

LE THEOREME DE PYTHAGORE

I) La racine carrée d'un nombre :

1) Définition :

Soit a un nombre positif

Il existe un unique nombre positif dont le carré est égal à a .

Ce nombre est appelé la racine carrée de a et il se note \sqrt{a} .

Exemples :

$$\sqrt{49} = 7 \quad \text{car} \quad 7^2 = 49$$

$\sqrt{-25}$ n'existe pas car il n'y a aucun nombre dont le carré est égal à -25 .

$$\sqrt{0} =$$

$$\sqrt{1} =$$

$$\sqrt{11} =$$

Remarque:

La racine carrée d'un nombre négatif, différent de 0 , n'existe pas car le carré d'un nombre est toujours positif.

2) Carré parfait :

Un carré parfait est le carré d'un nombre entier. Sa racine carrée est un nombre entier positif.

Exemples :

$$\sqrt{81} = 9 \quad 81 \text{ est un carré parfait}$$

$\sqrt{7}$ n'est pas un nombre entier car 7 n'est pas un carré parfait.

Liste des premiers carrés parfaits :

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289
324, 361, 400

Exercice :

Déterminer la racine carrée des nombres suivants :

a) 16

b) 121

c) 225

d) 324

e) 375

f) 2500

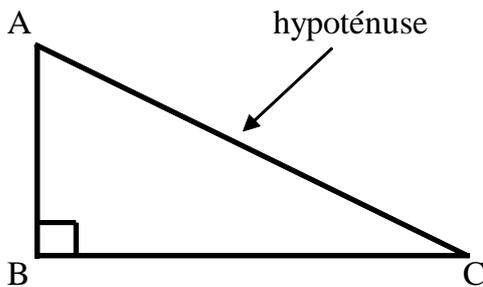
g) 10000

II) Activité :

III) Le théorème de Pythagore :

1) Théorème :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Le triangle ABC est rectangle en B donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

2) Exemple:

Soit MNP un triangle rectangle en M tel que $MN = 5$ cm et $MP = 2$ cm.

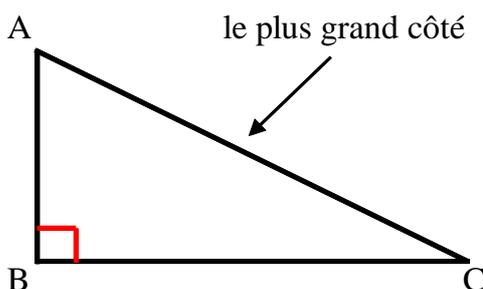
- Faire une figure.
- Calculer la distance NP. Justifier.
- Donner l'arrondi au dixième de la distance NP.

Démonstration :

IV) Réciproque du théorème de Pythagore :

1) Réciproque du théorème :

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.



$AC^2 = AB^2 + BC^2$
donc le triangle ABC est rectangle en B.

2) Exemple:

Soit ABC un triangle tel que $AB = 7,5$ cm, $BC = 10$ cm et $AC = 12,5$ cm.

- a) Faire une figure.
- b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

3) Remarque:

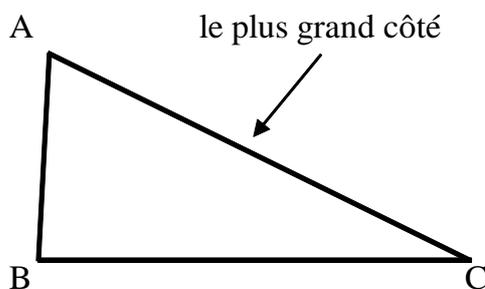
Pour montrer qu'un triangle est rectangle, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore.

Pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, on utilise le théorème de Pythagore.

V) Contraposée du théorème de Pythagore:

1) Contraposée du théorème :

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.



$AC^2 \neq AB^2 + BC^2$
donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

2) Exemple:

Soit MNP un triangle tel que $MN = 4,5$ cm, $MP = 5,25$ cm et $NP = 6,75$ cm.

- a) Faire une figure.
- b) Le triangle MNP est-il rectangle ? Justifier.