Exercice : (Caen 99)

Un cône a pour base un disque de 6 cm de rayon et pour hauteur 15 cm.

1. Calculer son volume V en cm^3 (en donner la valeur exacte, exprimée en fonction de π).

2. On réalise une maquette du cône à l'échelle $\frac{2}{5}$.

Calculer le volume V' de cette maquette, arrondi au cm^3.

Correction :

1)

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times 6^2 \times 15 = 180p$$

2)

$$V' = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times V$$

$$V' = \frac{8}{125} \times 180p$$

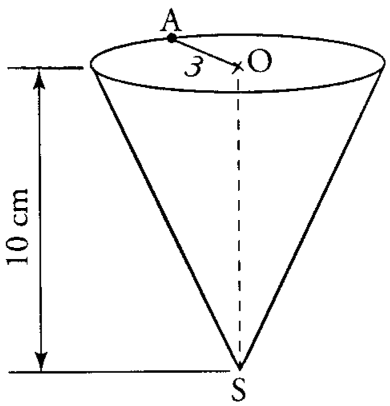
$$V' = 11{,}52p$$

$$V' \approx 36cm^3$$

Exercice : (Lille 97)

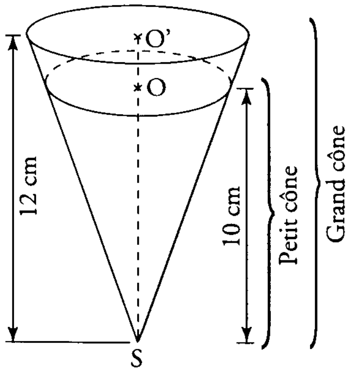
Un cornet de glace appelé « petit cône» a la forme d'un cône de hauteur SO = l0 cm, de rayon de disque de base OA = 3 cm.

La représentation en perspective est donnée ci-contre.



1) Démontrer que le volume exact de glace contenue dans le « petit cône» (celui-ci étant rempli) est 30π cm^3.

2) Pour l'été, l'entreprise décide de fabriquer des « grands cônes », la hauteur d'un « grand cône» étant de 12 cm.



a) Le «grand cône» étant un agrandissement du « petit cône », calculer l'échelle d'agrandissement.

b) En déduire que le volume du « grand cône » est 51,84π cm^3.

c) Quelle quantité de glace supplémentaire a-t-on lorsqu'on achète un « grand cône» plutôt qu'un « petit cône » ?

On donnera la valeur exacte du résultat puis une valeur approchée à 1 centilitre prés.

Correction :

1) Soit V le volume du "grand cône".

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p \times 3^2 \times 10 = 30p \ cm^3$$

2)

a)

L'échelle d'agrandissement est de 12 : 10 = 1,2

b) Soit V' le volume du "petit cône".

$$V' = 1{,}2^3 \times V$$

$$V' = 1{,}728 \times 30p$$

$$V' = 51{,}84p \ cm^3$$

c)

V'-V=51,84π - 30π = 21,84π

V' - V≈ 68,6 cm^3

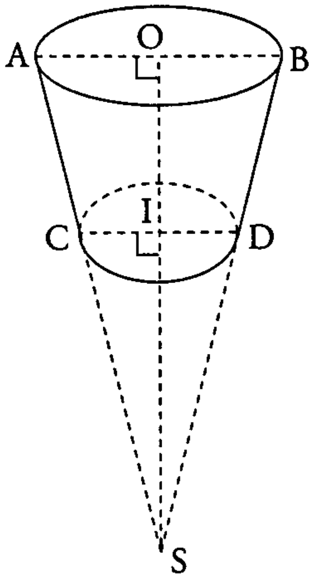
Lorsqu'on achète un « grand cône» plutôt qu'un « petit cône », on achète 68,6 cm^3 de glace supplémentaire.

<u>Exercice   :</u> (<u>caen 98)</u>

Un panier a la forme d'un tronc de cône dont les bases ont pour diamètres les segments [AB] et [CD], situés dans un même plan.

Le petit cône de sommet S et de disque de base de rayon [ICl est une réduction du grand cône de sommet S et de disque de base de rayon [OA].

Il est inutile de reproduire la figure ci-dessus, représentant un tronc de cône.
On donne : AB=30cm   CD = 20 cm



1. a) Démontrer, à partir des indications portées sur la figure, que les droites (AO) et (CI) sont parallèles.
b) Démontrer que $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$
2.a) Calculer le volume V_2 du petit cône en fonction du volume V_1 du grand cône.
b) Montrer que le volume V du tronc de cône est :
$V = \frac{19}{27} V_1$.

Correction :
1)a)
Les droites (AO) et (CI) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (OI) donc elles sont parallèles entre elles.
b)
1) Les triangles SCI et SAO sont tels que :
A,B,F et A,C,E sont alignés et (AO) // (CI).
D'après le théorème de Thales, on a :
$$\frac{SC}{SA} = \frac{SI}{SO} = \frac{CI}{AO}$$
$$\frac{SI}{SO} = \frac{CI}{AO}$$
$$\frac{SI}{SO} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

2) a) Puisque $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$, le coefficient de réduction pour passer du grand cône au petit cône est de $\frac{2}{3}$

$V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V_1$

$V_2 = \frac{8}{27} \times V_1$

b) le volume V du tronc de cône est :

$V = V_1 - V_2$

$V = V_1 - \frac{8}{27} \times V_1$

$V = \frac{27}{27} V_1 - \frac{8}{27} V_1$

$V = \frac{19}{27} V_1$

Exercice : **(Rennes 1995)** (5 points)

Un objet transparent a la forme d'un cône. Sa hauteur est 10 cm.

Le rayon de sa base est 5 cm.

1) Quel est son volume arrondi au cm^3 près ?

2) Il est rempli d'un liquide coloré. Au repos, le cône est posé sur sa base : la hauteur du liquide dans le cône est 4 cm.

a) Faire un schéma.

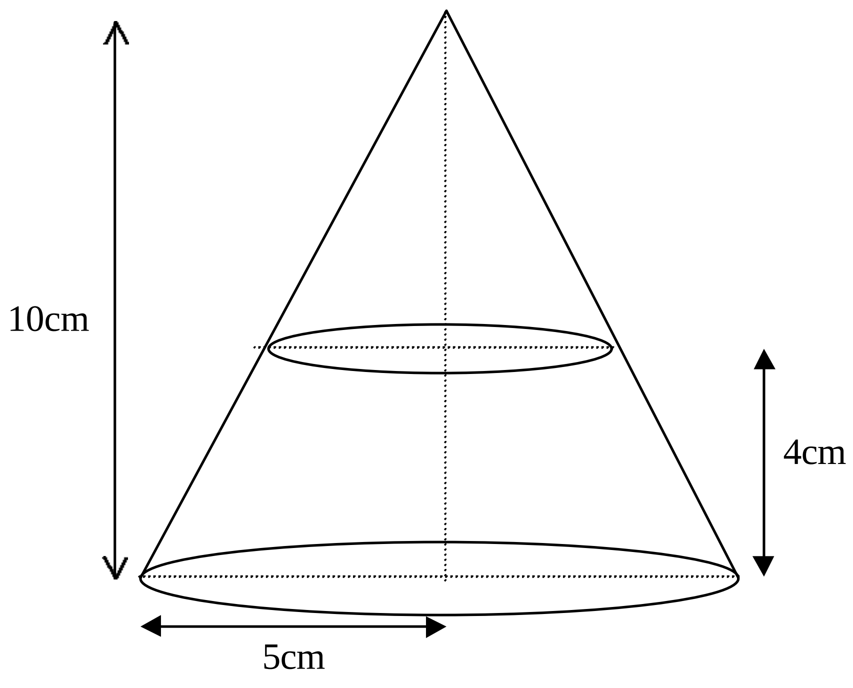
b) Quel est le volume du liquide arrondi au cm^3 près ?

Correction :

1) Soit V le volume du cône :

$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} pR^2 h = \frac{1}{3} p \times 5^2 \times 10$

$V = \frac{250}{3} p \approx 262\ cm^3$



2)
b) Soit V' le volume du "petit cône" (la partie du cône ne contenant pas de liquide).
Appelons Vl le volume du liquide.
On a Vl = V - V'.
Or le petit cône est une réduction du grand cône. Le coefficient de réduction est :

$$\frac{10-4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$V' = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times V$$

$$V' = \frac{27}{125} \times \frac{250}{3} p$$

$$V' = 18p$$

$$Vl = V - V'$$

$$Vl = \frac{250}{3} p - 18p$$

$$Vl \approx 205\ cm^3$$

Le volume du liquide est de 205 cm^3 environ.