COLLEGE MGR F.-X. VOGT	MINI-SESSION DE FEVRIER 2018	Année scolaire 2017-2018 Classe : PC Durée : 3 h Coefficient : 6

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

EFG est un triangle tel que : $EF = 3cm$; $EG = 4cm$ et $FG = 6cm$. A tout point M, on associe le point M' barycentre des points $(E,1),(F,1)$ et $(M,2)$.

1. Justifier l'existence de M'. **0,5pt**

2. Ecrire une relation vectorielle liant les points E, F,M et M'. **0,5pt**

3. On note *f* l'application qui à tout point *M* associe *M'*.

- **a.** Montrer qu'il existe un unique point *I* invariant par *f* que l'on déterminera. **0,5pt**
- **b.** Trouver une relation entre $\overrightarrow{IM'}$ et $\overrightarrow{IM}$ puis conclure sur la nature et les éléments caractéristiques de *f*. **1pt**

4. Déterminer les réels a ;b et c pour que la courbe de la fonction $k : x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{x+2}$ admette une asymptote d'équation $y = x - 1$ et , au point d'abscisse -1, une tangente parallèle à (OI). **1,5pt**

Exercice 2 : 5,25 points

***A/** Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses vous sont proposées, mais une seule est juste. Recopier la question suivie de la réponse juste de votre choix. Aucune justification n'est demandée.*

1. L'ensemble des solutions dans $[-\pi;\pi]$ de l'inéquation: $cosx + cos2x + 1 \leq 0$ est :

i) $\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]$; ii) $\left[-\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{2}\right]$;

iii) $\left[-\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3}\right]$; iv) $\left[\frac{2\pi}{3};\pi\right] \cup \left[-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right]$ **0,75pt**

2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{2-\sqrt{4+x}}$ est égal à :

i) 0 ; ii) 1 ; iii) -1 ; iv) -2 **0,75pt**

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, une équation de la tangente au point $B(2;-4)$ à la courbe $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ est :

i) $x - 2y - 10 = 0.$ ii) $2x - y + 10 = 0.$

iii) $\frac{1}{2}x - y + 10 = 0.$ iv) $\frac{1}{2}x - y - 10 = 0.$ **0,75pt**

4. Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & si\ x \leq 0 \\ x^2 - x - 1 & si\ x > 0 \end{cases}$

Les nombres dérivés de f respectivement à gauche et à droite en 0 sont :

i) 2 et 1 ; ii) -2 et 0 ; iii) -1 et 0 ; iv) -2 et -1 . **0,75pt**

B/ Dans un jeude 32 cartes on tire simultanément 4 cartes.

1. Combien de tirages possibles peut-on avoir ? **0,75 pt**
2. Combien peut-on avoir de tirages en contenant deux rois et trois cœurs ? **0,5 pt**
3. Combien de tirages contenant deux trèfles,un as et un roi peut-on avoir ? **0,5 pt**
4. Combien peut-on avoir de tirages en contenant deux cartes noires et deux as. **0,5 pt**

PROBLEME : 10 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A et B.

Partie A : 2,75 points.

On considère une fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 - 3x - 1$ et par *(C)* sa courbe représentative dans le repère orthonormé*(O,I,J)*.

1. Etudier la fonction$f$,dresser son tableau de variation et construire avec précision *(C)* **1,5pt**
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = |x^3| - |3x| - 1$
   a) Déterminer l'ensemble de définition de g. Etudier sa parité. **0,5 pt**
   b) Tracer sur le graphique précédent la courbe de g **0,75 pt**

Partie B : 3,25 points.

1. On considère la fonction $h(x) = cos^2x + cosx - 1$
   a) Montrer que h est périodique de période 2π puis étudier la parité de h. **0,5 pt**
   b) Etudier les variations de h sur$[0; \pi]$ puis dresser son tableau des variations sur le même intervalle. **1pt**
   c) Tracer sur un autre graphique la courbe de h sur $[-3\pi; 3\pi]$ **1pt**
2. Déterminer graphiquement sur $[-\pi; \pi]$et suivant les valeurs du réel m, le nombre et les signes des solutions de l'équation : $cos^2x + cosx - m - 1 = 0$. **0,75 pt**

Partie C: 4,25 points

ABCD est un carré de sens direct de centre O et ADE est un triangle équilatéral direct extérieur au carré ABCD. G est le centre de gravité de ADE ; r et r' sont les rotations de centre G telles que $\mathrm{r(A) = D}$ et $\mathrm{r'(A) = E}$; t est la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ et F est le point d'intersection des droites (DG) et (AB).

1) Construire une figure. **0,5 pt**
2) Déterminer une mesure de l'angle de r et une mesure de l'angle de r'. **0,5 pt**
3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $\mathrm{r \circ r'}$. **0,5pt**
4) Démontrer que $\mathrm{S_D \circ S_A = S_C \circ S_B}$, puis déterminer la transformation $\mathrm{S_D \circ S_A \circ S_B}$. **0,75 pt**
5) Déterminer $\mathrm{S_{(EG)} \circ S_{(AC)}}$. **0,5 pt**
6) Déterminer les droites (L_1) et (L_2) telles que $\mathrm{r = S_{(L_1)} \circ S_{(EG)}}$ et $\mathrm{t = S_{(EG)} \circ S_{(L_2)}}$. **0,5pt**
7) Déterminer alors$\mathrm{r \circ t}$ et $\mathrm{r \circ S_{(EG)}}$. **1pt**