

**CONTROLE DE MATHÉMATIQUES****Niveau: Première C**; **Date : 02 Décembre 2017 ;****Durée: 3 heures****Exercice 1 : 4 points**

- 1) Dans un collège, les 102 élèves des classes de troisièmes étudient chacun au moins l'une des trois langues suivantes : Allemand, Espagnol et Chinois. 56 élèves étudient l'allemand, 58 l'espagnol et 40 le chinois. De plus 22 élèves étudient l'allemand et l'espagnol, 14 l'allemand et le chinois et 26 étudient l'espagnol et le chinois. Certains élèves étudient les trois langues.
- Combien d'élèves étudient exactement une langue ? 1pt
 - Combien d'élèves étudient exactement deux langues ? 1pt
- 2) a. Calculer $(\sqrt{3} + 1)^2$ 0.5pt
- b. Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $\tan^2 x - (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$. 1.5pts
- c. Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique ; puis calculer l'aire et le périmètre du polygone obtenu. 1pt

Exercice 2 : 5 points

Une entreprise compte 20 employés dont 8 femmes. On veut former un comité de 4 personnes pour constituer le bureau de la mutuelle de cette entreprise.

- 1) a. Combien de bureaux possibles peut-on former ? 0.75pt
- b. Déterminer le nombre de bureaux contenant :
- Au moins une femme. 0.5pt
 - Au plus deux femmes. 0.5pt
 - Des employés de même sexe. 0.5pt
- 2) Le bureau de la mutuelle est formé d'un président, d'un secrétaire, d'un trésorier et d'un commissaire :
- En supposant qu'il n'y a pas de cumul de poste, déterminer :
 - Le nombre de bureaux contenant au moins une femme. 0.75pt
 - Le nombre de bureaux contenant exactement trois hommes. 0.5pt
 - En supposant qu'il y a un cumul possible de poste, déterminer :
 - Le nombre de bureaux contenant au moins une femme. 0.75pt
 - Le nombre de bureaux contenant exactement trois hommes. 0.75pt

PROBLEME : 8 points

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Soit ABC un triangle équilatéral direct de côté a . On désigne par O le centre de gravité de ABC, I le milieu de [AC] et D le point tel que $\overrightarrow{BD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$.

- 1) Construire une figure. 0.5pt
- 2) Donner la mesure principale des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}) ; (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{DC}) ; (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC})$. 1.5pt
- 3) Ecrire I comme barycentre de A et C , puis D comme barycentre de A, B et C . 1pt
- 4) Démontrer que les points A et C appartiennent au cercle de diamètre [BD]. 0.5pt
- 5) a- Réduire les vecteurs $2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}$. 1pt
 b- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs $2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}$ soient colinéaires. 1pt
 c- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs $(2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}) \cdot (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = a^2$. 1pt
- 6) Construire le point I barycentre du système $\{(B, 1), (C, 2)\}$ et le point J barycentre du système $\{(B, 1), (C, -2)\}$. 1pt
- 7) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MB = 2MC$.
 a- Montrer que M appartient à (Γ) si et seulement si $\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MJ} = 0$. 0.75pt
 b- En déduire la nature de (Γ) et construire (Γ) . 0.75pt

Partie B : Soient $(C_1): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ et $(C_2): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2 = 0$ deux cercles.

- 1) Démontrer que (C_1) et (C_2) sont sécants en deux points A et B dont on donnera les coordonnées. 1pt
- 2) Donner les équations cartésiennes des tangentes communes à (C_1) et (C_2) . 1pt