineur : M. TALBERT & M SIMO**

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

*L'épreuve comporte deux parties A et B réparties sur deux pages numérotées de 1 à 2. L'élève devra traiter chacun des exercices de chaque partie. La qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat*

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)**

**Exercice 1 (2,5pts)**

Soit l'équation (E) :  $(m+2)x^2 + 2mx + m - 3 = 0$  où  $x$  est l'inconnue et  $m$  un paramètre réel.

- 1) Déterminer la valeur de  $m$  pour que l'équation (E) soit du 1<sup>er</sup> degré. (0,25pt)
- 2) Pour quelle valeur du paramètre  $m$  l'équation (E) est-elle du second degré ? (0,25pt)
- 3) Déterminer les valeurs de  $m$  pour que l'équation (E) admette deux racines distinctes. (0,75pt)
- 4) Déterminer la valeur de  $m$  pour que l'équation (E) admette 2 comme solution (0,25pt)
- 5) On suppose  $m \neq -2$ .
  - a) Déterminer en fonction de  $m$  le produit P et la somme S des solutions de (E) (0,5pt)
  - b) Détermine  $m$  pour que l'équation (E) admette deux solutions  $x'$  et  $x''$  vérifiant l'égalité :  
 $(x' + x'') = 2x'x''$  (0,5pt)

**Exercice 2 (3,75pts)**

BAC est un triangle équilatéral de côté 4 cm et E un point du plan tel

que  $3\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

- 1) Démontrer que E est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on déterminera. (0,5pt)
- 2)a) Soit F le milieu du segment [AC], démontrer que E est le barycentre des points B et F affectés des coefficients que l'on déterminera. (0,5pt)
- b) En déduire que E appartient à la médiatrice du segment [AC]. (0,25pt)
- 3) a) Ecrire le vecteur  $\overrightarrow{BE}$  en fonction de  $\overrightarrow{BF}$ , puis  $\overrightarrow{FE}$  en fonction de  $\overrightarrow{FB}$ . (0,5pt)
- b) Calculer  $BF^2$ ,  $FE^2$ ,  $EB^2$  et  $AE^2$ . (1pt)
- 4) Déterminer l'ensemble ( $\Gamma$ ) des points M du plan tel que :  $2\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 = 16$  (1pt)

**Exercice 3 (2,75pts)**

- 1) Résoudre graphiquement sur un cercle l'inéquation trigonométrique suivante :

$$\sqrt{2} \cos x - 1 < 0 \text{ dans } ]-\pi; \pi] \quad (0,75pt)$$

- 2) On considère  $P(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x$



- a) Déterminer deux réels  $a$  et  $\beta$  tels que :  $P(x) = \beta \cos(x - \alpha)$  (0,5pt)
- b) Résoudre dans  $]0; 2\pi]$  l'équation  $P(x) = 1$  (1pt)
- c) En déduire dans  $]0; 2\pi]$  les solutions de l'inéquation  $P(x) < 1$  (0,5pt)

**Exercice 4 : (4pts)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ ,

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  et  $(C_g)$  sa courbe représentative.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition  $D_g$  de  $g$  (0,25pt)
- 2) a) Déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$  tels que :  $g(x) = \frac{a}{x-1} + b$  (0,5pt)
- b) Ecrire  $g(x)$  comme composée de fonctions élémentaires (1pt)
- 3) Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = \frac{3}{x}$  de courbe représentative  $(C_h)$
- a) Ecrire  $g(x)$  en fonction de l'expression de  $h(x)$ , puis en déduire que  $(C_g)$  est l'image de  $(C_h)$  par une transformation à déterminer. (0,5pt)
- b) compléter le tableau ci-dessous (0,5pt)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$				/			

- c) Construire dans un même repère au crayon  $(C_h)$  et déduire en bleu celle de  $(C_g)$ . (1,25pt)

**Exercice 5 : (2,5pts)**

On considère les fonctions numériques  $d$ ,  $h$  et  $p$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$d(x) = \frac{2}{x-3} ; h(x) = \frac{2x-1}{x+2} ; p(x) = \frac{x-1}{x}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions  $d$ ,  $h$  et  $p$ . (0,25pt×3)
- 2) En déduire les domaines de définition des fonctions  $hop$  et  $d + h$  (0,5pt+0,25pt)
- 3) calculer les réels  $hop(x)$  et  $(d + h)(x)$  (0,5pt×2)

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5pts)**

Pour alimenter sa maison en eau courante, Monsieur Kamga a construit un château d'eau ayant la forme d'un parallépipède rectangle ou pavé droit de hauteur  $h=1\text{m}$ , de longueur  $L$  et de largeur  $l$ . La base de ce château a un périmètre égal à  $4\text{ m}$  et une aire égale à  $0,96\text{ m}^2$ . Une fois le château d'eau rempli, Madame Kamga utilise  $120$  litres d'eau par jour.

Madame Kamga couturière à Bafoussam a payé un rouleau de tissu à  $14\ 400\text{FCFA}$ . Elle conserve  $4\text{m}$  de ce rouleau et revend le reste à  $16\ 800\text{FCFA}$ , puis réalise un bénéfice de  $150\text{CFA}$  par mètre de tissu vendu.

- 1) Déterminer la longueur du rouleau de tissu et le prix d'achat d'un mètre de tissu. (1,5pt)
- 2) A Partir d'une mise en système d'équations, justifier que  $L=1,2\text{m}$  et  $l=0,8\text{m}$ . (1,5pt)
- 3) Déterminer le nombre de jours au bout du quel, le château d'eau sera complètement vidé. (1,5pt)

## Epreuve de mathématiques

L'épreuve comporte deux parties : Une évaluation des ressources à quatre exercices et une évaluation des compétences.

Le candidat devra justifier toutes ses affirmations. Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et la clarté de la copie.

### Partie A : Évaluation des ressources (15,5 points)

#### Exercice 1 : (3 points)

- Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  par la méthode du pivot de Gauss le système (S) : 
$$\begin{cases} x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \\ 6x + 3y + 4z = 340 \end{cases} \quad (1,5 \text{ pt})$$
- Un groupe d'amis organise une partie de chasse aux buffles, autruches et oies. A leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Sachant que le transporteur a perçu une somme de 170000F à raison de 3000F par buffle, 1500F par autruche et 2000F par oie, déterminer le nombre de buffles, d'autruches et d'oies tués à la chasse. (1,5 pt)

#### Exercice 2 : (2,5 points)

$ABC$  est un triangle tel que  $AB = 10 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$  et  $AC = 12 \text{ cm}$ .  $G$  est le point tel que  $\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$ .

- Montrer que  $G$  est le barycentre des points pondérés  $(A, 1)$ ,  $(B, 2)$  et  $(C, 1)$ . (0,25 pt)
- Faire une figure et construire le point  $G$ . (0,5 pt)
- Soit  $(C)$  l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$ .
  - Démontrer que  $B \in (C)$ . (0,5 pt)
  - Démontrer que le vecteur  $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$  est indépendant du point  $M$ . (0,5 pt)
  - Déterminer et construire l'ensemble  $(C)$ . (0,75 pt)

#### Exercice 3 : (3 points)

Soit le polynôme  $P(x) = -4x^2 + (2\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3}$ .

- Calculer  $(2\sqrt{3} + 2)^2$ . (0,25 pt)
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ . (0,75 pt)
- En déduire les solutions dans  $[0, 2\pi]$  de l'équation trigonométrique :
$$-4\cos^2 x + (2\sqrt{3} - 2)\cos x + \sqrt{3} = 0 \quad (1,25 \text{ pt})$$
- Déterminer et représenter graphiquement, sur le cercle trigonométrique, l'ensemble des solutions dans  $[0, 2\pi]$  de l'inéquation :  $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ . (0,75 pt)

### Exercice 4 : (7 points)

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $IR$  par :  $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$  et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ . (0,25 pt)  
b) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. (1 pt)
- 2) a) Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  et en déduire le sens de variations de  $f$ . (1,25 pt)  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ . (0,75 pt)
- 3) Montrer que  $(x) = -x - 1 + \frac{1}{-x+1}$ . (0,5 pt)
- 4) Démontrer que le point  $\Omega(1; -2)$  est un centre de symétrie de la courbe (C). (0,75 pt)
- 5) Justifier que la droite  $(\Delta): y = -x - 1$  est asymptote oblique à (C). (0,5 pt)
- 6) a) Tracer la courbe (C) ainsi que toutes ses asymptotes. (1,5 pt)  
b) En déduire le tracé de la courbe  $(C_g)$  de la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = |f(x)|$ . (0,5 pt)

### Partie B : Evaluation des compétences (4,5 points)

(Le but de cette partie est de déployer un raisonnement logique en utilisant l'arithmétique sur les systèmes de numération de base  $b$ , afin de résoudre un problème concret de vie)

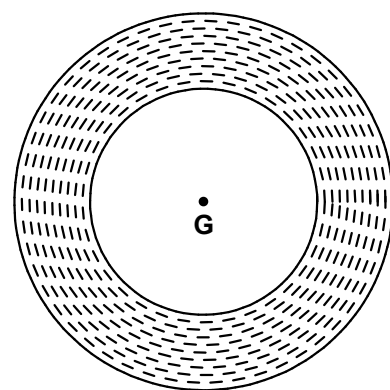
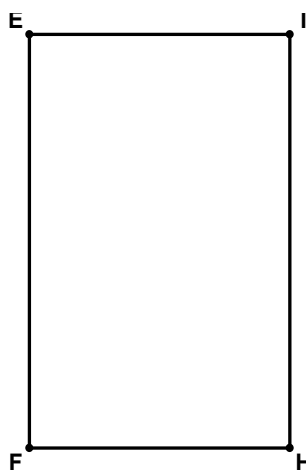
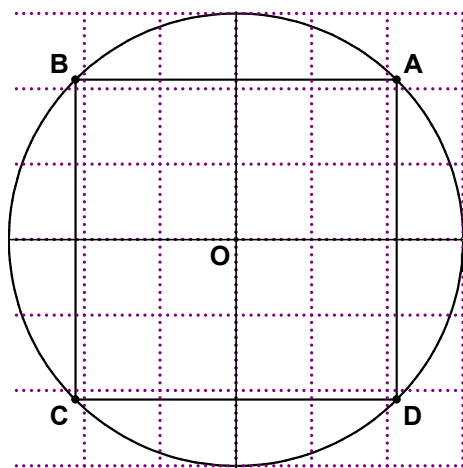
Le Conseil d'établissement du Lycée bilingue de Nyalla voudrait aménager son site, situé à l'extérieur du Lycée en y construisant un stade de volley-ball, un stade de hand-ball et une piste d'athlétisme.

Dans son cahier de charge, le stade de hand-ball a la forme d'un carré ABCD dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométriques, des solutions sur  $]-\pi; \pi[$  de l'équation  $A(x) = 0$  où  $A(x) = 2\cos^2(x) - 1$  (on prendra 1 unité  $\rightarrow$  100m).

Le stade de volley-ball est représenté par le rectangle EFHI de périmètre 240m dont la mesure d'une diagonale est de 100m (FI=100m).

S'agissant en fin de la piste d'athlétisme, il est délimité par deux disques de centre G et représentés dans le plan par l'ensemble des points M tels que  $8 \leq \|\overrightarrow{MP} - 5\overrightarrow{MQ} + 2\overrightarrow{MR}\| \leq 12$  avec  $G = \text{bar}\{(P, 1); (Q, -5); (R, 2)\}$  (on prendra 1 unité  $\rightarrow$  10m).

Ce conseil aimerait recouvrir la surface des deux stades et celle de la piste d'athlétisme avec du gazon synthétique qui coûte 6000 Fcfa le  $m^2$ .



**Tâches 1 :** Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement du lycée de Nyalla pour recouvrir le stade de Hand-ball de gazon. (1,5 pt)

**Tâches 2 :** Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement du lycée de Nyalla pour recouvrir le stade de Volley-ball de gazon. (1,5 pt)

**Tâches 3 :** Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement du lycée de Nyalla pour recouvrir la piste d'athlétisme de gazon. (1,5 pt)

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**Compétences évaluées** : Résoudre des situations de vie où interviennent les équations et système d'équations; la trigonométrie ; les barycentres ; l'arithmétique ; le dénombrement ; fonctions, limites, continuité, la dérivée et son application (problème d'optimisation.

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)**

**EXERCICE 1:/                      3 points**

Une urne contient sept jetons portant les numéros :1; 2; 3; 4;  $-1$  et  $-3$ . Un joueur tire deux jetons successivement avec remise dans cette urne. On désigne par  $x$  le numéro porté par le premier jeton et par  $y$ , celui porté par le deuxième jeton. A et B sont deux points fixes et distincts d'un plan  $(P)$ . Déterminer le nombre de couples  $(x, y)$  pour lesquels :

- 1) Les points pondérés  $(A, x)$  et  $(B, y)$  admettent un barycentre. **1pt**
- 2) Le vecteur  $x\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{BM}$  est constant quel que soit le point  $M$  du plan  $(P)$ . **1pt**
- 3) Le joueur tire cette fois-ci deux jetons de l'urne sans remise. Combien y'a-t-il de tirages possibles ? **0,5pt**
- 4) Combien y'a-t-il de tirages possibles si le joueur tire deux jetons simultanément ? **0,5pt**

**EXERCICE 2:/                      5, 5 points**

1) (a) calculer  $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2$ . **0,25pt**

(b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$ , le système suivant :  $\begin{cases} a + b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ ab = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ . **1pt**

(c) En déduire dans  $]0; \frac{\pi}{2}[ \times ]0; \frac{\pi}{2}[$ , les solutions du systèmes d'inconnues  $(x; y)$

suisant :  $\begin{cases} 2\sin x + 2\cos x = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \sin x \times \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$  **1,25pt**

2) Soit  $f$  la fonction définie de l'intervalle  $[0; 6]$  vers  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 9$ .

- (a) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
- (b) Etudier la dérivabilité de  $f$  en 1. **0,5pt**
- (c) Montrer que  $g$  garde un signe constant sur  $[0; 6]$  et en déduire le signe de  $g(x)$ . **0,75pt**
- (d) Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation. **1,25pt**

**EXERCICE 3:/                      4 points**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ,  $(C_h)$  est la représentation graphique d'une fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par :  $h(x) = \frac{3x-10}{x-4}$ ;  $(H)$  est l'hyperbole d'équation :  $y = \frac{2}{x}$ .

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $h$  sous forme de réunion d'intervalles. **0,5pt**
- 2) Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x \neq 4$ ,  $h(x) = a + \frac{b}{x-4}$ . **0,5pt**

- 3) Donner le programme de construction de la courbe  $(C_h)$  à partir de  $(H)$ . **0,5pt**  
 4) Construire  $(C_h)$  et  $(H)$  dans le même repère (**on construira  $(C_h)$  en interrompu**). **1pt**  
 5) (a) Démontrer que la restriction  $f$  de  $h$  à  $]4; +\infty[$  est une bijection de  $]4; +\infty[$  vers  $]3; +\infty[$ .  
 (b) Définir la bijection réciproque de  $f$  (on la notera  $f^{-1}$ ). **0,75pt**

**EXERCICE 4:/ 3 points**

- 1) Déterminer tous les entiers naturels compris entre 0 et 100 dont le reste dans la division euclidienne par 12 est 3. **0,75pt**  
 2) Déterminer le nombre entier naturel  $x$  tel que  $\overline{53}^x + \overline{46}^x = \overline{132}^x$ . **1pt**  
 3) Soit  $N = \overline{(1010111)}_2$ . Montrer que le reste de la division euclidienne de  $N$  par  $2^3$  est égal à  $\overline{111}^2$ . **0,75pt**  
 4) Calculer  $\overline{213}^5 \times \overline{41}^5$ . **0,5pt**

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)**

**Compétences visées:** résoudre les situations de vie où interviennent les équations trigonométriques ; les problèmes d'optimisation ; le dénombrement et les équations du second degré.

Un camion ravitaille en matières premières une entreprise en empruntant toujours le même trajet qui mesure aller-retour 150 Km. Le prix d'un litre de gasoil est de 350 FCFA. Le chauffeur du camion M.BOUBA est payé 6200 FCFA par heure. La consommation  $C$  du camion, exprimée en litre de gasoil par heure, est une fonction de la vitesse moyenne  $v$  du camion donnée par  $C(v) = \frac{1}{100}v^2 + 6$ ,  $v$  étant exprimée en Km/h. Lors d'une réunion de famille, M.BOUBA voudrait constituer un bureau formé d'un censeur, et d'un rapporteur de la réunion. Il a 9 enfants et tous veulent postuler à ces postes. On admet qu'il n'y a pas cumul de poste et on suppose que  $n$  des 9 candidats sont des filles ( $n$  étant un entier naturel inférieur à 5). L'ainé de la famille de M.BOUBA est un électricien auto. Un client lui confie une batterie complètement déchargée. Cette batterie est chargée à 12 volts et la relation entre la charge et le temps  $t$  en seconde est donnée par  $u(t) = 12\sqrt{2} \sin t$ .

- 1) A quel temps de l'intervalle  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  le client trouvera-t-il satisfaction ? **1,5pt**  
 2) On définit par  $p(n)$  le nombre de bureau ayant exactement une fille. Combien des filles M.BOUBA possède-t-il si  $p(n) = 40$  ? **1,5pt**  
 3) Déterminer le coût de revient d'un trajet en fonction de  $v$  et la vitesse moyenne  $v$  pour que ce coût soit minimum. **1,5pt**

**Examineur :** HAMADOU GAGA

Good work!!!

**Albert Einstein :** « L'enseignement devrait être ainsi : celui qui le reçoit le recueille comme un don inestimable mais jamais comme une contrainte pénible. »

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES FIN JANVIER 2020**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /15,5points**

**EXERCICE 1 : 3,5pts**

1. En utilisant le pivot de Gauss, déterminer le triplet (x, y ; z) de réels solution du système

$$\text{linéaire : } \begin{cases} x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \\ 6x + 3y + 4z = 340 \end{cases}$$

**1,5pt**

2. Deux hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux buffles, aux autruches, et aux oies, a leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit une somme de 170 000FCFA à raison de 3000FCFA par buffle, 1500FCFA par Autruche et 2000FCFA par oie. Déterminer le nombre de buffle, d'autruche et d'oie. **1pt**

3. On considère le polynôme P défini par  $P(x) = x^3 - 8x^2 - 16x + 128$ . Déterminer deux réels a et b tels que :  $P(x) = (x^2 - 16)(ax + b)$ , puis en déduire l'ensemble solution de l'équation  $P(x)=0$  dans  $\mathbb{R}$  **1pt**

**EXERCICE 2 : 3,5pts**

1. a) Montrez que  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$  **0,25pt**

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$  **0,75pt**

c) Déduire l'ensemble solution de l'inéquation  $2x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \frac{\sqrt{6}}{2} \leq 0$  **0,5pt**

2. Soit l'équation (E) :  $-2(\cos x)^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2 = 0$

a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) puis placer les images de ces solutions sur le cercle trigonométrique. Unité 4 cm **1pt**

b) En déduire dans  $]-\pi; \pi]$  la résolution de l'inéquation  $-2(\cos x)^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \frac{\sqrt{6}}{2} + 2 \leq 0$  **1pt**

**EXERCICE 3 : 8,5pts**

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{(x-1)(x-3)} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{(x-1)(x-3)} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{(x-2)} \quad \mathbf{1 + 1 + 0,5 = 2,5pts}$$

2. Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-3x+2} \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \quad h(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x} \quad \mathbf{0,5 \times 3 = 1,5pt}$$

3. On considère les fonctions f et g suivantes :  $f(x) = 3x - 5$  et  $g(x) = \frac{x-5}{3}$

a) Déterminer  $f \circ g(x)$  et  $g \circ f(x)$  **0,5 \times 1 = 1pt**

b) Trouver le domaine de définition de  $f \circ g(x)$  et  $g \circ f(x)$  **0,25 \times 2 = 0,5pt**

4. On considère la fonction f définie de  $[2; +\infty[$  vers  $[1; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$

a) Démontrer que la fonction f est bijective **1pt**

b) Expliciter sa bijection réciproque  $f^{-1}$  **0,5pt**

c) Comment peut-on obtenir la courbe  $C_{f^{-1}}$  à partir de la courbe de Cf ? **0,5pt**

5. Ecrire la fonction  $f(x) = \frac{1x^2-x-11}{x^2}$  sans symbole valeur absolue **1pt**

**PARTIE A : EVALUATION DES COMPETENCES /4,5points**

**Compétence visée :** Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les barycentres pour déterminer des positions géométriques.

Afin d'alimenter deux villages A et B distants de 100m en eau potable, les élites du village font appel à trois ingénieurs.

- L'ingénieur 1 demande de construire des forages en des points M tels que  $MA^2 + MB^2 = 10000$

- L'ingénieur 2 demande de les construire en des points P tels que  $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = -900$

- l'ingénieur 3 demande de les construire en des points N tels que  $\frac{NA}{NB} = 50$

**Tache 1 :** Déterminer l'ensemble des positions occupées par les forages en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 1 [1,5pt]

**Tache 2 :** Où va-t-on construire les puits de forages si on tient compte de la conception de l'ingénieur 2? [1,5pt]

**Tache 3 :** Pour l'ingénieur 3 où doit-on positionner les puits de forages ? [1,5pt]

**M. SIBAFO Télèspore**



Trimestre : 2 A/S : 2019-2020	Discipline	Examineur	Classe	Date : FEV 2019	Durée 3H
Evaluation No:2	Mathématiques	M. NCHARE A	Première D	Coefficient : 4	

Intitulé de la compétence visée : *Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique, communiqué à l'aide du langage mathématique en faisant appel : a) aux barycentre b) équations c) système d'équations*

I- Appréciation du niveau de la compétence

Non Acquis (NA)	En Cours d'Acquisition (ECA)	Acquis (A)

II- Note finale : ..... / 20pts

III- Visa du parent ou du tuteur

Noms : ..... Date : ..... Signature : .....

IV- Observations (du parent ou du tuteur).....

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 Points)

#### Exercice 1 : (3,5 POINTS)

$(U_n)$  est une suite géométrique strictement décroissante et de premier terme  $U_1$ . les termes  $U_3$  et  $U_4$  sont les racines du polynôme  $P(x) = x^2 - 14x + 48$ .

1. a) Déterminer  $U_3$  et  $U_4$ . (1pt)

b) Déterminer la raison  $q$  de cette suite puis calculer  $U_2$  et  $U_3$  (0,75pt)

2. En déduire que  $(U_n)$  est une suite est convergente de terme général (0.75pt)

$$U_n = \frac{128}{9} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

3. Calculer  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$  (1pt)

#### Exercice 2 ( 6 POINTS)

I. Dans le plan orienté, en considère le carré ABCD et de centre O de sens direct tel que  $AB = a$

1. Montrer que pour tout point M du plan on a : (1pt)

$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4OM^2 + m$ . où  $m$  est un réel que l'on déterminera en fonction de  $a$ .

2. Soit  $(\Gamma)$  l'ensemble des points M du plan tel que : (1pt)

$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = k$ , où  $k$  est un réel. Déterminer suivant les valeurs du réel  $k$  la nature de  $(\Gamma)$ .

3. Pour quelle valeur de  $k$   $(\Gamma)$  est le cercle circonscrit au carré ABCD ? (0,75pt)



4. a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de  $(\Gamma)$  (0,75pt)  
pour  $a = 4\sqrt{2}$  et  $k = 24$

II.

1. Démontrer que  $\cos(3x) + \sin(3x) = \sqrt{2}\cos(3x - \frac{\pi}{4})$  (0,75pt)
2. Résoudre dans  $[0; 2\pi[$  l'équation  $\cos(3x) + \sin(3x) = 1$  (1pt)
3. Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométrique (0,75pt)

**Exercice 3 ( 6 POINTS)**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x}{1-x}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ . (0.5pt)
2. Déterminer les limites aux bornes de  $D_f$ . (1pt)
3. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$ , puis en déduire le sens de variation de  $f$ . (1pt)
4. Dresser le tableau de variation de  $f$ . (0.5pt)
5. Montrer que le point  $A(1; -1)$  est centre de symétrie à la courbe  $C_f$ . (1pt)
6. Construire la courbe  $C_f$  de  $f$  et la droite  $(d): y = x$  (1pt)
7. Soit  $m \in \mathbb{R}$ , discuter suivant les valeurs de  $m$  le nombre et le signe des solutions de l'équation  $(E): mx + x = m$ . (1pt)

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 Points)**

**SITUATION :**

Des amis entrent dans un restaurant situé dans un jardin public de la ville de Yaoundé. Passent la même commande pour le même prix. Au moment de régler la facture qui s'élevait à 21.000 frs CFA, l'un constate la disparition de son portefeuille et les autres sont obligés de payer 500F de plus chacun.

Pour renforcer la sécurité dans ce jardin ayant la forme d'un triangle rectangle, d'aire  $2400 m^2$  et dont l'hypoténuse mesure  $100 m$ , les autorités de la municipalité décident de :

1. Entourer le jardin par une rangée de fils de fer électriques dont le mètre coûte **2.500Fr CFA**.
2. Placer aux abords du jardin trois lampadaires pour éclairer les trois allées du jardin commandées par un unique point d'allumage placé à l'intersection des trois allées. L'ingénieur en charge des travaux propose en maquette un triangle rectangle  $ABC$  avec des points  $I, J, K$ , tels que  $\vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AB}$  ;  $\vec{CJ} = \frac{1}{2}\vec{CB}$  et  $\vec{CK} = \frac{1}{3}\vec{CA}$ . Ou  $I, J, K$  représentent les lampadaires, les droites  $(AJ)$ ,  $(BK)$  et  $(CI)$  les allées et  $G$  le point d'allumage.

**TACHES :**

- Tache 1 :** Déterminer le nombre d'amis et le prix du repas consommé (1.5pt)  
**Tache 2 :** Dire en justifiant si la consigne de la municipalité est respectée (1.5pt)  
**Tache 3 :** Combien dépensera la municipalité pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer le jardin (1.5pt)

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB: Clarté, lisibilité et précision seront prises en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 points

**EXERCICE 1 :** 03,75 points

- A. LKM est un triangle équilatéral de côté 4cm. I le milieu de [LK], On pose  $f(M) = ML^2 + MK^2$  et  $g(M) = ML^2 - MK^2$ .
1. a. Montrer que  $f(M) = 2MI^2 + 8$ . 0,5pt
  - b. Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant l'égalité  $f(M) = 12$ . 0,5pt
  - c. Justifier que le point L n'appartient pas à (E). 0,25pt
  2. a. Montrer que  $g(M) = 2\vec{IM} \cdot \vec{LK}$ . 0,5pt
  - b. Soit (F) l'ensemble des points M vérifiant l'égalité  $g(M) = 10$ . Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (F). 0,5pt
- B. On considère l'expression :  $A(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$ .
1. Montrer que  $A(x) = -\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$ . 0,5pt
  2. Déterminer les réels  $p$  et  $q$  tels que :  $A(x) = p \cos(2x + q)$ . 0,5pt
  3. Résoudre dans l'intervalle  $] -\pi; \pi]$  l'équation  $A(x) = 1$ . 0,5pt

**EXERCICE 2 :** 06,75 points

1. Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels. On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + 2}$ . Déterminer  $a$  et  $b$  pour que la représentation graphique de  $f$  passe par  $A(0; \frac{5}{2})$  et admet en ce point une tangente d'équation  $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ . 0,75pt
2. Dans la suite, on suppose  $a = 4$  et  $b = 5$ . On note  $(Cf)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .
  - a. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  et calculer les limites aux bornes de  $Df$ . 0,75pt
  - b. Déterminer les réels  $c, d$  et  $e$  tels que  $f(x) = cx + d + \frac{e}{x+2}$ . 0,5pt
  - c. Déterminer les équations cartésiennes des deux asymptotes de la courbe  $(Cf)$ . 0,5pt
  - d. Montrer que le point  $K(-2, 0)$  est centre de symétrie de  $(Cf)$ . 0,5pt
  - e. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$ , déduire le sens de variations de  $f$  et dresser le tableau de variations de  $f$ . 1pt
  - f. Déterminer les coordonnées du point de rencontre de  $(Cf)$  avec les différents axes. 0,5pt
  - g. Ecrire une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(Cf)$  au point d'abscisse  $x_0 = 0$ . 0,5pt
  - h. Existence-ils des points de  $(Cf)$  où la tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = x$ ? 0,5pt
  - i. Tracer dans le même repère orthonormé, la tangente  $(T)$ , la courbe  $(Cf)$  et ses asymptotes.
  - j. Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions de l'équation  $f(x) = 5$ . 0,25pt

**EXERCICE 3** 05 points

- A. Soit la suite numérique  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = 6$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ , pour tout entier naturel  $n$ . Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite  $(D): y = \frac{1}{2}x + 1$  avec la première bissectrice. 0,25pt
  2. Représenter sur l'axe des abscisses du repère les quatre premiers termes de la suite sans les calculer. 1pt
  3. Conjecturer le sens de variation de la suite  $(u_n)$ . 0,25pt
  4. On considère la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n - 2$ .
    - a. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$ . 0,5pt
    - b. Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ . 0,5pt
    - c. Calculer  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  et  $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ . 1pt
- B. Déterminer le nombre de mots (ayant un sens ou non) qu'on peut former avec 8 lettres de l'alphabet français dans chacun des cas suivants.
1. Les 8 lettres sont 2 à 2 distinctes. 0,5pt
  2. Les 8 lettres sont 2 à 2 distinctes et le mot contient exactement 2 voyelles. 0,5pt
  3. Le nom de 8 lettres contient au plus 2 voyelles. 0,5pt

## PARTIE B

## EVALUATION DES COMPETENCES

04,5 points

Trois amis, KENGNE, TAKAM et FOTSO ont des projets d'acheter chacun un véhicule qui coûte 2 000 000 FCFA. Au 1<sup>er</sup> Janvier 2000, chacun d'eux possède 1 000 000 FCFA qu'ils souhaitent placer dans des banques pour générer des intérêts.

**1<sup>er</sup> placement :** Un placement à intérêts simples. Chaque année, seul le capital initial produit des intérêts.

**2<sup>ème</sup> placement :** Un placement à intérêts composés. A l'issue de chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et produisent à leur tour des intérêts de l'année suivante.

**3<sup>ème</sup> placement :** Un placement spécial dont le capital  $P(n)$  à l'année  $n$  est solution de l'équation

$$P(n) = n^2 + 49\,980n + 1\,000\,000.$$

Dans les deux premiers placements, le taux d'intérêt est 6%. Mr KENGNE a choisi le **1<sup>er</sup> placement**, Mr TAKAM le **2<sup>ème</sup> placement** et Mr FOTSO le **3<sup>ème</sup> placement**. Soit  $n$  un entier naturel. On note  $u_n$ ,  $v_n$  et  $P(n)$  le capital de Mr KENGNE, Mr TAKAM et Mr FOTSO respectivement le 1<sup>er</sup> Janvier 2000 +  $n$ .

### Tâches.

1. A partir de quelle année, Mr FOTSO pourra acheter son véhicule ?
2. A partir de quelle année, Mr KENGNE pourra acheter son véhicule ?
3. A partir de quelle année, Mr TAKAM pourra acheter son véhicule ?

Examinateur : M. Christian NQUEGANG



## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15,5 POINTS

**Exercice 1 : (03 Points)**

ABC est un triangle rectangle en C tel que  $BC = 2 \text{ cm}$  et  $AC = 3 \text{ cm}$ . On désigne par  $I$  le barycentre des points  $A, B$  et  $C$  affectés des coefficients respectifs : 2, 5 et -3.  $J$  est le point défini par  $2\vec{BJ} = -3\vec{BC}$ .

- 1- Démontrer que  $I$  est le barycentre des points  $A$  et  $J$  affecté des coefficients à déterminer. 1pt
- 2- Faire une figure et placer les points  $I$  et  $J$ . 1pt
- 3- Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :  $AM^2 + JM^2 = 35$ . 1pt

**Exercice 2 : 06,5 Points**

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction rationnelle  $f$ .  $C_f$  est la courbe de  $f$ .

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

- 1- Répondre par vraie ou faux. 0,5pt  $\times 3 = 1,5\text{pt}$ 
  - a) L'image de l'intervalle  $]-2; +\infty[$  par  $f$  est  $]-\infty; 1[$ .
  - b)  $C_f$  admet la droite d'équation  $x = 1$  comme asymptote.
  - c) Pour tout  $x \neq -2$ ,  $f(x)$  est positif.
- 2- On admet que  $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$  et que sa courbe  $C_f$  admet au point d'abscisse 0 une tangente (T) d'équation  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ .
  - a) Montrer que  $a = 1$  et  $b = -1$ . 1pt
  - b) Montrer que le point  $A(-2; 1)$  est centre de symétrie à  $C_f$ . 1pt
  - c) Construire  $C_f$  et (T) dans un repère orthonormé. 2pts
  - d) Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions de l'équation (E):  $(m-1)x + 2m + 1 = 0$  où  $m$  est un paramètre réel. 1pt

**Exercice 3: (06 Points)**

Les parties I et II peuvent être traitées de façon indépendante.

- A- En mathématiques, le nombre d'or, noté  $\varphi$  est définie comme étant la racine positive de l'équation (E):  $x^2 = x + 1$ .
- 1- Déterminer la valeur exacte de  $\varphi$ . 1pt
  - 2- On s'intéresse à présent aux puissances successives du nombre d'or  $\varphi$ . Puisque  $\varphi$  est solution de (E), alors on a bien  $\varphi^2 = \varphi + 1$ .
    - a) Montrer alors que  $\varphi^3 = 2\varphi + 1$ . 0,75pt
    - b) Déterminer deux entiers naturels  $a_4$  et  $b_4$  tel que  $\varphi^4 = a_4\varphi + b_4$ . 0,75pt
- B- Dans cette partie, on prend une approximation de  $\varphi$  et on a alors  $\varphi = \frac{8}{5}$ .

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{8}{5}u_n \end{cases}$

- 1- Représenter les trois premiers termes de la suite  $(u_n)$  sur l'axe des abscisses d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On prendra comme unité graphique 0,5 cm sur les axes. 1,25pt
- 2- Faire une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite  $(u_n)$ . 0,5pt
- 3- a) Calculer  $u_2, u_3$  et  $u_4$ . 0,75pt  
 b) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ . 0,5pt  
 c) En déduire une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de  $u_{21}$ . 0,5pt

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**

**04,5 POINTS**

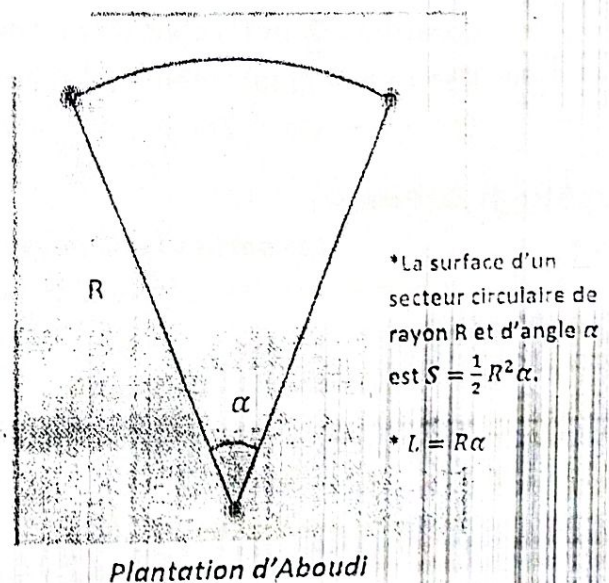
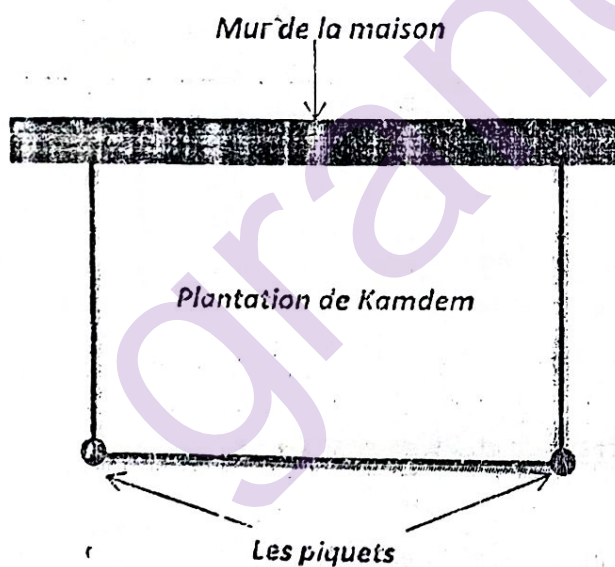
**Compétences à évaluer :** Résoudre une situation problème à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les équations du 2<sup>nd</sup> degré, les pourcentages et l'optimisation.

**Situation :**

Kamdem et Aboudi sont deux agriculteurs qui font la culture du manioc. La plantation de Kamdem a la forme d'un rectangle et celle d'Aboudi a la forme d'un secteur circulaire. Kamdem dispose de 75 mètres de grillage pour clôturer trois côtés de sa plantation, en effet l'un des côtés de la plantation est le mur de sa maison. Aboudi quant à lui dispose de 100 mètres de grillage pour entourer sa plantation.

Kamdem plante ses piquets loin du mur de telle sorte que la surface englobée soit maximale. De même Aboudi choisi le rayon  $R$  du secteur circulaire pour que la surface de sa plantation soit la plus grande possible.

Mme Astride est une grande commerçante, elle prend du manioc chez Kamdem et Aboudi directement à la plantation et paye 1000 francs le mètre carré. Elle revend toute sa marchandise dans une ville voisine et obtient un bénéfice égal au un cinquième du prix d'achat. Pour ne pas faire le chemin du retour avec sa recette sur elle, Mme Astride fait un dépôt de toute sa recette dans le compte d'un particulier. Ce particulier va lui prélever  $x\%$  de la somme disponible dans le compte chaque semaine. Arrivée dans sa ville, Mme Astride retire exactement la somme de 1.170.487,5 francs après deux semaines.



**Tâche :**

- 1- Déterminer le prix de vente de la production de Kamdem à Mme Astride. 1,5pt
- 2- Déterminer le prix de vente de la production d'Aboudi à Mme Astride. 1,5pt
- 3- Déterminer le prix de vente de toute la marchandise de Mme Astride. 1,5pt

Dans la même collection :

- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Première D.**
- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Terminal D.**
- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Terminal A4.**
- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Première D.**
- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Première A4.**
- Mon recueil de sujets de Mathématiques **Seq4, 2019/2020** niveau **Troisième.**

**Nos services :**

- Cours de répétitions à domicile.
- Saisie, photocopie et impression de documents
- Montage vidéo et image.

