

## DEVELOPEMENT, REDUCTION ET FACTORISATION

### I) Développement et réduction :

#### 1) Rappels:

##### a) Activité :

##### b) Propriété 1 :

Pour tous nombres relatifs  $a, b$  et  $k$

$$k(a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb$$

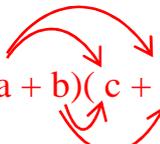
Exemple:

$$5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$$

$$-2(3x - 1) = -2 \times 3x - 2 \times (-1) = -6x + 2$$

##### c) Propriété 2 :

Pour tous nombres relatifs  $a, b, c$  et  $d$


$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$
$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple :

Développer et réduire les expressions suivantes :

a)  $A(x) = (x + 3)(2x - 7)$       b)  $B(x) = (-3x + 4)(x + 2)$

##### d) Propriété 3 :

Pour tous nombres relatifs  $a, b$  et  $c$

$$a + (b - c) = a + b - c \quad \text{les signes de } b \text{ et } c \text{ sont conservés}$$

$$a - (b - c) = a - b + c \quad \text{les signes de } b \text{ et } c \text{ sont changés}$$

Exemple :

$$3 + (2x - 5) = 3 + 2x - 5 = 2x - 2$$

$$-4x - (-3x + 7) = -4x + 3x - 7 = -x - 7$$

e) Exemples :

Développer et réduire les expressions suivantes :

a)  $A(x) = -4(7x - 2) + (3x + 1)(-5x + 4)$

b)  $B(x) = (x + 1)(6x - 5) - (4x - 3)(-x + 8)$

f) A connaître :

$$2 \times 3x = 6x$$

$$1 \times 3x = 3x$$

$$0 \times 3x = 0$$

$$2x + 3x = 5x$$

$$2x - 3x = -x$$

$$-2x - 3x = -5x$$

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$2x \times (-3x) = -6x^2$$

$$-2x \times (-3x) = 6x^2$$

$$(2x)^2 = 4x^2$$

g) Rappels sur les nombres relatifs:

Schéma

h) Remarque:

Développer signifie transformer un produit en somme.

2) Identité remarquables:

a) Activité:

b) Identités remarquables:

Pour tous nombres relatifs a et b

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

c) Exemples :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A(x) = (x + 3)^2$$

$$B(x) = (2x - 5)^2$$

$$C(x) = (x + 2)(x - 2)$$

d) Remarque :

Attention,

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

et

$$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$$

## II) Factorisation :

### 1) Factorisation par la méthode du facteur commun (apparent) :

a) Activité :

b) Propriété :

Pour tous nombres relatifs  $a, b$  et  $k$

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k(a - b)$$

Exemples:

$$20x + 8 = 4 \times 5x + 4 \times 2 = 4(5x + 2)$$

$$3x - 27 = 3x - 3 \times 9 = 3(x - 9)$$

c) Méthode de factorisation :

Factorisons l'expression

$$A(x) = (x - 2) \times 5 - (3x + 1)(x - 2)$$

On recherche le facteur commun (apparent)

$$A(x) = \underline{(x - 2)} \times 5 - (3x + 1) \underline{(x - 2)}$$

On écrit ce facteur une seule fois et dans un deuxième facteur, on écrit les termes restants en tenant compte de l'opération (addition ou soustraction).

$$A(x) = (x - 2)(5 - (3x + 1))$$

On supprime les parenthèses à l'intérieur du deuxième facteur

$$A(x) = (x - 2)(5 - 3x - 1)$$

On réduit à l'intérieur du deuxième facteur

$$A(x) = (x - 2)(-3x + 4)$$

Exemples:

Factoriser les expressions suivantes :

1)  $A(x) = 8x^2 - 4x$

2)  $B(x) = 3(-x + 5) + (-x + 5)(2x + 1)$

3)  $C(x) = (3x - 2)(x + 1) - (3x - 2)(-4x + 7)$

d) Remarques :

- Factoriser revient à transformer une somme en produit.
- On recherche le facteur commun le « plus grand » possible.
- Pour vérifier si une factorisation est correcte, on peut développer le résultat et l'expression de départ et les comparer ensuite.

2) Factorisation à l'aide des identités remarquables :

a) Identités remarquables:

Pour tous nombres relatifs a et b

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad (1)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad (2)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad (3)$$

b) Méthode de factorisation :

On recherche l'identité remarquable à utiliser :

- Si on a à factoriser uniquement deux termes : identité (3)
- Si on a à factoriser trois termes : identités (1) ou (2)
  - Si tous les termes sont du même signe : identité (1)
  - Si les termes sont de signes différents : identité (2)

On recherche la valeur de a et la valeur de b.

Puis on conclut en inscrivant la forme factorisée de l'identité remarquable en remplaçant a et b par les valeurs trouvées.

c) Exemples :

Factoriser les expressions suivantes :

1)  $A(x) = x^2 - 18x + 81$

2)  $B(x) = x^2 - 49$

3)  $C(x) = 4x^2 + 12x + 9$