Ok
AP
Ehy

LYCEE BILINGUE DE YAOUNDE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE : 2019/2020
NIVEAUX: Tles D et TI
Coef : 4, Durée : 3H.

DEUXIEME EVALUTION SOMMATIVE DE MATHEMATIQUES POUR LE DEUXIEME TRIMESTRE

EXERCICE 1 : (4,5 Pts)

Les cinq questions suivantes sont indépendantes ; pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse. Une réponse qui n'est pas justifiée ne sera prise en compte.

AFFIRMATION 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}-1}$, f est prolongeable par continuité en 0. **(1pt)**

AFFIRMATION 2

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 3x - 1$. (C_g) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O ; I ; J) admet deux demi tangentes au point $A\binom{0}{0}$. **(0,5pt)**

AFFIRMATION 3

L'équation (E) : $\ln(6x-2) + \ln(2x-1) = lnx$ admet deux solutions distinctes dans l'intervalle $I = \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$. **(1pt)**

AFFIRMATION 4

Soit f une fonction définie sur $[1 ; +\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$; $f(\propto) = \propto, \propto \in]1 ; 2[$ et $|f(x) - \propto| \leq \frac{1}{2}|x - \propto|$.

On définit ensuite la suite (U_n) : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$, tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, si $|U_{n+1} - \propto| \leq \frac{1}{2}|U_n - \propto|$ alors $|U_n - \propto| \leq (\frac{1}{2})^n$ et (U_n) converge vers $\propto$. **(1pt)**

AFFIRMATION 5

On considère les integrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 cos^2 x dx$ et $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 sin^2 x dx$. A l'aide d'une intégration par partie, l'on a $I - J = 0$. **(1pt)**

EXERCICE 2 : (5,5 Pts)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $4z^2 - 12z + 153 = 0$. **(0,5pt)**

2- Dans le plan complexe, on considère les points : $A\left(a = \frac{3}{2} + 6i\right)$; $B\left(b = \frac{3}{2} - 6i\right)$; $C(c = -3 - \frac{1}{4}i)$ et $P(p = 3 + 2i)$ et $\overrightarrow{W}$ ($z_{\overrightarrow{W}} = -1 + \frac{5}{2}i$).

a) Placer les points A, B, C et P dans un repère orthonormé : on prendra $1cm$ comme unité sur les axes. **(1pt)**

b) Déterminer z_Q, affixe de Q, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{W}$. **(0,5pt)**

c) Déterminer z_R, affixe de R, image de P par l'homothétie ce centre C et de rapport $\frac{-1}{3}$.**(0,5pt)**

d) Déterminer z_S, affixe de S, image de P par la rotation de centre A et d'angle $\theta = -\frac{\pi}{2}$.**(0,5pt)**

e) Placer les points Q, R et S sur la figure et démontrer que le quadrilatère PQRS est un carré.

3- Démontrer que P, Q, R et S appartiennent à un même cercle (C) dont on précisera les coordonnées du centre et la valeur du rayon. **(1pt)**

4- La droite (AP) est-elle tangente à (C) ? justifier votre réponse. **(0,5pt)**

PROBLEME : (10 Pts)

I- On considère la fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$.

1- Montrer $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 1$. **(0,5pt)**

2- **a)** Etudier les variations de g et construire son tableau de variation **(1pt)**

b) Calculer $g(0)$ et déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **(1pt)**

II- On définit une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$, ($\mathscr{C}$) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J). (unité graphique 2cm).

1- Etudier les variations de f et construire son tableau de variations. **(1pt)**

2- Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions distinctes α et β, (α ≤ β) et donner un encadrement d'amplitude 0,1 de chacune des solutions. **(1,5pt)**

3- Démontrer que l'équation la droite (D) : $y = x + 3$ est asymptote oblique à la courbe de f en $-\infty$; puis étudier la position relative de ($\mathscr{C}$) et (D). **(1pt)**

4- Construire soigneusement ($\mathscr{C}$) et (D). **(1,5pt)**

5- **a)** A l'aide d'une intégration par partie, calculer $\int_0^x te^{2t}dt$. **(1pt)**

b) Exprimer en cm^2 l'aire $\mathscr{A}(\alpha)$ de la partie du plan délimitée par la courbe ($\mathscr{C}$), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \propto$. **(1pt)**

c) Calculer $\lim_{\alpha \to -\infty} \mathscr{A}(\alpha)$ **(0,5pt)**