

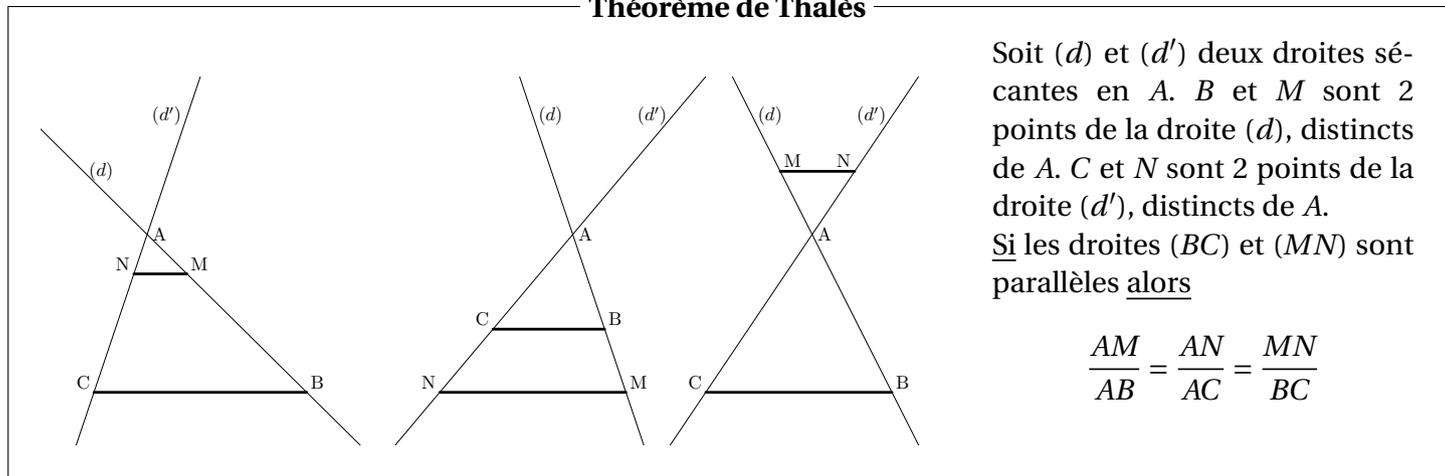
## 1 Enoncé du théorème

### Théorème de Thalès

Soit  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en  $A$ .  $B$  et  $M$  sont 2 points de la droite  $(d)$ , distincts de  $A$ .  $C$  et  $N$  sont 2 points de la droite  $(d')$ , distincts de  $A$ .

Si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles alors

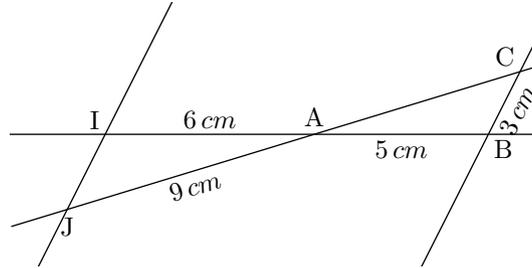
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



### Remarques

- Repérer le point commun.
- Faire attention à conserver le « même triangle »  $AMN$  au numérateur et le « même triangle »  $ABC$  au dénominateur pour toute l'écriture des quotients.
- Dans les mêmes conditions, on peut également écrire  $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ .

**Exemple d'application** Les droites  $(CJ)$  et  $(BI)$  se coupent en  $A$ . Les droites  $(BC)$  et  $(IJ)$  sont parallèles. Calculer les longueurs  $AC$  et  $IJ$ .



Dans le triangle  $ABC$ ,  $I$  est un point de la droite  $(AB)$  et  $J$  est un point de la droite  $(AC)$  tels que la droite  $(IJ)$  soit parallèles à la droite  $(BC)$ . Donc, d'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} \quad \text{c'est à dire} \quad \frac{6}{5} = \frac{9}{AC} = \frac{IJ}{3}$$

On utilise

$$\begin{aligned} \frac{6}{5} &= \frac{9}{AC} \\ 6 \times AC &= 9 \times 5 \\ AC &= \frac{9 \times 5}{6} = 7,5\text{ cm} \end{aligned}$$

On utilise

$$\begin{aligned} \frac{6}{5} &= \frac{IJ}{3} \\ 5 \times IJ &= 6 \times 3 \\ IJ &= \frac{6 \times 3}{5} = 3,6\text{ cm} \end{aligned}$$

## 2 La « réciproque » du théorème de Thalès

### La réciproque du théorème de Thalès

Soit  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en  $A$ .  $B$  et  $M$  sont 2 points de la droite  $(d)$ , distincts de  $A$ .  $C$  et  $N$  sont 2 points de la droite  $(d')$ , distincts de  $A$ .

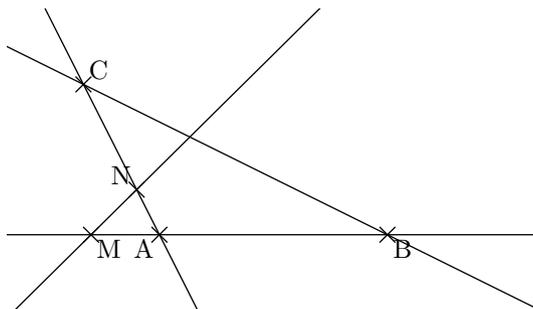
Si

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

et les points  $A, M, B$  sont alignés dans le même ordre que les points  $A, N, C$  alors les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

### Remarques

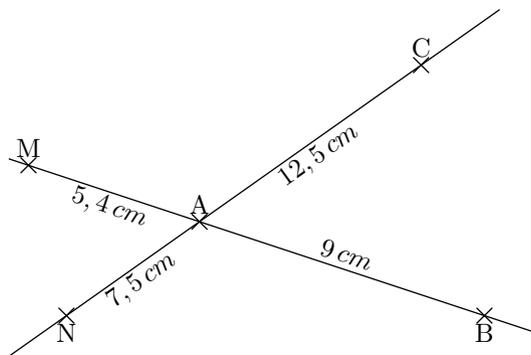
- Seuls les 2 « premiers » quotients interviennent.
- **Attention** à bien vérifier l'alignement des points dans le bon ordre. Voici un contre-exemple dans lequel  $AB = 10$ ,  $AM = 3$ ,  $AN = 1,5$  et  $AC = 5$ .



On a bien  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \left( = \frac{3}{10} \right)$  et pourtant les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.

## Exemples d'application

**Exemple 1** Est-ce que les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles? Justifier.

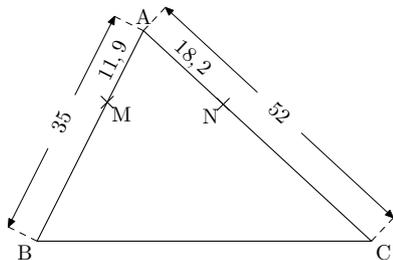


Dans le triangle  $ABC$ ,  $M$  est un point de la droite  $(AB)$  et  $N$  un point de la droite  $(AC)$ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{5,4}{9} = 0,6 \\ \frac{AN}{AC} = \frac{7,5}{12,5} = 0,6 \end{array} \right\} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

De plus, les points,  $A, M, B$  sont alignés dans le même ordre que les points  $A, N, C$ . Donc les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

**Exemple 2** Est-ce que les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles? Justifier.



Dans le triangle  $ABC$ ,  $M$  est un point de la droite  $(AB)$  et  $N$  un point de la droite  $(AC)$ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{11,9}{35} = 0,34 \\ \frac{AN}{AC} = \frac{18,2}{52} = 0,35 \end{array} \right\} \frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$$

Donc les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.