COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2019-2020
Département de Mathématiques	CONTRÔLE	Date : 14/09/2019
	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	
Niveau : PC	Durée : 3 heures	Coef: 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 POINTS)

Exercice 1 : (4 points)

1) a) Étudier suivant les valeurs du réel x, les signes des trinômes suivants: (0,75pt + 0,5pt)

$$P(x) = 3x^2 + 6x - 9 \text{ et } Q(x) = -x^2 - 4x - 4$$

b) Résoudre dans IR, l'inéquation (I): $\frac{6x+21}{(x+2)^2} > 3$. (1pt)

2) a) Factoriser les polynômes $A(x) = 2x^2 + 3x - 2$ et $B(x) = 2x^2 - 9x + 4$. (1pt)

b) Résoudre dans IR, l'équation (E): $\frac{1}{2x^2+3x-2} + \frac{x}{2x^2-9x+4} = 0$. (0,75pt)

Exercice 2 : (4points)

A/ Pour chacune des questions suivantes, indiquer le (ou les) bonne(s) réponse(s). (1,25pt)

1) Le sommet d'une parabole représentant une fonction f a pour abscisse 1. On peut avoir pour réel x: $f(x) =$

a) $-2x^2 + 4x - 5$ b) $x^2 - 2x + 7$ c) $3x^2 - 9x + 6$

2) Suivant les valeurs de x, l'expression $4x^2 - 12x + 9$ peut être :

a) positive b) négative c) nulle

3) Les équations $x^2 - 4x + 3 = 0$ et $x^2 - x + 6 = 0$

a) n'ont aucune solution en commun b) ont une solution en commun c) ont deux solutions en commun.

B/ Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. (1pt)

1) $2x^2 - 3x + 7$ est positif pour tout réel x.

2) $x^2 + x - 3$ change deux fois de signe.

3) $-8x^2 + 11x - 3$ est négatif pour tout réel x.

4) $-3x^2 - 6x - 3 \in]-\infty; 0[$ pour tout réel x.

C/ Résoudre dans IR, l'équation et l'inéquation suivantes : (0,75pt + 1pt)

a) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 3$ b) $\frac{7x-1}{x+2} - \frac{2x+3}{x+1} - 4 \leq 0$

Exercice 3 : (3 points)

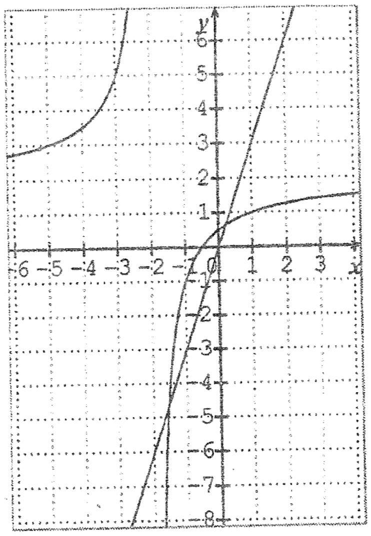
A/ Résoudre dans IR^2, les systèmes suivants : (0,75pt + 0,75pt)

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 27 \\ xy = 36 \end{cases}$

B/ Pour résoudre l'inéquation $\frac{2x+1}{x+2} \leq 3x$, voici ce que propose Zoé :

« je multiplie par $x + 2$ et on a $2x + 1 \leq 3x^2 + 6x$; je regroupe dans un même membre et on a $-3x^2 - 4x + 1 \leq 0$; je calcule le discriminant : $\Delta = 16 + 12 = 28$; je calcule les racines : $x_1 = \frac{-2-\sqrt{7}}{3}$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{7}}{3}$. Comme $a = -3$, l'ensemble solution est $\left]-\infty; \frac{-2-\sqrt{7}}{3}\right] \cup \left[\frac{-2+\sqrt{7}}{3}; +\infty\right[$ »

Son voisin Olivier commence par observer les courbes des fonctions $x \longmapsto \frac{2x+1}{x+2}$ et $x \longmapsto 3x$ (voir graphique).



1) En quoi l'observation d'OLIVIER montre t-elle que le résultat de Zoé ne convient pas ? (0,5pt)

2) Où se trouve l'erreur commise par Zoé ? (0,25pt)

3) Résoudre dans IR, l'inéquation proposée en utilisant le tableau de signe. (0,75pt)

Exercice 4 : (4,5 points)

On considère l'équation

$(E): (m+3)x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0\ ;\quad (m \in IR)$

1) Résoudre dans IR, l'équation (E). (1,5pt)

2) Déterminer la somme et le produit des solutions de (E).

3) Déterminer suivant les valeurs de m, le nombre et le signe des solutions de (E). (1,75pt)

4) Déterminer une relation indépendante de m liant les deux solutions de (E). (0,75pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5 POINTS)

La figure ci-contre représente un panneau publicitaire rectangulaire de 8 mètres ($AB = 8$) sur 10 ($BC = 10$) partagé en quatre zones : un carré $AMNP$ et trois rectangles $MBRN, NRCQ\ et\ PNQD$. Deux artistes sont invités à s'exprimer sur ce panneau pour une campagne électorale : Amelie sur la zone hachurée et Wilson sur celle non hachurée. On désire que la zone attribuée à Amelie soit au moins égale à celle attribuée à Wilson.

Problème : quelles sont les positions possibles du point M sur le segment $[AB]$?

Tâches :

1) Exprimer en fonction de x, l'aire de chacune des deux zones. (1,5pt)

2) Montrer que résoudre ce problème revient à résoudre une inéquation du second degré que l'on déterminera. (1,5pt)

3) Conclure. (1,5pt)