MINESEC | ANNEE SCOLAIRE 2016-2017

DDES DU MOUNGO | CLASSE : PC. Coef 6

LYCEE DU MANENGOUBA | DUREE : 2H

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice1 : 4,5points

A. Soit EFG un triangle. I et J sont les milieux respectifs de $[EF]$ et $[IG]$ .Le point K est tel que $\overrightarrow{EK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EG}$.

a. Ecrire K comme barycentre d'un système de points pondérés à préciser. 0,5pt

b. Vérifier que $\overrightarrow{EJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{EK}$. 0,75pt

c. En déduire que les points F, J et K sont alignés. 0,5pt

B. ABC est un triangle équilatéral de côté 8 ;I le milieu de $[BC]$.

a. Exprimer le vecteur $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$. 0,5pt

b. Exprimer le vecteur $\vec{v} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$ où G est le barycentre du système $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$. 0,5pt

c. Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires. 0,75pt

d. Déterminer l'ensemble (E') des points M du plan tels que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$. 1pt

Exercice 2 : 4,5points

1. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right)$ b)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{sinx}{sin\alpha x}$ $(\alpha \in \mathbb{R}^*)$ c)$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\cos(x-1)-1}{(x-1)}$. 1,5pt

2. On définit la fonction f sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}\sqrt{4x^2 + x + 1}$

a. Prouver que pour tout réel $x \geq 0$, $4x^2 \leq 4x^2 + x + 1 \leq (2x + 1)^2$. 0,75pt

b. En déduire que pour tout réel $x > 0$, $2 \leq f(x) \leq \frac{1}{x}(2x + 1)$. en déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 1pt

3. On considère la fonction $g: x \longmapsto \frac{-1+\sqrt{2x^2+1}}{x}$

a. Calculer $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$. 0,5pt

b. Montrer que g admet un prolongement par continuité f que l'on déterminera. 0,75pt

Problème : 11points

www.doualamaths.net

Partie A :

On désigne par h la fonction definie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} h(x) = x^2 - 4 \; si \; x \in]-\infty; 2] \\ h(x) = \frac{x-2}{x} \quad si \; x \in]2, +\infty[\end{cases}$

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de h en 2. 1,5pt

2. Démontrer que la courbe de h admet deux demi-tangentes au point d'abscisse 2 dont-on déterminera chacune une équation cartésienne. 1pt

3. a. Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation. 2pts

b. h admet-elle des extremums en 2 ? en 0 ? justifier votre réponse. 0,5pt

Partie B :

La figure ci-dessous est la représentation graphique de la dérivée f' d'une fonction polynôme f

1. Déterminer $f'(0); f'(1); f'(1{,}5)$. 0,75pt

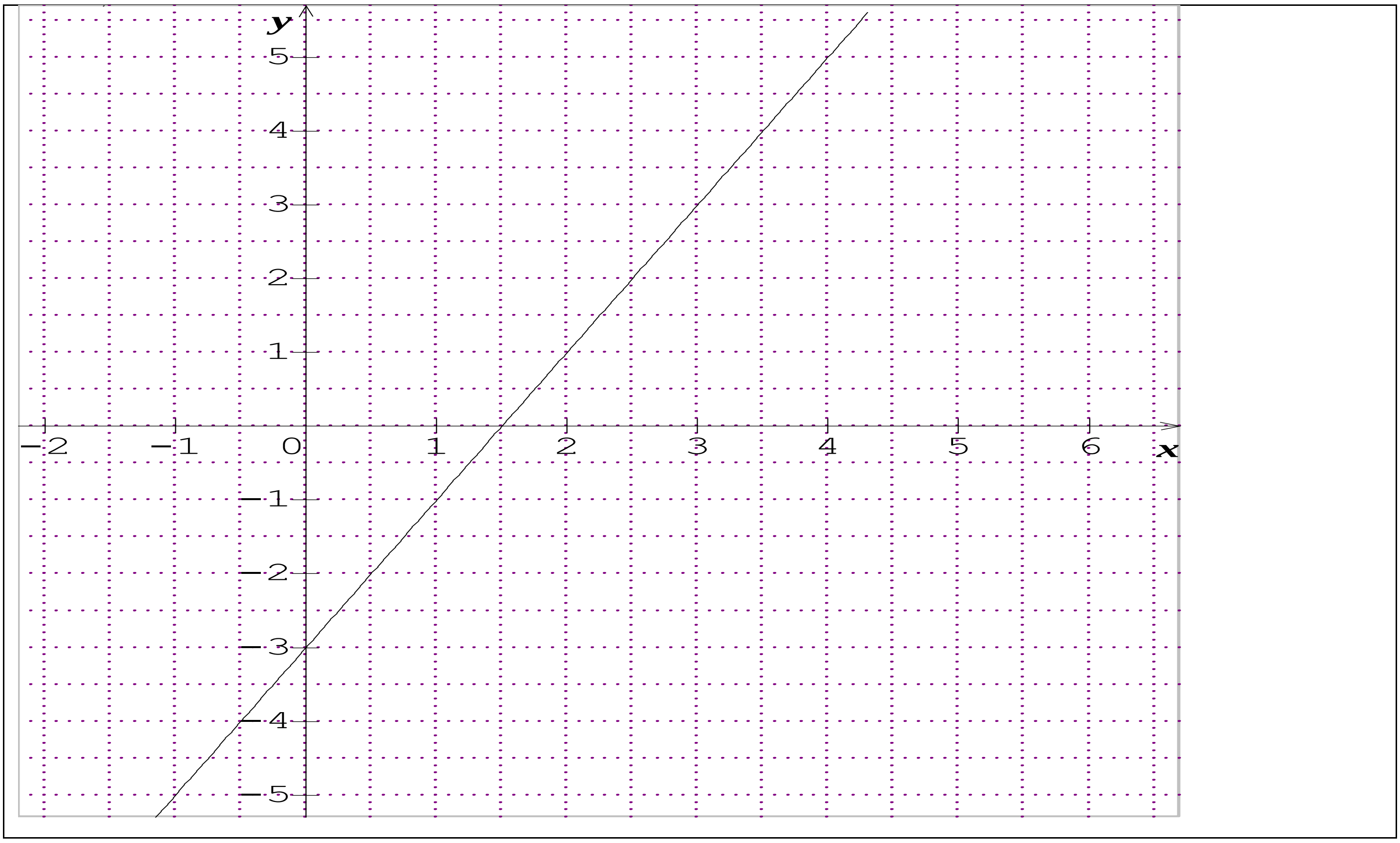
2. Déterminer le signe de f'. 0,5pt

3. Dresser le tableau de variation de f sur $[-1; 4]$.

On donne $f(-1) = f(4) = 6; f(1{,}5) - 0{,}25; f(1) = f(2) = 0; f(0) = 2$. 0,75pt

4. f admet-elle un extremum sur $[-1; 4]$? si oui le préciser. 0,5pt

5. Construire dans le même repère (O, I, J) la courbe (Cf) de f et la courbe (Cg) de g définie par $g(x) = -f(x)$. 1,5pt



www.doualamaths.net