

**EXERCICE 1: Les oscillations mécaniques / 5,5 pts**

Le siège d'un tracteur de masse $m_0 = 10\text{kg}$ est monté sur deux ressorts verticaux, identiques d'axes parallèles, de raideur k chacun, enroulés autour de deux amortisseurs.

1- Les amortisseurs étant démontés, un conducteur de masse $m_1 = 70\text{kg}$, vient s'asseoir brusquement sur le siège et l'ensemble "conducteur +siège +ressorts" se met à osciller à la fréquence propre $f_0 = 5\text{Hz}$.

1.1- Faire un schéma modélisé de ce système mécanique et représenter les forces appliquées à l'ensemble "siège + conducteur". **0,5pt**

1.2- Etablir l'équation différentielle des oscillations libres de l'ensemble "siège + conducteur". **0,5pt**

1.3- Montrer que ces oscillations sont harmoniques puis, en déduire leur fréquence propre f_0 en fonction de m_0 , m_1 et k . **0,25pt x 2**

1.3- Calculer la constante de raideur k de chaque ressort. On utilisera : $\pi^2 \approx 10$. **0,25pt**

1.4- L'origine des élongations est prise à la position d'équilibre. L'origine des dates est l'instant où l'ensemble "siège + conducteur" passe par l'élongation 12 cm avec une vitesse de module 5 m.s^{-1} dans le sens des élongations décroissantes. Etablir l'équation horaire des oscillations libres. **0,75pt**

2- Les amortisseurs sont remontés. Le conducteur assis sur le siège démarre le tracteur et roule à travers des billons de faible hauteur, régulièrement espacés de $D = 50 \text{ cm}$, disposés perpendiculairement à la direction du déplacement du tracteur. L'ensemble "conducteur +siège" se met à osciller et l'amplitude des oscillations varie avec la vitesse du tracteur. On suppose que les roues sont directement fixés au tracteur, sans ressorts ni amortisseurs et on néglige toutes les oscillations parasites.

2.1- Qualifier les nouvelles oscillations de l'ensemble "siège + conducteur" et exprimer leur fréquence f en fonction de la vitesse V du tracteur. **0,25pt x 2.**

2.2- L'amplitude des oscillations augmente dangereusement pour certaines valeurs de la vitesse V du tracteur. Nommer ce phénomène et, calculer la vitesse critique V_0 que le chauffeur du tracteur ne doit pas approcher, au risque de se voir éjecter du tracteur. **0,25pt x 2.**

2.3- Tracer sans souci d'échelle, l'allure du graphe des variations de l'amplitude des oscillations en fonction de la vitesse V du tracteur. Définir « bande passante » et matérialiser sa largeur sur le graphe précédent. **0,25pt x 3.**

2.4- Expliquer le rôle des amortisseurs. **0,25pt**

2.5- Le facteur de qualité du phénomène nommé au 2.2- est $Q = 1,4$. Déterminer les vitesses limites V_1 et V_2 autour de V_0 , que le conducteur doit éviter d'atteindre pour rester à l'abri d'un accident. On rappelle : $V_1 \times V_2 = V_0^2$. **1pt**

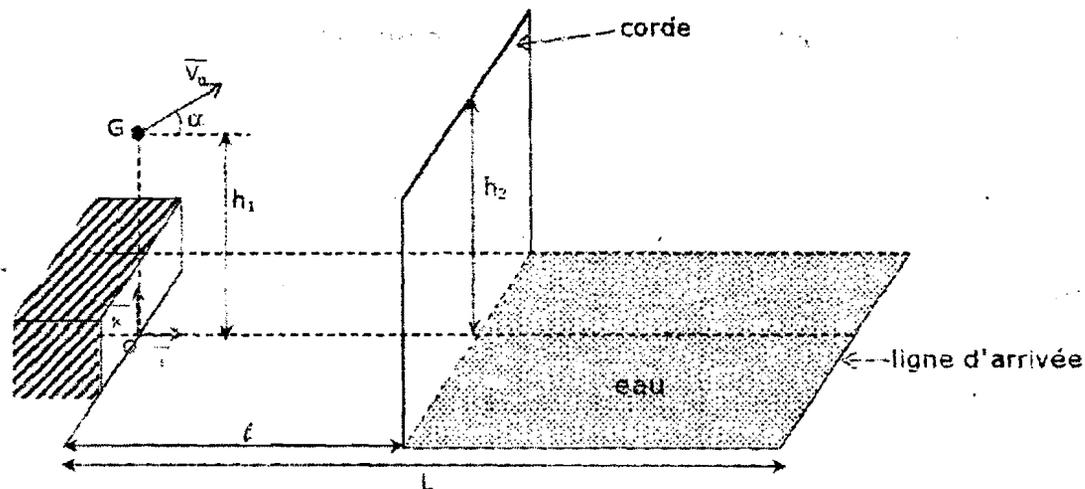
EXERCICE 2 : Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur /4points

Des élèves de T^{le} C se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au « jeu de plongeur ». Ce jeu, réalisé à la piscine, consiste à passer au dessus d'une corde puis atteindre la surface libre de l'eau, en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage.

Le bassin d'eau a pour longueur $L = 20$ m et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitter un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur $h_1 = 1,5$ m au dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachée à une distance $\ell = 1,6$ m du tremplin. Elle est à une hauteur $h_2 = 2$ m du niveau de l'eau (voir figure ci-dessous).

Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point G . Les essais diffèrent par la valeur du vecteur-vitesse initial du solide ou par l'angle dudit vecteur avec l'horizontale.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le point O est le point d'intersection entre la verticale passant par la position initiale de G et la surface de l'eau. La direction de l'axe \vec{i} est perpendiculaire au plan vertical contenant la corde. On néglige les frottements et on prendra $g=10m.s^{-2}$.



1- Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G , à la date $t = 0$, avec une vitesse \vec{V}_0 faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale, de valeur $V_0=8m.s^{-1}$ et appartenant au plan vertical défini par (\vec{i}, \vec{k}) .

1.1- Établir les équations paramétriques du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire. **1pt**

1.2- Le solide passe-t-il au dessus de la corde ? Justifier la réponse. **0,5pt**

1.3- Au cas où le solide passe au-dessus de la corde, quelle distance le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau ? **0,5pt**

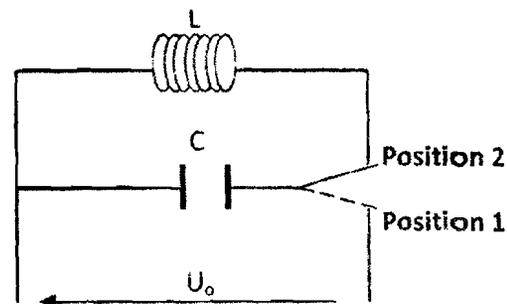
1.4- Calculer la norme du vecteur vitesse et l'angle β que ce vecteur forme avec la verticale descendante au point où le solide touche l'eau. **0,75pt**

2- Au deuxième essai, le solide est lancé à $t = 0$ du point G avec une vitesse \vec{V}'_0 appartenant au plan vertical défini par (\vec{i}, \vec{k}) et de valeur $V'_0 = 11m.s^{-1}$. Déterminer la valeur de l'angle α' que doit faire V'_0 avec l'horizontale pour que le solide touche l'eau à $8m$ de la ligne d'arrivée. On montrera que la question admet deux solutions et on portera le choix sur la valeur de l'angle α' pour laquelle la durée de chute est plus courte. **1,25 pt**

EXERCICE 3 : Le dipôle LC en oscillations libres/ 3pts

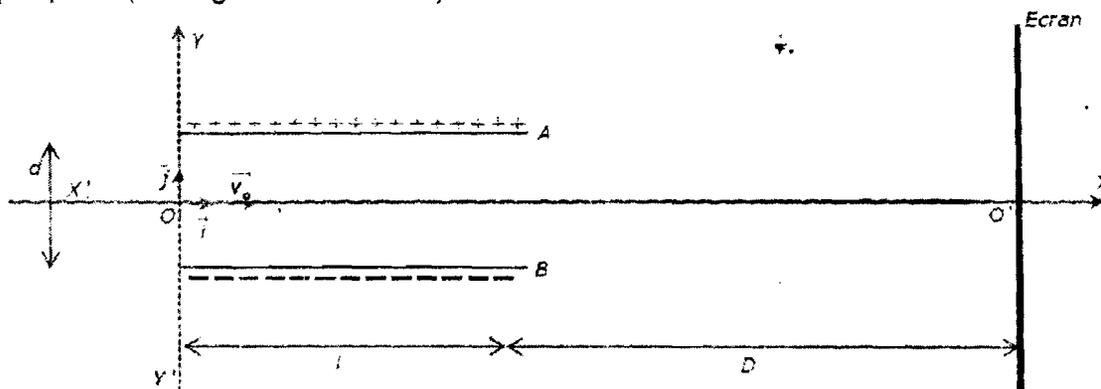
Un condensateur de capacité $C = 1,2 \mu\text{F}$ est chargé sous une tension continue $U_0 = 6\text{V}$ (commutateur en position 1). Le condensateur une fois chargé est connecté à l'instant initial aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 50 \text{ mH}$, de résistance négligeable (commutateur en position 2). Voir schéma.

- 1- Indiquer sur un schéma le sens du courant i la fermeture du commutateur en position 2. **0,25pt**
- 2- Déterminer la charge Q_0 emmagasinée par le condensateur lorsque le commutateur est en position 1. **0,25pt**
- 3- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q du condensateur au cours du temps. **0,5pt**
- 4- En déduire la nature des oscillations dans le dipôle LC. Déterminer la période propre de ces oscillations. **0,5pt**
- 5- Etablir l'expression de la charge $q(t)$ du condensateur. **0,5pt**
- 6- Montrer que l'énergie du dipôle LC se conserve et calculer sa valeur. **1pt**



EXERCICE 4 : Particule chargée dans un champ électrique uniforme. / 3,5 pts

On maintient entre deux plaques conductrices A et B une différence de potentiel $U = V_A - V_B$. La longueur de ces plaques est l et la distance entre elles est d . Un électron est injecté dans une direction colinéaire aux plaques avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ au point O à mi distance entre les plaques. (voir figure ci-dessous)



- 1- Montrer qu'on peut négliger le poids de l'électron devant la force électrostatique appliquée à cet électron. **0,5 pt**
- 2- Etablir la nature du mouvement de l'électron entre plaques et l'équation de sa trajectoire dans le repère de la figure. **0,75 pt**
- 3- L'électron sort de la région où règne le champ électrostatique en un point S. Trouver les coordonnées de S et celles du vecteur vitesse de sortie \vec{v}_S en ce point, en déduire sa norme **1,5pt**
- 4- On place un écran à la distance D de l'extrémité des plaques. Déterminer la déflexion électrostatique de l'électron sur l'écran ? **0,75 pt**

Données: $l = 2\text{cm}$; $d = 1\text{cm}$; $D = 50\text{cm}$; $U = V_A - V_B = 200\text{V}$; $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

EXERCICE 5 : EXPLOITATION DES RESULTATS D'UNE EXPERIENCE. / 4 pts

Dans une éolienne, le vent agit sur les pales d'une hélice montée sur un arbre rotatif, lui-même relié à des systèmes mécaniques qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. On veut à partir de l'observation d'une grande éolienne de 70 m de diamètre, déterminer la puissance délivrée par celle-ci. On filme l'éolienne, on numérise le film et à l'aide d'un logiciel adapté, on pointe la position M_i de l'extrémité d'une pale pour tous les intervalles de temps $\Delta t = 0,1$ s (**figure 1 de l'annexe à rendre avec la copie**).

- 1- Quelle est la nature du mouvement du point M ? Justifier. **0,5pt**
- 2- Déterminer la valeur v_2 de la vitesse instantanée réelle au point M_2 . **0,75pt**
- 3- Construire le vecteur vitesse \vec{v}_2 et le vecteur accélération \vec{a} sur la **figure 1 de l'annexe à rendre avec la copie**. Prendre pour la vitesse l'échelle **1 cm pour 10 m.s⁻¹**, pour l'accélération on précisera l'échelle choisie. **1pt**
- 4- Quelle est la durée d'un tour ? En déduire en hertz puis en tr/mn, la fréquence de rotation de l'éolienne. **0,75pt**
- 5- Le constructeur donne la courbe représentant la puissance P en fonction de la fréquence de rotation f de l'éolienne (**figure 2 de l'annexe à rendre avec la copie**). Déterminer la puissance délivrée par cette éolienne dans les conditions de rotation décrites précédemment.

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Figure 1

$\Delta t = 0,1 \text{ s}$

