

PROPRIETE DE THALES

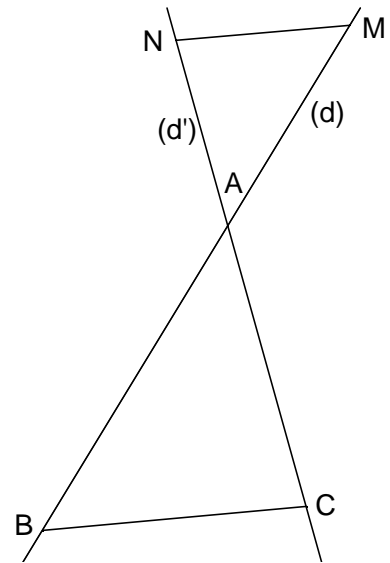
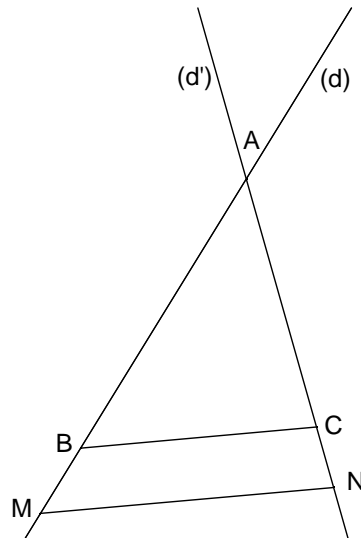
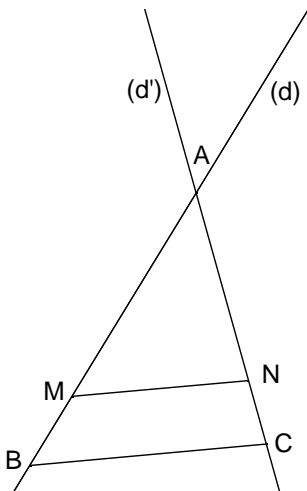
1) Le théorème de Thalès

Enoncé

A, B, M sont alignés et A, C, N sont alignés. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

On se trouve dans l'un des trois cas suivants :

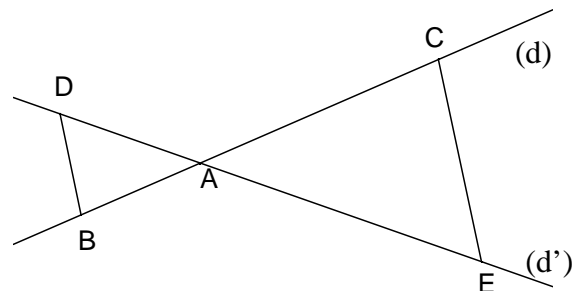


Utilisations

- Calculer une longueur quand on a deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles (voir exemple 1) ;
- Prouver que deux droites ne sont pas parallèles (voir exemple 2).

Exemple 1

Enoncé : On considère la figure ci-contre, où A, B et C appartiennent à la droite (d), et D et E appartiennent à la droite (d'). Les droites (BD) et (CE) sont parallèles. On donne $AB = 2 \text{ cm}$, $AD = 2,8 \text{ cm}$, $AE = 7 \text{ cm}$ et $CE = 10 \text{ cm}$. Calculer AC et BD.



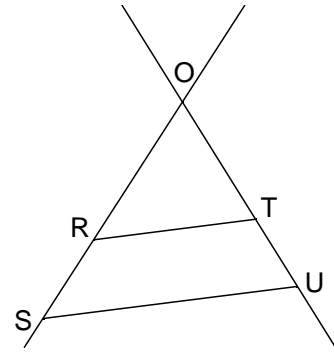
Solution : Les points D, A, E sont alignés et les points B, A, C sont alignés. Les droites (BD) et (CE) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$. On a alors $\frac{2}{AC} = \frac{2,8}{7} = \frac{BD}{10}$.

$$\frac{2}{AC} = \frac{2,8}{7} \quad \left| \quad \frac{2,8}{7} = \frac{BD}{10} \right.$$

$$AC = \frac{2 \times 7}{2,8} = 5 \text{ cm} \quad \left| \quad BD = \frac{2,8 \times 10}{7} = 4 \text{ cm} \right.$$

Exemple 2**Énoncé :**

On considère la figure ci-contre.

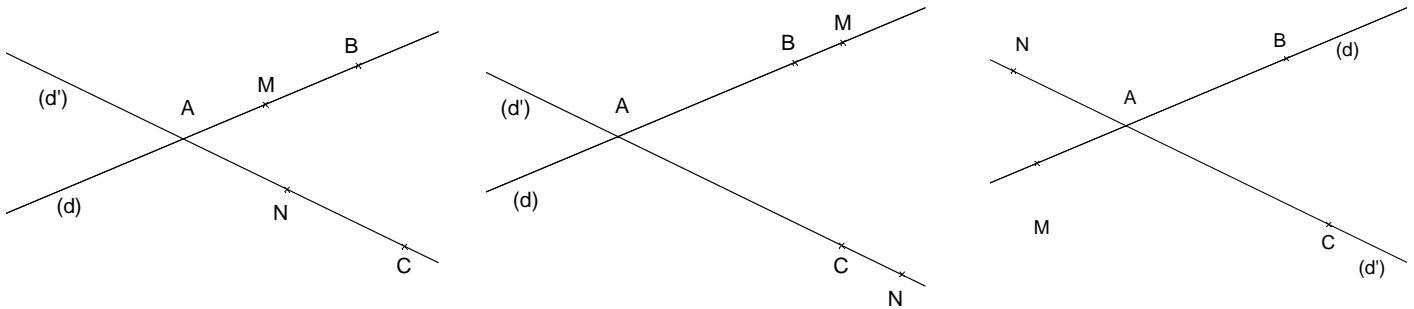
On donne $OR = 3 \text{ cm}$, $OT = 4 \text{ cm}$, $RS = 1,5 \text{ cm}$ et $TU = 1,8 \text{ cm}$. Les droites (RT) et (SU) sont-elles parallèles ?

Solution : $\frac{OR}{OS} = \frac{3}{4,5} \approx 0,67$ et $\frac{OT}{OU} = \frac{4}{5,8} \approx 0,69$ donc $\frac{OR}{OS} \neq \frac{OT}{OU}$. On en déduit que les droites (RT) et (SU) ne sont pas parallèles (sinon, d'après le théorème de Thalès, les deux quotients seraient égaux).

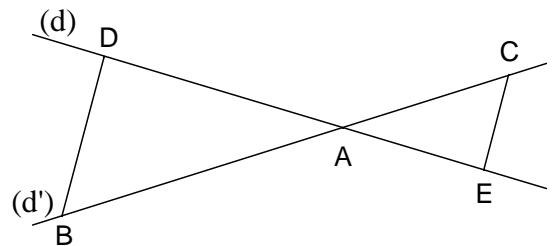
2) Réciproque du théorème de Thalès**Énoncé**

A, B, M sont alignés et A, C, N sont alignés. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

On se trouve dans l'un des trois cas suivants :

**Utilisation :** Prouver que deux droites sont parallèles (voir exemple 3).**Exemple 3**

Énoncé : (d) et (d') sont deux droites sécantes en A. B et C appartiennent à la droite (d'). D et E appartiennent à la droite (d). On donne : $AC = 3 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, $AD = 6,5 \text{ cm}$ et $AE = 3,9 \text{ cm}$. Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ?



Solution : $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{AE}{AD} = \frac{3,9}{6,5} = 0,6$ donc $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$. B, A, C sont alignés et D, A, E sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (BD) et (CE) sont parallèles.