COLLEGE DE LA RETRAITE
Département de Mathématiques.

EVALUATION TRIMESTRIELLE N°II

EVALUATION DE MATHEMATIQUES : PC

Durée : 3h Coeff : 06

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15,5points

Exercice I : 4points

Pour chacune des questions, recopie le numéro de la question et la lettre correspondant à la bonne réponse:

A/ Cocher la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

1. L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0$ où A et B sont distincts est : 0,5pt
   a) Un cercle b) Une droite c) vide d) un singleton
2. La droite $(D_m): y = x - m$ et le cercle $(\Gamma): x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ sont tangents si 0,5pt
   a) $m = 4$ b) $m \in \{-1; 3\}$ c) $m = 0$ d) $m \in \{1; -3\}$

B/ On lance deux fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré, dont les faces sont numérotées 1 ; -1 ;2 ;-2 ;3 :4 . On note α le résultat du premier lancer et β celui du deuxième lancer. On considère l'équation $(E): x^2 + \alpha x + \beta = 0$ et le système $(S): \begin{cases} \alpha x - y = 0 \\ \beta x + y = 0 \end{cases}$

1. Quel est le nombre total de possibilités de résultats. 1pt
2. Quel est le nombre de possibilités dans les cas suivants :
   a) (E) admet deux racines de même signe. 1pt
   b) L'unique solution de (S) est le couple $(0 ; 0)$. 1pt

Exercice II. 3,5points

Soit l'application $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad x \longmapsto f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$

1. a) Déterminer l'image de 2 et $\frac{1}{2}$ par f . f est-elle injective ? 1pt

b) Résoudre l'équation $f(x) = 2$. f est- elle surjective ? 1pt

2. Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1; 1]$ 1,5pt

Exercice III. 8points

A/ Dans le plan orienté , ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle dont les diagonales se coupent en un point I, tel que $mes\left(\widehat{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BD}}\right) = \frac{\pi}{2}$. J est le milieu de [CD]. (IJ) coupe (AB) en H. On pose $\theta = mes(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$

1. Faire une figure. 0,5pt
2. Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IJ}}\right) = \theta + \left(\widehat{\overrightarrow{IC};\overrightarrow{IJ}}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. 1pt
3. a) Exprimer $\left(\widehat{\overrightarrow{DI};\overrightarrow{DJ}}\right)$ en fonction de θ. 1pt

b) Montrer que le triangle DIJ est isocèle. 0,5pt

c) En déduire $\left(\widehat{\overrightarrow{IC};\overrightarrow{IJ}}\right)$ en fonction de θ. 0,5pt

4. Justifier la position relative de (AB) et (IJ). 0,5pt

B/1.a) Exprimer $tan(2x)$ en fonction de $tan(x)$. 0,5pt

b)Montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ est solution de l'équation $(E): x^2 + 2x - 1 = 0$. 1pt

c) En déduire la valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. **0,5pt**

2.a) Résoudre alors dans IR, l'équation $(\sqrt{2}-1)\cos(2x)+\sin(2x)=1 \quad (E')$. **1pt**

b) Placer les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique. **1pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5points

Situation :

Sur un terrain de football de forme rectangulaire, A et B marquent les poteaux de l'un des buts. Un joueur J avance perpendiculairement à la ligne de but (AB). L'angle de tir est $\widehat{AJB}$. On désigne par x la distance du joueur au point de corner O. Le ballon tiré par le joueur J suit une trajectoire dont la hauteur y' dépend de la distance x' du ballon par rapport au sol. On remarque cette hauteur vérifie la relation $x'^2+y'^2-4=0$. On donne les précisions suivantes. x=OJ ; a=OA ;b=OB $\alpha=\widehat{OJA}$; $\beta=\widehat{OJB}$. $\theta=\widehat{AJB}$

Tâches :

Tâche 1 : Montrer que l'angle de tir est tel que $tan(\theta)=\frac{(b-a)x}{x^2+ab}$. **1,5pt**

Tâche 2 : Quelle est la distance maximale que peut parcourir le ballon dans cette situation. **1,5pt**

Tâche 3 : Représente la trajectoire de la balle. **1,5pt**