


COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2019-2020
Département de Mathématiques	<b>CONTRÔLE</b>	Date : 28/09/2019
<b>ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>		
Niveau : PC		Durée : 3 heures

## PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

### Exercice 1 : (3,5 points)

- 1) a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $\sqrt{-x^2 + 2x + 9} = 1 + x$ . (0,75pt)
- b) En déduire dans  $\mathbb{R}$ , les solutions de l'inéquation  $\sqrt{-x^2 + 2x + 9} \geq 1 + x$ . (1pt)
- 2) Soit  $x$  la largeur d'un rectangle dont le périmètre vaut 25.
  - a) Pour quelle valeur de  $x$ , l'aire du rectangle est-elle maximale ? (0,5pt)
  - b) Quelle particularité possède alors le rectangle ? (0,25pt)
- 3)  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  tels que  $AB = 9$  et  $AC = 4$ .  $D$  est un point du segment  $[AB]$  et  $E$  un point du segment  $[AC]$  tels que  $DB = AE = x$ . Déterminer  $x$  pour que l'aire du triangle  $ABC$  soit égale à la moitié de celle du triangle  $ABC$ . (1pt)

### Exercice 2 : (3,5 points)

- 1) On dispose de deux résistances électriques  $R_1$  et  $R_2$ . Lors d'un montage en série, on obtient une résistance équivalente de  $135 \Omega$  et lors d'un montage en parallèle, on obtient une résistance équivalente de  $30 \Omega$ . Déterminer les valeurs de  $R_1$  et  $R_2$   
 (NB: pour un montage en série,  $R_e = R_1 + R_2$  et en parallèle,  $R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ ) (1pt)
- 2) On considère l'hyperbole  $(H)$  d'équation  $y = \frac{2}{x}$  et les droites  $(D_m)$  d'équations  $y = mx + m - 2$ , où  $m \in \mathbb{R}$ .
  - a) Vérifier que les droites  $(D_m)$  passent par un point fixe  $C$ , indépendant de  $m$ , et que  $C$  appartient à  $(H)$ . (1,25pt)
  - b) Démontrer qu'il existe une et une seule valeur non nulle de  $m$  pour laquelle  $(H)$  et  $(D_m)$  ont seulement le point  $C$  en commun. Préciser cette valeur de  $m$ . (1,25pt)

### Exercice 3 : (3 points)

On considère le polynôme  $P$  définie par  $P(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 3$ .

On pose  $X = a + b + c$ ;  $Y = ab + ac + bc$ ;  $Z = abc$  et  $W = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  où  $a, b$  et  $c$  sont les racines du polynôme  $P$ .

- 1) Montrer qu'on a :  $X = 4$ ;  $Y = -4$  et  $Z = 3$ . (1pt)
- 2) En déduire la valeur de  $W$ . (0,5pt)
- 3) Montrer 3 est une racine de  $P$ , puis en déduire les autres racines. (1,5pt)

### Exercice 4 : (5,5 points)

1) a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$ , suivant les valeurs du paramètre réel  $m$ , le système

$$\begin{cases} 2(x+1) = m(5y-5m-14) \\ 3x+2y = 11m+5 \end{cases}$$

(1,25pt)

b) Pour quelles valeurs de  $m$ ,  $x$  et  $y$  prennent-ils des valeurs positives ? Comparer dans ce cas les deux nombres  $x$  et  $y$ . (1pt)

c) Les conditions précédentes étant remplies, peut-on choisir  $m$  pour que  $x$  et  $y$  soient les mesures des côtés d'un triangle isocèle ? (0,75pt)

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$ , les systèmes :

a) 
$$\begin{cases} x+y = -1 \\ y+z = \frac{1}{2} \\ x+z = \frac{1}{3} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x}{12} = \frac{y}{-15} = \frac{z}{20} \\ x+y+z = 119 \end{cases}$$

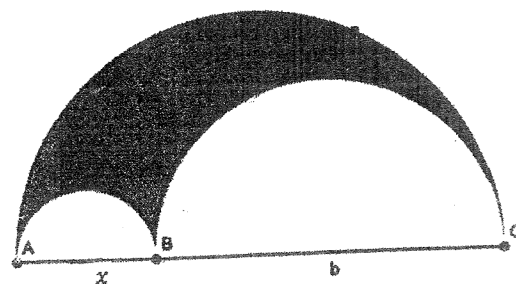
c) 
$$\begin{cases} -x+y+z = -6 \\ x-y+z = 10 \\ x+y-z = 0 \end{cases}$$

(0,5pt x 3)

3) Trouver trois nombres entiers dont la somme est 239, sachant que la division du second par le premier donne 2 pour quotient et 3 pour reste, et la division du troisième par le second donne 3 pour quotient et 2 pour reste. (1pt)

## PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5 points)

Sur la figure ci-contre nous avons trois espaces représentant les plantations des trois épouses de Mr Bello. Du même côté de la droite (AC), le demi-cercle de diamètre [AB] représente la parcelle de Jeanne ; le demi-cercle de diamètre [BC] représente la parcelle de Lucie et la partie grise représente celle de Marie. La longueur AC est de 100 mètres. Elles y ont cultivés du maïs, des arachides et des patates qu'elles vendent en sseau après la récolte.



Mr Bello arrive à la plantation pour transporter ses épouses au marché situé à 40 km de là. Les dames lui disent qu'elles n'ont que 45 minutes pour rattraper une grande cliente à elles qui prend souvent à très bon prix les produits du champ. Ils quittent alors la plantation en roulant à une vitesse constante pendant 5 minutes mais après survient une panne qui leur prend 10 minutes pour le dépannage.

Marie a vendu 10 seaux de maïs, 15 seaux d'arachides et 8 seaux de patates pour une recette totale de 65500 francs CFA. Lucie a vendu 20 seaux de maïs, 16 d'arachides et 10 de patates pour une recette de 90000 francs CFA et Jeanne quant à elle a vendu 10 seaux de maïs, un seau d'arachides et 2 seaux de patates.

- 1- Déterminer l'aire de chacune des plantations, sachant que la parcelle de Marie a sa plus grande valeur possible. (1,5pt)
- 2- Quelle recette a reçue Jeanne après la vente de tous ses produits. (1,5pt)
- 3- En augmentant sa vitesse précédente de 10 km/h, après sa panne pourrait-il rattraper cette grande cliente ? (1,5pt)