Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « AGIR COMPETENT »
Sis à L'ECOLE PUBLIQUE DE SONGMINKOUGUI EDEA
Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67
Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2019-2020
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h 15h00-18h00
Mercredi, 19 Février 2020

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 23 : CLASSE DE 1ère C,D,TI

ETUDE DE FONCTIONS[(4)]

EXERCICE 1

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle x dont le tableau de variation est donné ci-contre :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Donner l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer le signe de $f\left(x\right)$ pour $x \in \left]-1;+\infty\right[$.
3. Déterminer une asymptote à $\mathscr{C}$.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.
5. On suppose que $f\left(x\right) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.
   (a) Montrer que $\left(a,b,c\right)$ est solution du système $\begin{cases} y+z=-2 \\ x-z=0 \\ 2x-y+z=-2 \end{cases}$ d'inconnue $\left(x,y,z\right)$.
   (b) En déduire a,b et c.
6. On suppose que $f\left(x\right) = \dfrac{-x^2-2x-2}{x+1}$.
   (a) Montrer que la droite d'équation $y=-x-1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $-\infty$ et $+\infty$.
   (b) Montrer que le point $\Omega\left(-1;0\right)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.
   (c) Construire $\mathscr{C}$ dans le repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

EXERCICE 2

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g\left(x\right) = x^3 - 3x - 2$. On note C_g sa représentation graphique dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. **(a)** Montrer que le point $A\left(0;-2\right)$ est un centre de symétrie pour la courbe C_g.
   (b) Donner une équation de la tangente $\left(T\right)$ à C_g en A.
   (c) Etudier la position de C_g par rapport à la droite $\left(T\right)$.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_g avec les axes du repère.
5. Tracer $\left(T\right)$ et C_g.

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} x^2+4x-3 & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{x^2-2x+3}{x-1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f, puis calculer les limites de f en $-\infty, +\infty$, à gauche et à droite en 1.
2. Montrer que f est continue en 0.
3. Montrer que la courbe de f admet au point d'abscisse 0 deux demi-tangentes dont on donnera les équations.
4. Calculer la dérivée de f, puis dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x-2}{|x|+1}$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

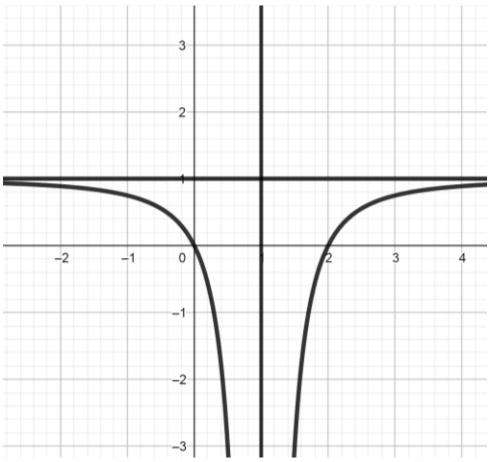
1. Recopier et compléter le tableau ci-contre à l'aide de l'expression $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue.

x	$-\infty$ $\quad$ 0	$+\infty$
Signe de x		
Expression de $f(x)$		

2. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. En déduire les asymptotes à la courbe (C_f).
3. **(a)** Calculer les limites à gauche et à droite en 0 de $\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.
   (b) La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifier.
4. Calculer $f'(x)$ pour $x \in]-\infty;0[$ et pour $x \in]0;+\infty[$.
5. Dresser le tableau de variation de f.
6. Tracer la courbe (C_f). On précisera les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0.
7. Discuter graphiquement, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

EXERCICE 5

La courbe ci-contre est la représentation graphique de la dérivée d'une fonction g définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$. On sait que $g(0) = 0$.



1. Indiquer le sens de variation de g.
2. Déterminer les réels α, β et γ pour que la dérivée de la fonction g soit définie par $g'(x) = \dfrac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{(x-1)^2}$.
3. Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction g soit définie par $g(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$.
4. Dresser le tableau de variation de la fonction g.
5. Construire la courbe (C_g) de la fonction g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.