

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**  
3<sup>ème</sup> Période

**Exercice 1 : 5pts**

On donne le polynôme  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ .

1- a) Vérifier que 1 est une racine de  $P(x)$ . 0,5pt

b) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ . 1,5pt

2- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$  1,5pt

b)  $(x - 1)(x^2 - 5x + 6) < 0$ . 1,5pt

**Exercice 2 : 5pts**

1- a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  :  $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -6x + y = -23 \end{cases}$  1pt

b) En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}^2$  du système :  $\begin{cases} 2|x| - \frac{3}{y+2} = 5 \\ -6|x| + \frac{1}{y+2} = -23 \end{cases}$  1pt

2- a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  :  $\begin{cases} 6x + 3y + 4z = 340 \\ x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \end{cases}$  1,5pt

b) Des hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux buffles, aux autruches et aux oies. A leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit 170 000 F à raison de 3 000 F par buffle, 1 500 F par autruche et 2 000 F par oie. Déterminer le nombre de buffles, d'autruches et d'oies tués au cours de cette partie de chasse. 1,5pt

**Problème : 10pts**

La fonction  $g$  est définie pour tout réel  $x$  par  $g(x) = x^2 - x - 1$ . Et la fonction  $f$  est définie sur  $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$  par  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ .  $(C_f)$  est la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

1-a) Déterminer une primitive  $H$  de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ . 0,75pt

b) Quelle est la primitive  $G$  de  $g$  sur  $\mathbb{R}$  qui s'annule en 1. 0,5pt

c) Montrer que  $f$  est une primitive de la fonction  $h$  définie sur  $]-\infty; 2[$  par  $h(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$  0,75pt

2- a) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ . 2pts

b) Dresser le tableau de variations de  $f$ . 1,5pt

3- a) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ . 0,75pt

- b) Montrer que la droite  $(D): y = x + 1$  est une asymptote de  $(C_f)$ . **0,5pt**
- 4- a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0. **0,5pt**
- b) Montrer que le point  $A(2 ; 3)$  est centre de symétrie de  $(C_f)$ . **0,75pt**
- 5- a) Tracer  $(C_f)$ . **1pt**
- b) Soit  $m$  un réel. Déterminer le nombre de solutions de l'équation  $x^2 - (1 + m)x + 2m = 0$ . **1pt**