Collège de la Retraite

Département de Mathématiques

Examen : Mini-session 2

Niveau : Première

Session : Novembre 2019

Série : D et TI, Durée : 3h

Coéf : 4

MATHEMATIQUES

L'épreuve est constituée de deux parties, évaluation des ressources et problème d'intégration.

Partie A : Évaluation des ressources(15,5 pts)

Exercice 1: (4,5 points)

On donne : $Q(x) = -3x^2 + (3 - 3\sqrt{3})x + 3\sqrt{3}$

1.a) Calculer $(3 - 3\sqrt{3})^2 + 36\sqrt{3}$ (0.5pt)

b) En déduire que Q admet deux racines réelles distinctes. (0.5pt)

2) Sans calculer les racines de Q, déterminer la somme et le produit de ces racines. (0.5pt)

3) Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de Q. (0.5pt)

4) Déduire des questions précédentes, l'autre racine de Q. (0.5pt)

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $Q(x) \leq 0$. (1pt)

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{2x-3} = -x + 2$. (1pt)

Exercice 2 :(4.5 points)

f et g sont deux polynômes définis par :

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c \text{ et } g(x) = 2x^2 + 9x + 4$$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 0$. (0.5pt)

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} x - y + z = 11 \\ 4x + 2y + z = -16 \\ 16x - 4y + z = 128 \end{cases}$ (0.75pt)

3) Déterminer a, b et c sachant que 2 et -4 sont racines de f et que $f(-1) = 9$. (1pt)

4. (a) Montrer que $f(x) = (x-2)(2x^2 + 9x + 4)$. (0.5pt)

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. (0.5pt)

c) Donner suivant les valeurs de x le tableau de signe de f(x). (0.75pt)

d) En déduire la solution de l'inéquation $f(x) \leq 0$. (0.5pt)

Exercice 3 : (6.5 points)

On considère un carré ABCD de centre O tel que AB=2cm. Soit G le barycentre des points pondérés (A,3); (B,2); (C,3) et (D,7).

1.a) Justifier que G=Bar{(O,3); (B,2); (D,7)} et en déduire que $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OD}$. (0.75pt)

b) Montrer alors que les points G, B et D sont alignés. (0.75pt)

c) Montrer que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$. (0.5pt)

d) Construire le point G. (0.5pt)

2) On se propose de déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tels que : $3MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 + 2MD^2 = 40$.

a) Montrer que $3MA^2 + 3MC^2 = 6MO^2 + 12$et $2MB^2 + 2MD^2 = 4MO^2 + 8$. (1.5pt)

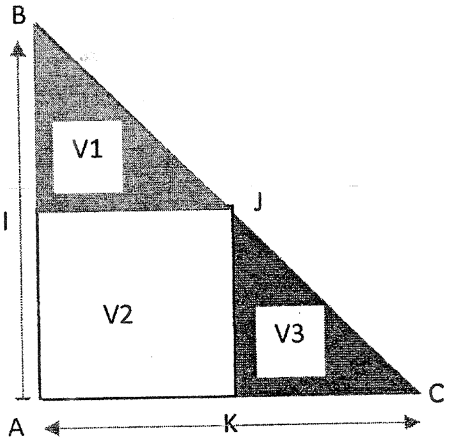
b) Montrer que $M \in (C)$ équivaut à $OM = \sqrt{2}$. (1pt)

c) Montrer que le point A appartient à (C) et en déduire la nature exacte de (C). (1pt)

d) Construire (C). (0.5pt)

Partie B : Intégration(4,5 pts)

Le triangle ABC ci-contre représente la carte d'une communauté regroupant trois villages V1, V2 et V3 peuplé respectivement de 150, 300 et 450 habitants. Une épidémie de choléra frappe cette communauté et selon une enquête on y enregistre 54 morts en tout, deux fois plus de morts dans V2 que dans V1 et 6% d'habitants sont morts dans V3. A cet effet, le gouvernement décide de construire un centre de prise en charge des malades au sein de cette communauté, et le cite doit être situé à un point qui tienne compte du poids de la population de chacun



On donne : AK=KC=4 km, AI=IB=3 km et $(AB) \perp (AC)$

Tâche 1 : Déterminer le nombre de décès enregistrés dans chacun des trois villages. (1,5 pt)

Tâche 2 : Déterminer et construire (1cm pour 2km) avec soins la position du site du centre de prise en charge en considérant que la population de chaque village est concentré à sa chefferie situé au centre du village. (1,5 pt)

Tâche 3 : Une dotation de prise en charge de 16 200000 FCA est accordée à cette communauté et partagée à chaque village proportionnellement au nombre de morts dû à l'épidémie. Déterminer le montant destiné à chaque village.

(1,5 pt)